This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

Google

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Library of the University of Michigan
Bought with the income
of the
Ford - Messer
Bequest

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES

Années MDCCXC — XCI.

L. Lavi — *L. Valperga del. et Sculp. Turin*

A TURIN

CHEZ JEAN-MICHEL BRIOLO

IMPRIMEUR-LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE

MDCCXCIII.

MICHEL ANTOINE PLAZZA, ancien professeur de chirurgie à l'université de Cagliari : né à Villefranche en Piémont le 5 mars 1720, mort à Cagliari le 23 février 1791.

JEAN MARIE URBAIN FONTANA, membre du collège de pharmacie, secrétaire perpétuel de la société royale d'agriculture de Turin, associé à l'académie des sciences de Sienne, & aux *georgofili* de Florence : né à Turin le 24 décembre 1753, mort dans la même ville le 23 juillet 1791.

REMPLACEMENS

Les trois places vacantes par la mort de Messieurs Cigna, Plazza, & Fontana (M. l'Abbé Canonica n'étant compté que parmi les vétérans) ont été données le 17 novembre 1791 à Messieurs

ANTOINE MARIE VASSALLI, professeur de philosophie au collège royal de Tortone, de la société royale d'agriculture de Turin, des académies de Sienne & de Fossan, ci-devant correspondant de l'académie.

IGNACE MICHELOTTI, docteur agrégé à la classe des mathématiques dans la faculté des arts.

LOUIS BELLARDI, docteur agrégé à la faculté de médecine, de la société Linnéenne de Londres, de la société d'histoire naturelle de Paris, membre ordinaire de la société royale d'agriculture de Turin.

ACADÉMICIENS ÉTRANGERS

MORTS.

Jean Jacques FERBER, conseiller supérieur des mines de Prusse, membre des académies des sciences de Berlin, Pétersbourg, Stokholm, Upsal, Sienne, Padoue, Naples, des curieux de la nature, de la société Bohémienne des sciences de Prague, des physiciens de Berlin, & de Danzig, des physiographes de Lunden, de la société économique de Pétersbourg, des sociétés d'agriculture de Florence & de Vicence, de la société de l'art de l'exploitation des mines établie à Schemnitz en Hongrie : né en Suède l'an 1743, mort à Berne au mois d'avril 1790.

Benjamin FRANKLIN, président de la société philosophique de Philadelphie, membre de la société royale de Londres, de l'académie royale des sciences & de la société royale de médecine de Paris, de la société italienne de Vérone & de la société patriotique de Milan : né à Philadelphie l'an 1705, mort dans la même ville le 18 avril 1790.

Ignace Comte de BORN, conseiller aulique actuel à la chambre des mines & monnoies de S. M. Impériale, membre des académies de Berlin, de Pétersbourg, de Stokholm, de Londres, de Gottingen, de Sienne, d'Upsal, des curieux de la nature, de Toulouse, de Padoue, de Lunden, de Munich, d'Ulm, de Burgau, de la société italienne de Vérone, honoraire de la société de l'art de l'exploitation des mines établie à Schemnitz en Hongrie: mort à Vienne le 24 juillet 1791.

Deux de ces places ont été données à Messieurs

JAQUES EDOUARD SMITH, docteur en médecine, président de la société Linnéenne de Londres, membre de la société royale de la même ville & de la société royale d'agriculture de Turin: élu le 21 novembre 1790.

JEAN SENEBIER, ministre du saint évangile, bibliothécaire de la république de Genève, membre de l'académie des sciences de Sienne, des sociétés des sciences de Harlem, météorologique de Manheim, des sciences & des arts d'Orleans, d'agriculture de Turin, des sciences physiques de Lausanne: élu le 28 novembre 1790.

La troisième place est encore vacante.

CORRESPONDANS

MORTS

Les savans qui ont obtenu la correspondance de l'académie sont en trop grand nombre, pour que nous puissions prendre l'engagement de marquer avec toute l'exactitude ceux que la mort nous enlève dans le cours des années dont nous écrivons l'histoire. Mais nous devons au moins ce témoignage d'intérêt à la mémoire de nos correspondans nationaux, de ceux surtout qui se sont particulièrement distingués. Tel a été

M. BELLY, lieutenant colonel agrégé au corps royal d'artillerie, directeur des mines de Sardaigne, & commandant le corps des canoniers dans ce royaume: mort à Turin le 14 juillet 1791.

	Londres, & de la société Helvétique de Bâle	VIENNE *en Autriche*
DANA	Etienne GATTI, docteur en médecine	ALTAVILLA
FONTANA	De LAUNAI, docteur en médecine de la faculté de	PARIS
Idem	BRUGNATELLI, docteur de philosophie & de médecine, adjoint à la chaire de chimie dans l'université de Pavie, de l'académie électorale des sciences utiles de Mayence en Erfurt, de l'académie électorale de Leypsik, des curieux de la nature de Berlin, honoraire de l'académie & société d'agriculture d'Udine, de la société royale d'agriculture de Turin, des académies des sciences & belles-lettres de Mantoue & de Fossan, de la société patriotique de Milan &c.	PAVIE

19 décembre

SOMIS	François AGLIETTI, docteur en médecine	VENISE

MDCCXCI

9 janvier

MOROZZO	Le Père Jean Baptiste de S. MARTIN, capucin, correspondant de l'académie de Padoue & de la société patriotique de Milan, aumônier de l'hôpital de	VICENCE

29 mai

Idem	Jacques Philippe MARALDI	PÉRINALDO
Idem	Le chevalier Joseph GIOENI des Ducs d'Angiò, noble de Catania	NAPLES
SOMIS	André COMPARETTI, professeur de médecine à l'université de	PADOUE
de CALUSO	Jean Henri FISCHER, professeur de médecine pratique à l'université de	GOTTINGUE
BALBE	Barthelemi BONELLI, docteur en droit, secrétaire du Ministre de S. M. auprès de la république de	GÊNES

SALUCES	Le Père BADINI de Carrù, secrétaire du général des Augustins	ROME
DANA	Pierre Vincent BONANSEA, docteur en médecine, associé libre de la société royale d'agriculture de Turin	BARGE
GIOANETTI	Charles PEROTTI, docteur en droit	BARGE
BONVOISIN	FLEURIAU de BELLEVUE, membre de l'académie de littérature, sciences & arts de la	ROCHELLE
MICHELOTTI	Etienne MELCHIONI, architecte hydraulique	NOVARE
S. MARTIN	L'Abbé George FOLLINI, professeur de philosophie au collège royal d'	IVRÉE
EANDI	Le Comte PICCO GONZAGA	CASAL
Idem	Le Père Dom Bénoit BORDINI, camaldule, docteur en médecine, associé libre de la société royale d'agriculture de Turin	*aux* CAMALDULES *près de* TURIN
VASCO	ROZIERES, chevalier de l'ordre royal & militaire de S. Louis, capitaine au corps royal du génie, correspondant de l'académie royale des sciences de Paris, associé de la société d'émulation de Bourg en Bresse, de l'académie Delphinale, de la société philosophique des sciences & arts utiles de Lyon, & de la société d'histoire naturelle de Paris, vice-secrétaire de la société patriotique & académique de	VALENCE *en Dauphiné*
GIOBERT	Louis ARDUINO, docteur en médecine, assistant à l'école d'agriculture dans l'université de Padoue, associé correspondant de l'académie des sciences, belles-lettres & arts de la même ville, & de la société économique de Spalato	PADOUE

4 *juin*

NAPION	COGO, docteur en droit, lieutenant juge à	BARGE
MICHELOTTI	L'Abbé CALANDRELLI, professeur de mathématiques dans le collège Romain, membre de l'académie électorale de Manheim, & associé de l'institut de	BOLOGNE

11 *décembre*

de CALUSO	François PEZZI, lieutenant ingénieur, de l'académie de l'institut de Bologne, professeur de mathématiques à l'université de	GÊNES
BALBE	Le Comte Amédée FERRERO PONSILLON intendant de la ville & de la province de	SALUCES
S. MARTIN	Le Père Hyacinthe PEREZ, des Minimes, lecteur de Philosophie	NICE *de Provence*
GIOBERT	Léopold VACCA'-BERLINGHIERI, docteur en médecine	PISE
Idem	Armand SEGUIN, secrétaire rédacteur des annales de Chimie	PARIS

M. le Comte Saluces s'est chargé de la correspondance avec M. de Fer de la Nouerre, qu'avoit auparavant feu M. le Chevalier Lovera.

Les correspondans de M. l'Abbé Canonica ont été assignés à M. l'Abbé Eandi.

Plusieurs académiciens se sont partagé la plupart des correspondances dont étoit chargé M. Fontana: en voici le tableau.

CORRESPONDANS	ACADÊMICIENS
M.rs CHAPTAL	M.rs BONVOISIN
BALDINI	DANA
RIVIERA	PERENOTTI
CARLETTI	S. MARTIN
DE LAUNAI	GIOBERT
BRUGNATELLI	BALBE

CHAPITRE II.

SÉANCES PUBLIQUES

30 *mai* 1790.

LECTURES

Exposé des présens relatifs à l'histoire naturelle que l'académie a reçus depuis la derniere séance publique; par M. le Président.

Rapport du comité des teintures: par M. le Comte Saint-Martin.

Rapport des commissaires (Messieurs le Comte Balbe, & l'Abbé Vasco) sur le modèle d'un moulin pour le battage du chanvre présenté par le sieur Morlak.

Analyse comparée de quelques eaux de Quiers & de Pignérol dont les teinturiers se servent avantageusement, & de quelques autres de la premiere de ces villes qui ne sont pas propres à cet usage: par M. Bonvoisin.

Sur une épizootie de la poulaille par M. Brugnone: ce mémoire a depuis été imprimé séparément. *

Sur l'alkali phlogistiqué extemporané: par M. le Comte Saint-Martin (*V. pag.* 1 *de ce volume*).

Sur la propriété du feu électrique de passer librement dans le vide: par M. l'Abbé Eandi (*V. pag.* 7 *de ce vol.*)

* *Descrizione, e cura preservativa dell' epizoozia delle galline serpeggiante in questa Città, e ne' suoi contorni: di Giovanni Brugnone ec.* Torino 1790. St. R. in 12.

MÉDAILLES D'ENCOURAGEMENT

DISTRIBUÉES DANS CETTE SÉANCE

Au Sieur Arduino propriétaire d'une grande manufacture de draps à Pignérol, où les commissaires pour les teintures ont puisé beaucoup de connoissances importantes.

Au Sieur Benissone, cultivateur & négociant de vouëde à Quiers, qui a fait des essais en présence des commissaires de l'académie pour teindre les draps au pastel sans indigo.

Au Sieur Morlak, horloger de Turin, auteur du modèle d'un moulin pour le battage du chanvre, sur lequel l'académie s'est reservée de porter un jugement definitif lorsqu'il sera exécuté en grand.

Nous reviendrons bientôt sur chacun de ces objets.

30 *novembre* 1790.

M. le Président ouvrit la séance en faisant observer au public le présent que S. M. venoit de nous faire de son portrait en grand, peint par M. Mazzola. Il annonça l'élection des deux nouveaux académiciens étrangers, Messieurs Smith & Senebier. Il donna au nom de l'académie une medaille d'or à Monsieur François Feroggio, notre architecte & membre de la classe de mathématiques dans la faculté des arts à l'université royale, qui a dirigé avec autant de zèle que de génie la construction du nouvel observatoire. M. le Président lut aussi l'exposé des présens d'histoire naturelle qui étoient à l'ordinaire sur la table de l'académie.

On fit ensuite les lectures suivantes.

Rapport des commissaires Messieurs Morozzo, Bonvoisin, Saint-Martin & Giobert, redigé par M. Bonvoisin, au sujet de l'étamage d'argent plaqué sur le cuivre, exécuté par le Sieur Joseph De-Giovanni orfèvre de cette ville, qui en conséquence de ce rapport & du jugement de l'académie reçut dans cette séance une médaille d'encouragement. Le rapport a été imprimé dans la *Biblioteca Oltremontana, e Piemontese* au mois de janvier 1791 *pag.* 126.

Sur les morts subites, essai d'arithmétique médicale : par M. le Comte Balbe. On le donnera dans le volume suivant.

Sur les mines de cuivre d'Anglesey, essai minéralogique & métallurgique : par M. le Chevalier Napion.

Analyse de la terre à foulon de Levon dans le Canavois: par M. le Comte Saint-Martin.

Nouvelles expériences electrométriques : par M. l'Abbé Eandi.

5 *juin* 1791.

L'absence de M. le Président qui voyageoit en Italie donna lieu à M. le Comte Somis Vice-président d'ouvrir la séance en racontant ce qui s'étoit passé de plus remarquable à l'académie pendant les derniers six mois.

M. le Comte Saint-Martin exposa plus en détail les travaux du comité des teintures depuis le rapport qu'il en avoit fait dans la séance publique du 30 mai 1790.

On lut ensuite les mémoires suivans.

Essai de nosologie arithmétique : par M. le Comte Balbe. Il sera imprimé dans un autre volume.

Sur l'analyse des végétaux : par M. Bonvoisin. (*V. pag.* 395).

Expériences analytiques sur l'*Osmunda*: par M. Fontana (*V. dans ce volume pag.* 93.)

Analyse de l'eau de S.[te] Barbe qui sourd dans le fauxbourg de la Doire à Turin: par M. Giobert.

Le tems manqua pour faire lecture d'un mémoire qui étoit prêt, sur le bleu de Saxe: par M. le Comte S. Martin.

1 *décembre* 1791.

M. le Président informa le public de l'élection de trois académiciens nationaux, Messieurs Vassalli, Michelotti & Bellardi, à la place de Messieurs Cigna, Plazza & Fontana. Il en prit occasion de louer en peu de mots les défunts, & il s'arrêta avec complaisance sur les pensions que le Roi venoit de donner aux veuves de Messieurs Cigna & Fontana que l'amour des sciences n'avoit pas enrichis. Il parla ensuite des instrumens astronomiques que l'université a cédés à l'académie, de la médaille d'or décernée à M. l'Abbé Lirelli pour ses travaux relatifs à la carte géographique du pays: des échantillons de papier & de toile faits avec l'écorce de la tige des lupins par M. Mandil fabriquant de papier à Fossan: d'une nouvelle machine pour rogner le papier du sieur Mondino serrurier de Turin, & des balances d'essai que cet ouvrier venoit de faire pour l'académie. M. le Président rendit compte des objets d'histoire naturelle présentés à l'académie, & surtout de la collection qu'il avoit faite en voyageant dans les états du Pape, en Toscane & dans le royaume de Naples; elle étoit exposée dans la salle, de même que les autres articles dont il avoit parlé dans son discours. En indiquant les livres les

plus remarquables qui venoient d'être présentés à notre bibliothèque, il donna des regrets bien mérités à la mémoire de M. le Comte Durando de Villa qu'un funeste accident venoit d'enlever aux lettres & à la patrie. Ce seigneur très-instruit avoit formé une bibliothéque d'environ 30 mille volumes : il se proposoit de la destiner à l'usage du public ; on prétend même qu'il comptoit de la confier à l'académie avec un revenu très-considérable. Une mort prompte & prématurée empêcha l'effet de ces intentions patriotiques.

Après le discours du Président on fit les lectures suivantes.

Éloge du Chevalier De-Antoni : par le secrétaire adjoint. Cet éloge étant en italien il sera imprimé séparément.

Sur les principes constituans de la mine d'argent grise : par M. le Chevalier Napion (*V. dans ce vol. pag.* 173.)

Expériences sur le bleu de Saxe : par M. le Comte S. Martin.

Sur la variolite du Piémont : par M. le Comte Morozzo (*V. dans ce vol. pag.* 165.)

CHAPITRE III.

OBJETS PRINCIPAUX

DONT L'ACADÉMIE S'EST OCCUPÉE.

ART DU TEINTURIER

Selon le plan des travaux que s'étoit préscrit le comité des teintures, le degraissage des laines & des draps devoit

être le premier objet de ses soins. M. l'Abbé Vasco ayant fait un extrait des auteurs qui ont traité cette matière, pour nous instruire des usages qu'on suit dans l'étranger ; & M. le Comte Morozzo nous ayant fait connoître, d'après des renseignemens exacts, les procédés qu'on pratique dans le pays ; on vit que les meilleures méthodes étoient toutes très-connues à nos dégraisseurs. Mais il en est de ce metier comme de tous les autres : les procédés les plus parfaits, & quelquefois même les plus économiques ne sont pas toujours ceux qu'on adopte : plusieurs ouvriers soit par nonchalance, soit par une épargne mal entendue, s'en tiennent à de vieilles routines sans profiter de l'avis des connoisseurs, & de l'exemple que leur donnent quelquefois d'autres ouvriers plus instruits. Il a paru au comité qu'en général on n'étoit pas assez persuadé de la necessité d'un parfait dégraissage pour la perfection des teintures, & qu'on imputoit souvent aux teinturiers des défauts, qui étoient la suite de l'impéritie ou de la négligence des dégraisseurs. Les expériences qu'on fit dans cette vue, ne laisserent aucun doute sur la vérité que nous venons d'énoncer.

C'est probablement du savon qu' on peut tirer le meilleur parti pour le dégraissage des laines. M. Bonvoisin entreprit d'analyser les diverses espèces de savons qui sont en usage chez-nous, & il donna un mémoire pour expliquer les meilleures qualités que doit avoir cette substance, & la meilleure méthode à suivre pour l'obtenir dans sa perfection.

M. l'Abbé Vasco fit ensuite pour la teinture en bleu des laines & des draps ce qu'il avoit fait pour le degraissage, c'est-à-dire un extrait raisonné des auteurs qui traitent de cette teinture, soit avec le pastel tout seul ou mêlé avec l'indigo, soit avec l'indigo sans pastel, soit avec la dissolution de l'indigo dans l'acide vitriolique, soit enfin avec le bleu de Prusse.

Les règles que ces auteurs ont données pour la teinture en pastel & indigo, ne sont pas méconnues des teinturiers de Turin, mais les commissaires qui se transporterent chez eux, virent avec peine qu'on prétendoit encore dans quelques-uns de ces ateliers de faire des secrets, & d'avoir des recettes particulières dont on ne prouvoit aucunement l'avantage, ni même la realité.

On projeta de visiter tous les grands ateliers de teintures, qui sont joints aux manufactures de draps dans plusieurs de nos villes, telles que Pignérol, Fossan, Mondevì & Ormea. En attendant on saisit avec plaisir l'occasion qui se présentoit à Quiers, où il y a de vastes plantations de guède, & grand nombre de teinturiers en bleu pour les toiles de fil & de coton. Le Sieur Benisson, cultivateur & négociant de guède ayant offert à l'académie de faire sur les draps, en présence des commissaires, l'essai de la teinture en pastel sans indigo, telle qu'on la pratique sur les toiles, Messieurs Bonvoisin, Balbe, S. Martin & Vasco assisterent à l'expérience executée par le teinturier Charles Masera au mois de mars 1790, & ils en tirerent des notions utiles. M. le Comte Balbe rédigea des mémoires sur la culture, l'usage & le commerce du guède. Messieurs

Bonvoisin & S. Martin firent l'analyse des eaux de quelques puits de la ville, dont les unes sont très-propres, & les autres ne le sont pas du tout à l'usage des fabriquans de pastel & des teinturiers. On a trouvé dans les eaux mauvaises deux principes qui n'existent pas dans les bonnes, la magnésie & l'acide marin: c'est à celui-ci probablement qu'est due la cause de ce singulier phénomène.

M. Antoine Arduino de Pignérol ayant depuis invité les commissaires à visiter sa manufacture de draps à laquelle est joint l'atelier de teinture, Messieurs Morozzo, Bonvoisin, Balbe & S. Martin s'y transporterent au mois d'avril de la même année. La laine entre en toison dans cette fabrique, & les draps en sortent en état d'être livrés au tailleur. Il y avoit pour lors 47 métiers battans, & ce nombre est porté quelquefois jusqu'à soixante. La division des ouvrages, ce grand principe de la multiplication du travail, & du bas prix de la main d'oeuvre, peut très-bien s'accorder avec la réunion de plusieurs branches subordonnées à une manufacture principale, & il faut convenir que cette réunion est presqu'indispensable dans plusieurs cas à la perfection des arts, même les plus communs. Quelques écrivains modernes ont peut-être trop exalté les avantages des petites manufactures comme des petites fermes. Il en faut sans doute pour maintenir une aisance honnête dans une classe nombreuse de la population, mais il faut de grandes fermes, & de grandes manufactures, non seulement pour porter l'agriculture & les arts à leur perfection, mais aussi pour fournir de l'ouvrage à une classe plus nombreuse encore, qui ne pourroit autrement gagner sa

subsistance. Ce n'est pas ici l'endroit d'entrer dans les détails, mais nous pouvons assurer, que l'inspection de la fabrique de Pignérol nous a instruits de plusieurs vérités très-utiles dans la science économique, & de plusieurs faits très-précieux dans la théorie des arts & métiers. Nous ne saurions assez nous louer de l'accueil que nous firent le propriétaire de la manufacture, & son directeur le Sieur Massi. M. Arduino ne se contenta pas de satisfaire à nos demandes avec le plus grand empressement: à notre retour à Turin il assista aux séances du comité, & il nous envoya ensuite un mémoire contenant le détail des opérations de sa fabrique. Parmi les avantages dont il a su profiter il faut compter celui d'une eau très-pure: M. Bonvoisin en a fait l'analyse. Les connoissances que M. Arduino nous a fournies ont servi à compléter la description de l'art du fabricant de draps, entreprise par M. le Comte Morozzo. Quelque tems après l'auteur de cette description ayant fait un voyage dans les autres états d'Italie, il ne manqua pas d'en tirer parti pour ajouter encore à son ouvrage.

Après avoir profité des lumières qu'on avoit eu occasion de se procurer sur différentes parties de l'art du teinturier, le comité de l'Académie, fidelle à l'ordre qu'il s'étoit proposé, revint à l'examen du bleu, & entreprit des recherches sur la teinture des soies en cette couleur, de la même façon qu'on avoit fait au sujet des laines. M. l'Abbé Vasco recueillit avec le plus grand soin les différentes méthodes de décreusement, soit enseignées par les auteurs, soit pratiquées par les ouvriers. Il y ajouta un grand nombre d'expériences, dont quelques-unes l'ayant amené à des

résultats intéressans, & même neufs à quelques égards; son mémoire a été inséré dans ce volume (*pag.* 122).

M. Gioberti fit à peu près la même chose à l'egard des fils, des cotons & des toiles. Il pouvoit le faire mieux que personne, puisqu'il s'en étoit occupé depuis long-tems: il avoit même établi une fabrique pout le blanchiment des fils & des toiles par l'acide marin oxigéné, d'après la découverte lumineuse de M. Berthollet notre confrère; & si cette fabrique étoit tombée dès son commencement, ce n'étoit pas surement la faute de la théorie.

Le même M. Gioberti annonça à l'Académie par une lettre du 23 novembre 1790 la découverte d'une nouvelle liqueur, propre à détruire toutes les couleurs végétales. Le 6 février de l'année suivante il comuniqua de nouveaux détails sur les proprietés de cette liqueur, dont il s'est proposé de donner connoissance, ayant souhaité en attendant de prendre date de sa découverte.

Il nous fit aussi un rapport sur les méthodes les plus connues de teindre en bleu les fils & cotons, se réservant d'y ajouter ses propres expériences, & il entreprit en même tems une suite d'épreuves sur quelques fleurs qu'il croit propres à la teinture en rouge.

Un autre commissaire M. le Comte Saluces, encouragea plusieurs teinturiers en fil & coton, soit de la capitale, soit des provinces, à présenter des essais de leur façon, excitant par ce moyen une émulation très-utile au but qu'on se propose. Dès le commencement de nos travaux, il nous avoit donné un mémoire contenant le tableau général de l'art du teinturier, & un index des drogues qu'on emploie

dans cet art, avec l'indication de leur pays natal, des caractères extérieurs, des principes constituans, & de l'usage qu'on en peut faire.

M. Orengo nous a envoyé de Nice des échantillons de toiles teintes en couleurs assez solides: il a annoncé d'autres essais de sa façon sur les laines & les draps.

Le Père De Levis Augustin, correspondant de l'Académie, a présenté plusieurs écheveaux de fil teints en différentes couleurs par François Franchi, demeurant à Fubine en Montferrat.

M. le Chevalier Cossu, censeur général à Cagliari, qui a beaucoup contribué non seulement par l'influence de sa charge, mais encore par ses ouvrages, à augmenter & améliorer en Sardaigne le produit des soies, s'étant donné les mêmes soins pour y introduire la culture du coton, a adressé au Ministre un mémoire contenant les expériences qu'il a faites pour teindre de la soie & du coton avec le carthame ou safran bâtard du royaume. Le Ministre l'a communiqué à l'Académie, à laquelle il a depuis envoyé du carthame recueilli dans cette île: M. Gioberti en a fait l'examen.

Dans un climat bien différent, dans les hautes alpes du Dauphiné M. Caire-Morand, propriétaire de la manufacture de cristaux établie à Briançon, a introduit avec succès la culture du carthame, dont il a présenté des essais à l'Académie.

Ces objets divers ne détournoient pas le comité de la marche à laquelle il s'étoit astreint. Les membres qui s'occupoient de la teinture des laines, ne restoient pas en arrière. Par des expériences sans nombre sur le pastel,

sur l'indigo, sur leur mélange, par des observations très soignées sur les cuves de nos teinturiers, par l'examen des draps qu'on y teint, & de ceux qui nous viennent de l'étranger, ils s'assurèrent que les défauts qu'on reproche à nos teintures, ne tiennent pas à l'imperfection de l'art, mais à des causes bien différentes. Si l'on veut que la teinture bleue pénètre dans l'intérieur des draps, il faut absolument qu'au lieu de teindre les draps foulés, on prenne le parti de teindre la laine, ou avant ou après qu'elle soit filée, ou bien les draps mêmes avant qu'ils passent au foulon : & c'est ce qu'on fait quelquefois avec tout le succès possible. Si l'on veut que la teinture bleue ne tache pas les mains ou les linges, il faut absolument après avoir teint le drap en toile, c'est-à-dire le drap non foulé, qu'on fasse un nouveau lavage dans le foulon même, & qu'on le répète autant de fois qu'il est nécessaire jusqu'à ce que l'eau ait emporté toutes les parties colorantes qui ne sont pas intimement unies à l'étoffe. Mais ces procédés sont assez coûteux, surtout par la déperdition qui se fait d'une très-grande quantité de parties colorantes: & sans doute ce seroit absurde d'y astreindre les ouvriers. Il faut en tout genre qu'on puisse faire librement des ouvrages moins parfaits, parce qu'il faut qu'on puisse les livrer à bas prix. D'ailleurs les moyens de s'assurer si la teinture a pénétré dans l'intérieur, & si elle ne tache point, sont si faciles & si à la portée de tous les acheteurs, que l'autorité publique ne doit surement pas aux consommateurs aucune espèce de protection & de surveillance pour les faire servir mieux qu'ils ne savent se faire servir eux-mêmes. Et pour en

revenir à notre sujet, il est très-naturel que cette sorte de perfection se rencontre plus fréquemment dans les draps étrangers que dans ceux du pays, précisément parce que c'est de l'étranger que nous viennent pour l'ordinaire les draps superfins, qui peuvent supporter plus aisément ce surcroit de dépense dans la teinture.

Deux autres espèces de teinture en bleu ont occupé particulierement M. le Comte S. Martin: il nous a donné un mémoire sur le bleu de Saxe qu'on obtient par la dissolution de l'indigo dans l'acide vitriolique. Les teinturiers se servent de cette préparation pour donner le bleu aux draps qui doivent ensuite passer par le jaune pour prendre le verd, mais ils ne s'en servent pas pour teindre simplement en bleu, parce que la couleur n'en est pas regardée comme solide. Sa vivacité très-supérieure aux autres bleus a toujours fait souhaiter qu'on pût lui donner un plus haut degré de solidité. C'est ce qu'ont essayé Bergman, Quatremere & Poerner. M. le Comte S. Martin a répété les différens procédés de ces auteurs. Il a reconnu qu'il faut employer pour la dissolution, l'acide vitriolique le plus pur, l'indigo le plus parfait, une eau des meilleures, une chaleur de 30 à 40 degrés. Il est en outre très-essentiel, plus encore que dans les autres genres de teintures, que les draps soient parfaitement dégraissés. Bergman ne dit pas s'il a teint à froid ou à chaud, & si c'est dans l'eau froide ou dans la chaude qu'il a lavé les draps teints, il dit seulement que la couleur ne se perdoit pas par le lavage: notre académicien a reconnu que l'eau à la température commune des puits suffit pour emporter en gran-

de partie la couleur lorsqu'on l'a donnée à froid. Mais si on emploie de l'eau chaude pour teindre, alors l'eau froide n'endommage plus la couleur: il paroît même qu'il faut toujours pour cet effet une eau plus chaude que celle qu'on a employée: on a de plus l'avantage que l'opération est très-prompte, au lieu qu'elle est très-lente lorsqu'on teint à froid. Il faut seulement avoir soin de ne verser la dissolution dans le bain chaud, que dans le moment qu'on veut teindre. L'addition de l'alkali végétal proposée par Quatremere & Poerner, rend la couleur plus solide, mais moins vivace, & si l'acide est saturé, la teinture ne prend plus sur les draps. M. le Comte S. Martin a essayé tous les mordans qui sont en usage chez les teinturiers, sans en trouver aucun qui donne au bleu de Saxe la propriété de résister à l'eau bouillante, mais puisque il n'est pas endommagé par l'eau froide, & même par l'eau un peu chaude, & que d'ailleurs si la couleur est foncée, elle ne se ressent pas d'une action assez longue de la lumière, il paroît que sans être absolument de bon teint, elle l'est au moins autant que l'écarlate, & peut très-bien convenir à l'usage des gens à leur aisé. Elle a l'avantage de pénétrer intimément la substance des draps: le prix d'ailleurs ne peut en être trop fort. Cette teinture est très-convenable aux rubans, aux gazes, aux linons, aux plumes, & on peut la faire sur le champ, & presque sans aucun appareil, en versant quelques gouttes de la dissolution dans une grande dose d'eau froide: on aura de cette façon une couleur légère, mais très-éclatante: il faudra seulement avoir l'attention de ne pas repasser avec des fers chauds.

M. le Comte S. Martin a aussi répété avec succès les procédés, qui se trouvent décrits par les auteurs, & qui ne sont pas en usage chez-nous, pour teindre sans pastel dans la cuve d'indigo avec de l'urine ou autrement; & ayant essayé le même procédé sur le pastel sans indigo, ce que personne peut-être n'avoit encore fait, il a très-bien réussi dans cette tentative.

L'analogie des parties colorantes du guède & de l'indigo, confirmée par l'analyse chimique, a fait concevoir l'espérance qu'on pourroit substituer la première de ces plantes qui nous est indigène, à la seconde qui nous vient de fort loin. La société royale de Gottingue a même publié un programme sur ce sujet, & en a ensuite adjugé le prix à Monsieur Kulenkamp. Elle avoit demandé comment on pouvoit préparer le guède pour en extraire une couleur approchante de l'indigo: l'Académie a cru devoir renchérir sur cette demande, en exigeant qu'on puisse substituer la fécule du guède à celle de l'indigo avec quelqu'avantage soit dans le plus bas prix, soit dans la beauté ou dans la solidité de la couleur, soit dans l'épargne du tems & des opérations: voici le programme qui fut publié à cette occasion.

» L'Académie ayant en vue de remplir avec tout le zè-
» le possible la commission dont le Roi l'a chargée, de
» s'occuper des moyens propres à perfectionner l'art de
» la teinture, a cru devoir inviter le public, & surtout
» les personnes les plus expérimentées en ce genre, à lui
» communiquer leurs lumières. C'est dans ce but qu'elle
» propose un prix de mille livres à décerner à l'auteur
» qui satisfera le mieux à la question suivante. «

» *Indiquer le moyen le plus facile & en même tems le plus » économique de tirer du guède (pastel, ou vouëde), ou de » toute autre plante du pays, une fécule bleue telle qu'on » puisse la substituer avantageusement à l'indigo dans l'usage » de la teinture.*

» Pour faciliter le travail à tous ceux qui voudront s'at- » tacher à résoudre ce problème, l'Académie publiera un » petit ouvrage ayant pour titre : *Notizie pubblicate per » ordine della Reale Accademia delle scienze di Torino, re- » lative al quesito dalla medesima proposto &c.* (Instructions » publiées par ordre de l'Académie royale des sciences » de Turin rélatives à son programme &c ; chez Jean » Michel Briolo imprimeur-libraire de l'Académie «).

» Toutes personnes pourront concourir, excepté les Aca- » démiciens nationaux. «

» Les mémoires seront écrits en latin, en italien ou » en françois, & présentés avant la fin de l'an 1792. »

» Dans les états du Roi, on pourra remettre les pa- » quets sans les affranchir aux bureaux des postes à l'adres- » se de M. le Comte Félix S. Martin de la Mothe, se- » crétaire du comité pour les teintures. «

» Il sera libre aux Concurrens d'accompagner leur ré- » ponse d'un billet cacheté, qui portera en dehors la » même devise que le mémoire, & dans l'intérieur du- » quel sera écrit le nom & l'adresse de l'auteur. On » n'ouvrira que les billets des mémoires qui auront été » distingués. Messieurs les Concurrens sont encore pré- » venus que l'Académie ne prononcera son jugement » qu'après avoir répété leurs expériences, & qu'à cet effet

» ils devront, au cas qu'ils en soient requis, réitérer leurs » opérations devant ses commissaires. «

» Turin le 21 février 1791. «

Le petit recueil annoncé dans le programme parut bientôt. Après une préface de M. le Comte S. Martin on y trouve des notions botaniques sur le guède & sur l'indigotier, tirées d'un mémoire, lu à Académie par M. Dana, sur l'histoire naturelle des plantes qui servent aux teinturiers. M. Dana a trouvé dans la vallée d'Aoste, dans le comté de Nice & dans les collines du Montferrat le pastel sauvage, *Isatis sylvestris vel angustifolia*. M. Allioni notre illustre confrère a découvert sur le Mont Viso une nouvelle espèce de ce genre qu'il a nommée *Isatis alpina*; il reste à faire sur cette espèce, & peut-être sur quelques-unes des autres des expériences intéressantes pour en essayer la culture & l'usage.

Les deux espèces plus connues de l'anil ou indigotier, *Indigofera*, c'est-à-dire la *tinctoria* & l'*hirsuta*, ont été cultivées avec succès dans le jardin botanique de Padoue par les soins de M. Arduino notre correspondant. Si quelqu'un parvenoit à en introduire la cultivation, & à la soutenir avantageusement dans les parties plus méridionales des états du Roi, & sur-tout en Sardaigne, il ne répondroit pas directement au programme, mais il en rendroit presqu'inutile la solution, & il rempliroit également, & plus encore, les souhaits de l'Académie.

Les autres parties du recueil ont été rédigées par M. l'Abbé Vasco. Il a donné des détails sur la fabrication

de l'indigo, qui peuvent être très-utiles à ceux qui se proposent d'en imiter les procédés pour extraire du guède une pareille fécule. C'est à peu près la marche qu'ont suivie Messieurs Dambourney & Kulenkamp. On trouve dans l'ouvrage dont nous parlons l'exposé de leurs méthodes : mais ni l'un ni l'autre n'ont démontré qu'il y eût un avantage réel à se servir de la fécule du guède au lieu de celle d'indigo, & c'est ce qu'on exige dans notre programme.

Les deux auteurs que nous venons de nommer sont peut-être les seuls qui ayent publié leurs méthodes, mais ils ne sont pas les seuls qui ayent réussi dans cette tentative. Dès l'an 1785 le Sieur Morina, Piémontois domicilié à Naples, où il a dirigé des plantations de guède, nous a envoyé des tablettes d'une fécule, qu'il avoit trouvé moyen de tirer de cette plante, & qui ayant été soumise à plusieurs essais par M. le Comte Morozzo, aidé par un teinturier, à été trouvée ressemblante au bon indigo d'Amérique : M. l'Abbé Vasco ayant fait depuis d'autres expériences, il en obtint le même résultat. Le P. Harasti, écrivain très-connu, résidant à Milan, a aussi fait annoncer à l'Académie ses découvertes dans ce genre. Ces faits pouvoient servir sans doute à encourager, soit les Sieurs Morina & Harasti eux-mêmes, soit les autres personnes qui auroient voulu concourir au prix proposé par l'Académie.

Pour s'occuper avec fruit de la résolution de ce problême il paroît utile de connoître l'analyse chimique de l'indigo, celle du pastel, & même celle des feuilles du guède. L'analyse de l'indigo a été le sujet d'un prix pro-

posé par l'Académie des sciences de Paris l'an 1776, & ensuite partagé entre deux mémoires, le premier de M. Quatremere Dijonval, & le second de M. Ribaucour, conjointement avec M. Hecquet d'Orval. Le grand Bergman concourut au même prix: on trouve dans l'ouvrage de M. l'Abbé Vasco le parallèle de ces trois analyses avec quelques expériences du rédacteur & de son collégue M. le Comte S. Martin.

On y trouve ensuite les résultats de l'analyse du pastel publiée par M. Quatremere, & de celle qu'a faite M. le Comte S. Martin au laboratoire de l'Académie. M. l'Abbé Vasco a fait lui-même l'analyse des feuilles du guède, & y a ajouté dans une appendice l'extrait de celle qu'a donnée M. Planer. Dans cette appendice on a de même l'analyse qu'a faite M. Planer de la fécule bleue retirée de l'indigo par le procédé de Kulenkamp.

L'ouvrage de M. l'Abbé Vasco contient encore des informations assez détaillées sur les différentes espèces d'indigo qui se trouvent chez-nous dans le commerce, leurs diverses dénominations, leurs qualités, leurs prix. Ces connoissances sont nécessaires pour fixer des termes de comparaison avec la fécule bleue qu'on pourroit tirer du guède, & surtout pour écarter de cette comparaison le prétendu indigo qu'on nomme *bagatelle*, & qui n'est qu'une fécule de tournesol mêlée seulement avec un peu d'indigo.

Tous ces travaux & tous ceux qu'on pourroit faire pour tirer du guède un véritable indigo, seroient à peu près inutiles si on pouvoit absolument s'en passer dans la teinture, & se servir uniquement du pastel. C'étoit l'an-

cienne méthode pour les draps, comme elle l'est encore pour les fils & cotons. Nous avons parlé ci-dessus des essais faits à Quiers pour teindre les draps sans indigo : & nous ne devons ajouter qu'il en résulta une petite différence dans la fixité de la couleur. Le bureau général de la solde des troupes ayant depuis envoyé à l'Académie un drap qu'on assuroit être teint sans indigo par de seuls produits du pays, qui n'étoient apparemment autre chose que le pastel, Messieurs Saint Martin, Vasco & Gioberti en firent l'examen comparé, & ils reconnurent qu'il ne resistoit pas à l'action de la lumière autant que le drap teint avec l'indigo, & que la couleur n'avoit pas autant pénétré dans l'intérieur de l'étoffe. Ces différences pourtant n'étoient point assez considérables pour croire qu'on ne puisse pas se passer d'indigo, au moins pour les teintures ordinaires. Mais très-probablement toute la difficulté consiste en ce que la teinture reviendroit plus chère, l'indigo quoique plus coûteux fournissant une quantité de parties colorantes beaucoup plus grande que le pastel. À la vérité le teinturier de Quiers, & celui qui a présenté ses essais au bureau de la solde, prétendoient pouvoir donner leur ouvrage à moindre prix : dans ce cas ils n'ont pas besoin d'aucun jugement favorable de l'Académie.

On pourroit peut-être trouver des moyens d'épargne, ou pour mieux dire, on pourroit se procurer une plus grande quantité de parties colorantes dans la préparation qu'on fait subir aux feuilles du guède pour en extraire le pastel. C'est dans cette vue que M. Teghil notre correspondant, professeur de chirurgie à Quiers, recueillit l'eau qui coule

des feuilles du guède, & qu'on laisse perdre inutilement: il a présenté à l'Académie le dépôt qu'il en a tiré par la voie de l'évaporation.

Ce même correspondant nous a fait part de ses observations sur des insectes qui se trouvent sur le guède, d'une espèce différente de ceux qu'a décrits Margraff.

Nous n'avons parlé jusqu'à présent que du guède & de l'indigo. M. Gioberti a fait des essais pour teindre en bleu avec d'autres substances végétales, & Messieurs Bonvoisin & S. Martin ont essayé de faire servir aux teintures le bleu de Prusse d'après Macquer & Pileur d'Apligny.

En attendant on se préparoit à traiter du noir. Il n'y a peut-être aucune autre espèce de teinture où les procédés soient autant diversifiés, les drogues aussi nombreuses, les prétendus secrets aussi fréquens. Il y a tel teinturier qui emploie pour le noir jusqu'à 36 drogues, dont on peut bien croire qu'une grande partie est inutile, & même nuisible, puisque dans le fond il ne s'agit que de faire un encre véritable, c'est-à-dire de précipiter le fer par des substances astringentes. M. le Comte Saluces a fait autrefois un grand travail sur les encres, qui peut être ne nous sera pas inutile. Mais pour suivre la même marche, qu'on avoit observée dans les autres travaux du comité, M. l'Abbé Vasco rédigea un rapport des procédés connus, & comme en étudiant des matières de physique on se trouve engagé à vérifier les phénomènes, ceux au moins qui paroissent un peu extraordinaires, il fit de nombreuses expériences dans la vue principalement de chercher les drogues du pays qui pourroient être substituées à celle de l'étranger,

& de connoître quelles sont les substances qui dans ce genre de teinture affoiblissent si fort les étoffes. Il nous donna un détail des procédés employés pour le noir sur les soies par le teinturier Laurent Corias de Turin, qui l'année 1785 obtint à ce titre une pension de Sa Majesté. Il nous fournit aussi des renseignemens exacts sur la méthode pratiquée à Florence pour décreuser & blanchir les soies, & pour les teindre en noir. M. Bonvoisin nous procura de pareilles informations sur les procédés qui sont en usage à Gênes pour la teinture en noir des soies. M. le Comte S. Martin fit des essais pour teindre en noir avec les seules substances végétales, d'après ce principe que le mélange du rouge, du bleu & du jaune donne le noir.

Voilà le résumé des travaux de l'Académie au sujet des teintures dans les deux années dont nous écrivons les mémoires. Ceux qui seroient tentés de croire qu'elle n'a pas fait assez, sont priés de relire ce que nous avons dit sur ce point dans le volume précédent. Ils doivent sur-tout être prévenus de ne pas s'attendre qu'on aille plus vîte à l'avenir, en avançant dans la carriere. L'Académie a fait & fera sans doute tout ce qui est en son pouvoir: elle a sollicité les secours du gouvernement, duquel elle a obtenu des draps & des drogues pour les expériences, & une collection d'ouvrages intéressans: elle a assigné des fonds considérables, qui ont été employés en grande partie à garnir d'ustensiles & de réagens un laboratoire chimique, qui avoit été construit par les soins de Messieurs le Comte Saluces, & le Chevalier Napion, & qui depuis a été transporté dans une autre pièce pour faire place à la biblio-

théque, l'Académie ayant loué un appartement attenant à ses salles.

On a pu voir par les détails que nous venons de donner que ce laboratoire n'a pas été inutile, & parmi les autres travaux, auxquels il a fourni l'occasion & le moyen, nous lui devons un mémoire de M. le Comte S. Martin, inséré dans ce volume (*pag.* 1) contenant la maniére d'obtenir sur le champ un alkali phlogistiqué.

Au reste les travaux du comité ont peut-être d'autant plus de mérite qu'ils n'ont pas été exempts de traverses dans le cours de ces deux années: une longue absence de M. le Comte Morozzo, & les occupations de plusieurs autres membres du comité portèrent l'Académie à lui ajouter un nouveau commissaire, M. le Chevalier Napion, qui revenoit alors de son voyage dans les pays du Nord: les commissions du gouvernement l'éloignerent bientôt de la capitale. La mort priva le comité d'un autre membre, M. Fontana. Et M. l'Abbé Vasco, que nous avons nommé tant de fois dans ces pages, a depuis quitté le séjour de cette ville.

Malgré tous ces obstacles, il ne seroit pas très-difficile de contenter bientôt ceux qui pensent qu'il ne s'agiroit pour l'Académie que de donner un bon traité élémentaire au sujet des teintures. Depuis que nous nous occupons de cette matière, l'illustre M. Berthollet, notre académicien national, a enrichi de notes l'excellent traité de Poerner, & a fait lui même un autre ouvrage qui n'est pas moins estimé. Il seroit sans doute à souhaiter pour l'Italie d'avoir une bonne traduction de ces deux livres: c'est ce qu'un

membre du comité s'est proposé de faire. Mais si l'on envisage sous un autre point de vue la commission dont a été chargée l'Académie, on pourroit prétendre que, jusqu'à ce qu'il y ait des recherches à faire sur l'art du teinturier, sa tache ne soit pas remplie, & dans ce cas elle ne le seroit jamais. Nous sommes sûrs que la compagnie se tiendra toujours à un parti moyen entre ces deux manieres de voir si différentes.

ROUISSAGE DU CHANVRE

S. M. a fait l'honneur à l'Académie de la consulter, par une lettre du Ministre du 19 Novembre 1790, sur un point qui intéressoit essentiellement la salubrité d'une de nos villes de province, & dont la décision peut influer sur celle d'un grand nombre d'autres endroits. La ville de Bielle, située sur la côte d'une montagne, dans un lieu ouvert & exposé aux vents, jouissant en conséquence d'un air très-pur, ne paroissoit pas devoir être sujette à des fievres épidémiques. Il y en eut pourtant en grand nombre dans l'année 1790. On en chercha la cause dans l'usage qui s'étoit introduit, de rassembler les eaux pluviales de la ville pour en former des réservoirs, & d'y laisser croupir expressément les eaux impregnées de matières putrides dans l'idée de les rendre plus propres au rouissage du chanvre. D'après le rapport de deux médecins de Bielle Messieurs Berton & Mulatera, les commissaires de l'Académie donnerent leur avis, rédigé par M. Bonvoisin. Il fut adopté par la compagnie, & suivi par le gouvernement.

Je vais en traduire la partie la plus intéressante, en omettant les détails qui tenoient aux circonstances.

„ On a observé de tout tems que les eaux croupissantes répandent des exhalaisons très-nuisibles, & l'on sait que les fièvres putrides, les hydropisies, les obstructions de viscéres, les cachexies, sont ordinairement les maladies endémiques des régions marécageuses. Les mauvaises qualités de ces eaux se font sentir plus ou moins selon le concours des circonstances qui en augmentent, ou en affoiblissent l'effet; mais en général on peut dire que leur influence croit en raison directe de l'étendue des mares, de leur proximité aux habitations, de la quantité des corps organiques qu'elles contiennent, de leur disposition à se putréfier, & enfin de la chaleur de l'atmosphère. Les physiciens modernes ayant cherché à connoître de quelle façon les eaux croupissantes peuvent devenir si nuisibles, ils ont trouvé que les phénomènes de la putréfaction expliquent suffisamment ces effets. La putréfaction, ce mouvement intérieur des corps organiques qui s'excite naturellement lorsqu'ils ont cessé de vivre, & qui est le dernier terme de leur destruction, s'opère très-aisément à l'aide d'une eau dormante, d'un certain degré de chaleur & du contact de l'air atmosphérique. Les eaux qui coulent sur la surface de la terre se trouvent toutes chargées d'un grand nombre de ces particules organiques soit animales, soit végétales: dès qu'elles restent en repos la fermentation putride s'en empare, & se développe en proportion de leur quantité, de leur nature, & des autres circonstances dont

nous avons parlé. Les corps que la putréfaction a gagnés servent de levain, & la propagent avec beaucoup plus de rapidité & d'énergie aux autres corps analogues qui arrivent dans ces eaux. Le changement qui s'opère par ce moyen dans les corps organiques, leur fait perdre presque toutes les propriétés qu'ils avoient dans leur état primitif, & leur en fait acquérir d'autres tout-à-fait différentes, celle surtout d'exhaler plusieurs principes délétères qu'ils ne donnoient pas auparavant. Il est connu qu'à cette époque il se dégage une prodigieuse quantité d'air inflammable, une portion considérable d'air fixe, d'air vicié ou non respirable, une partie non indifférente d'alkali volatil, & probablement encore d'autres gaz & exhalaisons qui ne nous sont pas connues. J'ajouterai qu'il se développe de leur sein une espèce d'huile essentielle qui se répand dans l'atmosphère & la rend puante, & qui peut-être est la plus nuisible de toutes ces exhalaisons. L'air respirable, nécessaire à la vie & à la santé des hommes, doit être dans un certain degré de pureté qui a eté déterminé dernièrement par les observateurs pneumatistes: lorsqu'il s'en éloigne considérablement, il ne peut qu'être nuisible à l'économie animale. Dans le voisinage des endroits marécageux, des eaux croupissantes, des corps organiques qui subissent la fermentation putride, l'atmosphère imprégnée des gaz qui s'en élèvent, est dérangée dans les proportions des airs qui la constituent, de sorte que l'air respirable ne s'y trouve plus dans une quantité suffisante, & il en résulte en conséquence plusieurs espèces de maladies. Mais ce n'est pas seulement par le défaut de

l'air respirable que l'atmosphére est viciée dans ce cas : c'est aussi par le mélange d'autres airs & de vapeurs délétères. Quelques physiciens ont observé que l'air inflammable est propre à causer des fièvres intermittentes lorsqu'on le respire long-tems en grande quantité, & chez nous M. Bonansea l'a confirmé tout récemment (1). M. le Comte Saluces, notre illustre confrère, en a fait sur lui-même la fâcheuse expérience. Il y a quelques années que s'étant occupé sans relâche pendant le cours de plusieurs mois, à faire des expériences sur l'air inflammable, & n'ayant pu s'empêcher d'en humer en grande dose, il fut attaqué malgré sa constitution robuste, de fièvres intermittentes très-opiniâtres. Ces fièvres sont endémiques des endroits marécageux, & des campagnes où l'on cultive le riz, & l'on sait combien d'air inflammable se dégage de ces sortes de terreins. D'autres gaz délétères se développent aussi à l'époque de la putréfaction. Mais nous craignons plus que tout autre principe, cette huile essentielle puante dont nous avons parlé : lorsqu'on connoît les loix des infections contagieuses, & des levains morbifiques, comment ne seroit-on pas allarmé d'un poison aussi subtil, qui par le contact & par la respiration doit porter dans le corps de l'homme les germes funestes de maladies putrides d'une nature très-maligne ? Nous avons d'ailleurs des exemples qui ne peuvent être révoqués en doute, d'horribles épidémies qui n'ont eu d'autre cause.

(1) *Ricerche sulla cagione produttrice delle malattie epidemiche e specialmente delle febbri sinoche putride : del dottor fisico Pier Vincenzo Maria* Bonansea *di Barge* ec. Torino 1790 in 12 Briolo.

» Il est donc très-probable que ces mares où l'on fait rouir le chanvre dans l'enceinte & dans le voisinage de la ville de Bielle, ces réservoirs d'une eau croupissante qui y séjourne long-tems, surtout dans l'intervalle entre la première & la seconde récolte du chanvre; ces ruelles qu'on nous peint comme de vraies cloaques, aient donné lieu aux fièvres épidémiques qui ont régné l'année passée dans la même ville: & puisque ces foyers d'exhalaisons meurtrières peuvent causer des préjudices très-réels à la santé des habitans, nous croyons que si l'on ne peut s'en passer tout-à-fait, on doit au moins les éloigner des habitations à une distance considérable, de la même manière que la sagesse du gouvernement l'a ordonné au sujet des plantations de riz. Notre opinion à ce sujet n'est pas appuyée seulement aux phénomènes généraux des eaux croupissantes, mais encore aux observations particulières sur le rouissage du chanvre. Les eaux qui ont servi à cet objet, coulant ensuite dans des ruisseaux ou des réservoirs, ont causé quelquefois des vertiges, & même la mort, aux poissons qui s'y trouvoient. On sait d'ailleurs combien sont fétides les exhalaisons des routoirs.

» On nous demande encore, si le procédé qu'on suit à Bielle est bien le plus convenable pour le parfait rouissage, c'est-à-dire s'il est à propos de le pratiquer dans des eaux dormantes impregnées de levains putrides, plutôt que dans des eaux claires & courantes.

» Avant de répondre à cette question il faut expliquer l'étiologie complète du rouissage. On se propose, en le faisant, de détacher de la tige les fibres qui composent

l'écorce, & de diviser ces mêmes fibres, de sorte pourtant qu'elles ne s'affoiblissent pas trop, & qu'elles restent propres après les autres préparations qu'elles doivent subir, à être filées en fils minces & assez fins selon l'usage qu'on en veut faire.

» Le gluten qui lie entr'elles & à la tige les fibres de l'écorce, est composé essentiellement d'une gomme & d'une résine : il y a aussi une quantité assez considérable d'air commun, d'air fixe & d'air inflammable interposé dans ces substances. La gomme est dissoluble dans l'eau comme tout le monde le sait, la résine ne l'est point, elle ne se dissout que dans les huiles, dans les alkalis, dans l'éther & les liqueurs éthérées, & dans l'esprit de vin. La partie gommeuse qui est dans le gluten du chanvre, surpasse de beaucoup la partie résineuse, dans la proportion à-peu-près de 27 à 4. Mais cette petite dose de résine ne laisse pas que d'empêcher la prompte dissolution de la gomme dans l'eau froide & naturelle : elle la rend au moins plus lente & plus difficile.

» La putréfaction vient à son aide ; comme elle décompose plus ou moins tous les corps organiques, elle dissout pareillement les gommes & les résines. Il faut aussi se rappeler que cette espèce de fermentation, comme toutes les autres, s'opère plus aisément lorsqu'elle est excitée par des levains analogues.

» Voilà pourquoi quelques auteurs ont soutenu qu'il faut donner la préférence aux eaux croupissantes, imprégnées de levains putrides, sur les eaux courantes & pures : la macération s'y opère beaucoup plus promptement, la par-

tie résineuse du gluten y est dissoute autant que la gommeuse, les fibres de l'écorce y acquierent beaucoup plus de facilité à se détacher de la tige, à se séparer les unes d'avec les autres, & par conséquent à donner des fils de la plus grande finesse.

» Malgré ces séduisans avantages, si l'on se souvient que la putréfaction est le dernier degré de la décomposition de tout corps organique, on doit craindre qu'elle n'attaque & détruise les substances mêmes qui composent les fibres. Tel est le sentiment des auteurs qui ont examiné sans prévention cette méthode. Messieurs Pazet, de Pertuis, Nicolas, Chaptal, & d'autres encore ont observé que le chanvre roui dans les eaux croupissantes & imprégnées de levain putride est plus foible, plus lâche, & donne des fils & des toiles qui ont moins de force, qui font moins d'usage.

» Cet inconvénient est augmenté de beaucoup par le risque auquel on s'expose de passer les limites du rouissage, c'est-à-dire de ne pouvoir arrêter à point nommé les progrés très-rapides de la putréfaction qui gagne les fils mêmes du chanvre, & peut parvenir à les détruire tout-à-fait.

» Ce n'est pas tout encore. Les matières qui sé déposent au fond de l'eau croupissante, ou qui nagent à sa surface, salissent le chanvre, lui font perdre sa blancheur & sa pureté, & rendent par là plus difficile l'effet des préparations qu'il doit subir dans la suite. Les observations qu'on a faites à Bielle, viennent à l'appui de nos remarques. La chenevotte ne brûle pas aisément. Le fil est as-

sez foible, d'une couleur de plomb, & surchargé de poussière, de sorte que les toiles en sortant du métier, se trouvent dures & roides, mais après deux ou trois lessives elles deviennent lâches, & perdent toute leur force.

» On est donc en droit de conclure, qu'il vaut mieux de s'en tenir à l'ancienne méthode qui est en usage dans presque tout le Piémont, c'est-à-dire de rouir le chanvre dans les eaux courantes, ou du moins dans des réservoirs, où l'eau ayant une entrée & une issue se renouvelle continuellement.

» Il est vrai qu'on emploie de cette manière le double du tems, mais le tems ne coûte rien dans une opération qui se fait d'elle-même. On y gagne d'ailleurs de pouvoir saisir avec précision l'époque du parfait rouissage sans courir le risque d'endommager la substance des fibres du chanvre.

» Cette méthode a aussi l'avantage d'être infiniment moins nuisible à la salubrité de l'atmosphère.

» Mais si l'on n'a pas des eaux courantes dans le voisinage (ce qui n'est point le cas de la ville de Bielle) & que l'on ait seulement des mares, où il ne soit pas possible de renouveller l'eau, ce seroit notre avis d'y jeter de la chaux, ou des cendres clavelées, ou de l'alkali du tartre. L'alkali & les terres alcalines s'opposent à la putréfaction, & empêchent par conséquent soit la décomposition des fibres, soit encore l'exhalaison des miasmes putrides. Ces mêmes agens servent aussi à dissoudre la petite portion de résine qui entre dans le gluten du chanvre. La dissolution de la gomme en sera plus aisée.

23 Janvier 1791.

Dana, Bonvoisin, Fontana, Giobert.

CARTE DES ÉTATS DU ROI

Il est encore un objet qui par son importance mérite une place distinguée dans ce chapitre de nos mémoires historiques. Je vais en rendre compte par la traduction d'une partie du rapport de MM. de Caluso, Balbe & Michelotti, rédigé par le premier de ces commissaires.

» M. L'Abbé Lirelli ayant entrepris une carte des états du Roi, a fait hommage à l'Académie du commencement de ses travaux. Nous avons examiné soigneusement la partie qu'il a présentée, & qui comprend déjà une grande étendue de pays. Elle part des dernières limites septentrionales dans l'Ossola supérieure, & passant entre le Lac-Majeur & le Mont-Rosa elle vient aux provinces de Novare, de Bielle, de Verceil, & ensuite par celles d'Ivrée & de Turin elle se joint dans les points de Massé & de Superga au polygone du P. Beccaria. Nous avons pareillement examiné les premières esquisses, & les cahiers d'observations & de calculs, & nous avons reçu de vive voix par l'auteur même tous les autres eclaircissemens qui nous ont paru nécessaires pour juger avec fondement du degré de confiance que peut mériter son ouvrage. Nous avons reconnu par ces moyens que M. l'Abbé Lirelli a mis dans son travail toute la diligence, l'habileté & la bonne foi qu'on devoit attendre de lui: & qu'il a déjà déterminé un grand nombre de points par ses propres observations, par des mesures de triangles, ou autrement.

Son zele admirable lui a fait entreprendre & soutenir des fatigues, des voyages, des dépenses, qui auroient découragé tout autre moins passionné que lui pour la Géographie, pour celle surtout de notre pays.

» Mais nous devons parler de l'importance de l'ouvrage plus encore que du mérite de l'auteur. Il faut donc remarquer que si nous n'avons aucune bonne carte du pays, ce n'est pas qu'on ne se soit point occupé à le mesurer, ou qu'on ait mal fait ce qu'on a voulu faire, mais tout ce qu'on a fait jusqu'à cette heure n'a pas été proprement un travail de Géographie. Nous avons depuis long-tems un corps de Topographes très-respectable, mais la Topographie differe de la Géographie, autant par l'objet qu'elle se propose, que par la méthode qu'elle emploie : elle en differe sans doute beaucoup plus que ne peuvent le croire ceux qui ne sont pas bien au fait de cette sorte d'études. Le véritable objet de la Topographie n'est que la connoissance détaillée de chaque endroit considéré par soi-même, pour servir aux usages politiques, économiques & militaires. La Géographie aussi a pour but de connoître chaque lieu, mais par rapport à l'ensemble comme faisant partie de la surface terrestre : & cela pour l'usage de l'astronomie, de la navigation, de la physique & de l'histoire. La Topographie commence par l'arpentage, elle leve des plans, les joint ensemble, les réduit, ne s'occupe jamais que de petites mesures, ne cherche que l'exactitude & la distinction des parties, ne se sert que de la géometrie plane, & ne s'occupe point du tout de longitudes & de latitudes. Celles-ci au contraire sont les objets de la Géogra-

phie les plus importans, parce qu'elles seules peuvent assurer à jamais la détermination d'un endroit par rapport à la terre toute entière. La surface en est toujours exposée à subir des changemens; l'action des élémens, le laps du tems, la main des hommes, tout tend à l'entretenir dans de continuelles vicissitudes: les guerres, les alluvions, les tremblemens de terre en altèrent l'aspect tantôt dans un lieu, tantôt dans un autre. Les noms changent, les villes s'écroulent, le souvenir même s'en perd, ou du moins il reste douteux si la latitude & la longitude n'ont pas été marquées avec précision. La Géographie ancienne & celle du moyen âge en fournissent bien des exemples, & surtout dans l'immense étendue de pays occupé par les Mahométans. Ptolomée, Nassereddin, Ulug-Bey s'étoient bien occupés très-soigneusement à marquer les longitudes & les latitudes de chaque endroit dont ils avoient à faire mention dans leurs ouvrages, mais comme l'astronomie n'étoit pas parvenue à une perfection suffisante, les déterminations de ces auteurs nous laissent encore une infinité de doutes. Qu'on suppose par exemple qu'il ne fût resté que des ruines des villes de Turin & de Carignan, & que la latitude de Turin se trouvât marquée comme tout le monde le faisoit encore il y a un petit nombre d'années, de 44° 50', si quelqu'un ensuite eût fait dans ces environs des observations exactes, & qu'il eût trouvé que la latitude des ruines plus septentrionales sur la gauche du Po, étoit de 45° 4', qui est celle de Turin, & que les autres ruines étoient à peu-près à 44° 55', qui est la latitude de Carignan, n'auroit-il pas cru que l'ancien Turin devoit être

où est Carignan, ou même n'en auroit-il pas cherché les traces quelques lieues encore plus au sud? Des doutes de cette espèce sont pour l'ordinaire bien plus forts au sujet des longitudes, qui étoient encore infiniment moins certaines que les latitudes. On peut donc avancer en toute sureté que la véritable Géographie mathématique est une science née seulement dans ce siécle, puisqu'elle doit son origine à la perfection de l'astronomie moderne. Ce n'est donc pas aux simples Topographes à en faire profession: c'est beaucoup pour eux, même pour les plus habiles, s'ils en comprennent tous les élémens. Il ne nous appartient pas d'exposer combien sont délicats, sublimes & difficiles les problêmes que cette science doit résoudre, surtout si l'on veut avoir égard au changement de la courbure des méridiens, qui va toujours en diminuant de l'équateur aux poles. Nous ferons seulement remarquer que son procédé est directement contraire à celui que les Topographes emploient, pour tirer de leurs premiers travaux ces espèces de cartes, qui peuvent être appelées Géographiques, parce qu'elles s'étendent à des centaines de lieues, ou parce qu'elles nous donnent dans une petite feuille la représentation d'un grand pays, mais qui par leur nature & leur formation n'étant pas Géographiques, ne peuvent jamais être bonnes, à les regarder sous cet aspect. Ces cartes se construisent par apposition ou assemblage de parties; plus ces parties sont nombreuses, c'est-à-dire plus l'on a de cartes particulières à réduire & à joindre ensemble pour former un seul tout, plus les erreurs se multiplient, les disconvenances augmentent aux extrémités de l'ouvrage, &

les rapports des points plus éloignés se trouvent d'autant moins exacts. Le Géographe au contraire doit partir de la détermination la plus précise qu'il puisse faire des points les plus éloignés, procéder ensuite de triangle en triangle, subordonnant aux plus grands les plus petits, & s'il n'évite pas toujours dans les détails quelque petite erreur, que ceux qui comparent entr'eux les endroits voisins, pourront seuls remarquer, il sera sûr au moins qu'il n'y reste aucune erreur sensible dans la position de chaque endroit sur le globe.

Après ces réflexions générales, nous remarquerons pour ce qui est de notre pays, que venant de Lausanne à Genève, prenant le cours du Rhône, se repliant ensuite sur Grenoble, Briançon, Embrun, jusqu'à Antibe, de là venant à Nice, & remontant à Périnaldo, nous avons un grand nombre de points limitrophes très-bien déterminés par d'excellens Astronomes. D'un autre côté nous avons déjà, ou nous aurons bientôt par les Astronomes de Milan la détermination d'une partie assez notable de nos limites en partant du Lac Majeur & suivant le cours du Tésin jusqu'à Pavie, & de là celui du Po jusqu'à Plaisance. Nous pouvons aussi nous servir de la position de Gênes, que M. l'Abbé Litelli a rectifiée par ses ingénieuses conjectures; & qui depuis a été mise hors de doute par de nouvelles observations, & à l'aide d'un de ces horloges portatives d'une grande perfection, qu'on fait expressément pour déterminer les longitudes, & qu'on nomme garde-tems.

Nous avons de plus presque dans le centre du pays le polygone mesuré par le P. Beccaria qui nous donne Tu-

rin & Superga, Mondevì, Sanfré, Saluces, Rivoli, Balanger, Massè, & Andrà. Et enfin nous avons aussi d'assez bonnes observations des environs de Chamonix, & du Mont-Blanc.

C'est donc la partie septentrionale de ces états qui seroit encore la plus incertaine & la plus sujette à de grandes erreurs sans la carte que M. l'Abbé Lirelli nous a présentée. Ce que nous avons remarqué pour faire voir que non seulement il a le mérite d'avoir bien fait un grand travail, mais encore de l'avoir employé très-utilement.

C'est maintenant par la vallée d'Aoste contigue à celle de Sesia, qu'il faudroit suivre un ouvrage si bien commencé, car c'est une partie qui est encore très incértaine dans nos cartes.

Nous souhaitons aussi que lorsqu'il s'agira de choisir l'échelle pour la réduction de la carte de M. l'Abbé Lirelli, il prenne en considération celle qu'employeront les astronomes de Milan dans la carte de la Lombardie Autrichienne, à laquelle ils travaillent depuis quelque tems.

ce 5 *Juillet* 1791.

Le jugement favorable de l'académie qui avoit déjà été très-utile autre-fois au succés des travaux Géographiques de M. l'Abbé Lirelli, lui procura encore du gouvernement de nouveaux moyens pour continuer son ouvrage. De son côté la compagnie lui fournit tous ceux qui dépendoient d'elle, & lui décerna une médaille d'or de 250 livres comme une récompense honorable du zele dont il avoit donné tant de preuves.

CHAPITRE IV.

MACHINES, INSTRUMENS, ET OUVRAGES DES ARTS ET MÉTIERS PRÉSENTÉS A L'ACADÉMIE

Avant de rendre compte des objets de ce genre qui ont été simplement présentés, nous devons dire un mot des instrumens astronomiques qui ont été cédés à l'Académie. L'observatoire dont nous avons parlé dans le dernier volume, a été achevé l'an 1791, & l'exécution ayant répondu à l'attente, la compagnie a donné un témoignage public de sa satisfaction en décernant une médaille d'or à Monsieur François Feroggio qu'elle avoit déjà décoré du titre de son architecte dès le 11 avril 1790. Mais le nouvel observatoire seroit encore dépourvu de tout instrument, si le Magistrat de la *Réforme* n'avoit jugé à propos de nous faire remettre ceux qui existoient à l'ancien observatoire de l'Université. Celui-ci n'ayant jamais été que provisionnel (*Grad. Taur. n.* 200), on a senti que maintenant il devenoit presqu'inutile, & que tous les établissemens publics étant faits pour s'entr'aider, il falloit éviter des duplications toujours nuisibles. Nous avons donc reçu de l'Université

Une grande lunette achromatique de Dollond avec son micromètre objectif.

Une pendule à secondes.

Un quart de cercle mobile de trois pieds de rayon, à deux lunettes, l'une mobile, l'autre fixe, garnies de leurs micromètres.

Un secteur de neuf pieds de rayon.

Ces deux derniers instrumens sont ceux qui ont servi à la mesure du degrè. Ils ont été construits sous la direction du P. Beccaria, le premier par Francalancia, le second par l'Abbé Chiapella. On peut en voir la description dans le *Gradus Taurinensis cap.* II. & IV.

On a aussi remis à l'Académie d'autres instrumens de moindre importance, & des meubles qui existoient à l'ancien observatoire avec une collection de plusieurs volumes de la *connoissance des tems*, & des éphémérides de Milan & de Bologne.

Nous avons annoncé dans le volume précédent une nouvelle espèce de battoir pour le chanvre, présenté par le Sieur Morlack. On ne peut guères décider d'après un simple modèle, & sans des expériences en grand, qu'une pareille machine soit préférable aux anciennes. Mais dans ces sortes de jugemens on peut quelquefois prononcer sur le mérite de l'auteur sans rien définir encore sur l'utilité de l'ouvrage. C'est dans cet esprit que l'Académie a décerné à l'artiste une médaille d'argent. Quelques-unes des idées présentées par le Sieur Morlach, appartenoient de son aveu à un autre ouvrier très-habile, le Sieur Sebastien Durando de Verzolo, domicilié à Turin, qui en avoit fait l'essai quelques années auparavant. L'Académie arrêta qu'il en seroit fait mention honorable dans ces mémoires historiques. Nous ne donnons pas le rapport des commissaires Messieurs le Comte Balbe & l'Abbé Vasco, parce qu'il sera imprimé dans la *Biblioteca dell' anno* 1793, & que d'ailleurs il est très-

long, le rédacteur ayant cru devoir entrer dans des détails sur le battage du chanvre, parce que dans ces derniers tems on s'est beaucoup occupé du rouissage, & très-peu des opérations subséquentes, qui peut-être sont aussi susceptibles d'un plus haut degré de perfection.

Nous n'avons pas encore dans le pays des raffineries de sucre. Le Sieur Fravega confiseur de cette ville, se proposant d'en établir, fit présenter à l'Académie le 14 Mars 1790, du sucre raffiné de sa façon. Les commissaires Messieurs Bonvoisin & Fontana en portèrent un jugement favorable, mais l'Académie se réserva de prononcer, lorsqu'ils auroient vu les procédés du raffinage.

Le Sieur Charles Roger natif de Verolingue en Piémont, jeune ouvrier en instrumens de mathématique, étant de retour de Paris, présenta à l'académie le 14 Mars 1790, un nouvel instrument pour tracer des parallèles, & des desseins de plusieurs autres machines d'une invention récente. Étant depuis passé à Londres pour s'y perfectionner dans son art, il nous envoya encore d'autres desseins, qui furent présentés le 11 Décembre 1791.

Le 15 Août 1790 le Sieur Cardino de Buttigliera dans la province d'Asti, présenta un modèle fort bien exécuté d'un moulin à cheval.

S. M. ayant renvoyé à l'examen de l'Académie le modèle présenté au ministre, d'une machine à scier le bois,

deux commissaires en ont fait leur rapport, dont les conclusions ont été adoptées par la compagnie le 13 Septembre 1790.

Le Sieur François Topino natif de Scopa dans la vallée de Sesia, pria l'Académie de donner son avis sur le modèle d'un tuyau de cheminée quadrangulaire, ayant quatre ouvertures garnies de battans qui ferment de haut en bas: chacun de ces battans est joint par une petite barre à celui qui lui répond de l'autre côté, de sorte que le vent qui souffle, tient toujours fermée l'ouverture par laquelle il pourroit agir sur l'intérieur du tuyau, tandis qu'il fait ouvrir le battant opposé. D'après le rapport de Messieurs Bonvoisin & Eandi, & surtout d'après l'expérience qui a été faite dans quelques maisons de cette ville, l'Académie a reconnu le 14 Novembre 1790, que ce moyen tout-à-fait simple & assez ingénieux, pouvoit être utile dans certains cas pour préserver de la fumée les appartemens qui y sont sujets. Quelques doutes s'étoient élevés sur la propriété de cette espèce d'invention, mais ces doutes n'affectoient aucunement l'opinion de l'Académie, qui ne donnoit son avis que sur l'utilité du mécanisme sans rien avancer sur sa nouveauté. M. l'Abbé Eandi rédacteur du rapport, a fait remarquer que dès le seizième siecle Philibert Delormes, architecte d'Henry II. Roi de France, avoit déjà imaginé pour le même usage des espèces de bascules, mais il les plaçoit à la base de la cheminée, c'est-à-dire de la partie du tuyau qui sort des toits, & les faisoit ouvrir ou fermer selon le besoin par des petites bar-

res qui descendoient jusqu'au foyer. Un artiste italien, Léon de Padoue qui vivoit dans le siecle suivant sous le Pape Paul V., conçut l'idée de faire servir le vent même à se fermer l'entrée dans le tuyau par le moyen d'une girouette fixée à un cylindre mobile ouvert d'un côté. Cette méthode est encore en usage: celle du Sieur Topino est peut-être plus simple, plus aisée à construire, & moins sujette à se déranger.

Le Ministre ayant souhaité que l'Académie examinât des forces, ou grands ciseaux pour tondre les draps, les premières qu'on eût faites dans le pays, trois académiciens en donnerent leur jugement le 21 de Novembre de la même année.

Il n'y a pas long-tems qu'au lieu d'une simple argenture qui s'use bientôt, on a imaginé en Angleterre de couvrir les métaux plus communs d'une feuille d'argent assez épaisse pour faire autant d'usage que si la pièce étoit toute d'argent massif: on a réuni de cette façon autant qu'il étoit possible, l'économie, la durée & l'agrément. Un artiste François a pensé depuis de faire servir cette méthode à la salubrité des alimens en la substituant à l'étamage ordinaire de la vaisselle de cuisine. Comme l'on avoit de bonne heure imité chez-nous l'argent plaqué des Anglois, qu'on appelle mal à propos platine, un de nos confreres M. Gioberti, encouragea le Sieur Degioanni, orfèvre de cette ville qui étoit déjà connu par cette sorte de travail, à l'employer pour l'étamage: les procédés de cet art nou-

veau n'étant pas encore décrits, ni bien connus, il pouvoit y avoir quelques difficultés à surmonter : elles le furent par les conseils de l'académicien, & l'habileté de l'ouvrier. L'Académie en prit connoissance, & d'après l'avis de ses commissaires Messieurs Morozzo, Bonvoisin, S. Martin & Giobetti, elle accorda au Sieur Degioanni une médaille d'argent le 28 Novembre 1790. Ce jugement ne pouvoit être motivé que sur les expériences auxquelles on a soumis les pièces présentées par l'orfèvre : & la compagnie sans doute ne peut pas répondre qu'un peu moins d'épaisseur dans la couche d'argent ne la rende presqu'inutile à l'objet qu'on se propose. Une 32.^e^ de ligne d'épaisseur a été jugée suffisante par les académiciens de Paris. On peut trouver ces détails, & d'autres notions intéressantes dans le rapport de nos commissaires, qui a été imprimé dans la *Biblioteca Oltremontana e Piemontese. Gennajo* 1791.

Le 13 mars 1791 le Pere De-Levis correspondant a fait presenter un échantillon de fil tiré de l'écorce des branches de mûrier ; avec un mémoire ou il enseigne les procédés de cet art. Du nom italien du mûrier *gelso* il nomme cette espèce de fil *gelseta*. On sait très-bien qu'une infinité de matieres végétales sont propres au même usage, & y sont réellement employées dans plusieurs endroits. Chez-nous, on faisoit à Quiers, il n'y a pas long-tems, des toiles d'ortie. Pour ce qui est de l'écorce des branches de mûrier blanc, Olivier de Serres en fit en France les premiers essais, & les publia dans un petit ouvrage imprimé au commencement du siecle passé, qui a été inséré der-

nièrement dans le supplément de la partie des manufactures de l'Encyclopédie méthodique pag. XVII : ce qui n'ote pourtant pas au Père De-Levis le mérite de ses nouvelles expèriences, l'objet qu'il s'est proposé pouvant dévenir assez utile, puisqu'il s'agit d'une matière qu'on a toujours en abondance, & qui n'est actuellement d'aucun usage. Son mémoire a depuis été imprimé dans un petit recueil ayant pour titre *Enciclopedia Piemontese* vol. II. pag. 58.

M. Caire-Morand, directeur de la manufacture de cristaux établie à Briançon, & membre de l'académie des beaux-arts de Parme, nous a fait voir dans la séance du 20 Mars 1791, une bague de cristal de roche, qui paroissoit toute taillée d'une seule pièce; mais ce qui la rendoit singulièrement remarquable, c'est que l'on voyoit une tête sculptée dans l'intérieur du chaton, sans que l'on pût comprendre d'abord de quelle façon on l'y avoit enchassée. Trop éclairé pour mettre du mystère dans son procédé, M. Caire nous en donna l'explication: il taille une piéce de cristal de la même mesure que le creux du chaton, de sorte pourtant qu'elle ne peut y entrer: il la plonge ensuite dans la glace, & il met la bague dans le feu : par ce moyen l'ouverture du chaton se dilate, & la pièce à enchasser se retrécit au point qu'on peut la mettre à sa place: les deux parties revenant à leur dimension, se joignent tellement qu'il n'est plus possible de les séparer. C'est ainsi qu'un nouveau procédé dans les arts est en même tems une nouvelle expérience en physique.

M. le Comte Graneri Ministre & premier Secrétaire d'Etat pour les affaires internes envoya à l'Académie le 20 Mars 1791 un modèle qui présente a l'oeil les divers moyens qui sont en usage pour amener dans les vallées les arbres qu'on abat dans les hautes montagnes. Ces moyens très-ingenieux qu'on trouve décrits par Du-Hamel & par d'autres auteurs, sont bien connus en Savoie, en Piémont & dans le Haut Novarois. L'auteur du modèle le Sieur Frapolli, natif de cette dernière province, a voyagé expressément dans le Comté de Nice pour y introduire les mêmes usages, afin de tirer parti, pour l'avantage surtout de la marine, des bois immenses qui jusqu'à cette heure ont végété inutilement sur des hauteurs réputées inaccessibles. L'Académie d'après le rapport de Messieurs les Chevaliers De Buttet & Napion, a loué le zele & l'activité de cet homme industrieux & modeste, qui ne donnoit ses travaux que pour ce qu'ils étoient réellement. Il a aussi présenté quelques autres modeles moins importans, c'est-à-dire d'un radeau à mât, d'une scie à contrepoids, & d'un pressoir à coin.

Le Sieur Voyseray ayant fait à Carouge un établissement pour fabriquer des produits chimiques, & surtout de l'huile de vitriol qui jusqu'à présent nous vient tout de l'étranger, il en envoya un essai à l'Académie avec les précautions requises pour en assurer l'identité. Elle le reçut le 15 Mai 1791. D'après l'examen qui en fut fait par M. le Docteur Bonvoisin, on répondit au Ministre, qui souhaitoit d'avoir l'avis de la compagnie, que l'acide vitriolique du

Sieur Voiseray étoit très-concentré, & tel qu'on en trouve très-rarement dans le commerce, son poids étant à celui de l'eau distillée comme 18 à 9 $\frac{1}{4}$: sans mélange d'aucun autre acide il contenoit seulement une très-petite portion de sélénite, telle qu'on en trouve, & même en plus grande quantité dans les acides vitrioliques des autres fabricans. Il etoit tant soit-peu phlogistiqué, mais on a reconnu que ce défaut provenoit du contact du parchemin qui bouchoit la bouteille. Il dissolvoit parfaitement l'indigo de Guatimala, & donnoit cette superbe teinture qui est connue sous le nom de bleu de saxe. On pouvoit donc le regarder comme excellent dans son genre, & très-propre à tous les usages des arts & metiers.

L'art ingénieux de mesurer le tems avec la plus grande précision a beaucoup servi sans doute aux progrés étonnans de l'Astromomie moderne. Mais depuis que cette science a été portée à un degré de perfection, dont on n'avoit anciennement aucune idée, depuis surtout que la théorie la plus sublime s'est trouvée si parfaitement d'accord avec les observations les plus délicates, on a souhaité quelquefois de subdiviser encore les plus petites mesures auxquelles l'art eût su assujettir la succession des instans. La division des minutes en secondes n'a plus paru suffisante ; on auroit voulu mesurer les tierces : c'étoit aller aussi loin que l'imagination, plus loin encore : car nos sens ne peuvent fixer des momens si imperceptibles ; la pensée même se refuse à l'infiniment petit, comme elle se perd dans l'infiniment grand, & nous n'avons pas d'idée plus claire

des élémens du tems que de son éternelle durée. Il y a même une différence entre les deux extrêmes : nous pouvons d'une certaine manière raccourcir le tems, nous ne pouvons aucunement l'alonger : c'est-à-dire il nous est possible de nous faire une idée très-nette & très précise des périodes de tems les plus longues, & de ce côté notre entendement n'a point de limites : il en a au contraire du côté opposé : ce n'est pas la faute des instrumens, ce n'est pas même celle des sens, car dans ce cas ils pourroient se procurer des secours, comme les microscopes & les micromètres en fournissent à l'oeil pour la mesure des petits espaces. C'est le défaut de l'entendement lui-même, ou c'est peut-être la nature de l'objet que l'on doit mesurer, sans qu'il existe autrement que par une véritable abstraction. C'est donc en vain qu'on chercheroit d'y suppléer à l'aide des instrumens ; il seroit très-possible, mais très-inutile de faire marquer sur des cadrans les tierces ou les quartes : on pourroit les distinguer par des espaces très-visibles, mais on ne pourroit jamais les suivre dans la rapidité de leur course.

Cette digression tient un peu à la métaphysique, mais elle étoit presque nécessaire pour faire comprendre l'inutilité dans ce genre d'une perfection idéale. Cependant si l'on veut se borner à partager la seconde en quatre, six, ou même dix parties, les Astronomes pourront savoir gré aux artistes qui leur fourniroient ce nouveau secours. C'est ce qu'a voulu faire le Sieur Morlack, horloger très-habile de cette ville. La première idée qui se présente à l'esprit dans ce genre comme dans bien d'autres, n'est pas la plus

simple ni la meilleure: on pourroit ajouter une aiguille qui sur le même cadran ou sur un autre fît une révolution à chaque seconde, mais il ne seroit pas à propos pour un si petit avantage d'embarasser par de nouvelles pièces le méchanisme de l'horloge. Le Sieur Morlack a imaginé de faire marquer immédiatement par le pendule les divisions de la seconde, en y attachant une aiguille qui passe au devant d'un arc de cercle, sur lequel on peut tracer autant de divisions que l'on souhaite. Il a présenté son dessein à l'Académie le 4 Juin 1791. On lui a fait observer qu'à la rigueur les divisions de l'arc de cercle ne doivent pas être égales pour marquer des tems égaux, à cause de l'accélération du pendule vers le milieu de son oscillation.

Lorsque les ponts ou les bacs sont emportés par des inondations, & que la violence du courant empêche d'y faire passer des bateaux, ou des hommes à la nage, ce qui dure quelques fois plusieurs jours, on est souvent bien embarassé pour se procurer quelque moyen de communication d'un côté à l'autre de la riviere. On tâche ordinairement de lancer à la main ou avec des frondes, ou même par des armes à feu, le bout d'une petite corde qui en entraîne de plus grosses selon le besoin. Mais cette ressource n'est pas toujours praticable: elle devient presqu' impossible si le fleuve s'étend sur un grand espace de terrein. Dans ces circonstances, & lorsque le rivage n'est pas beaucoup élevé au-dessus du niveau de la riviere, on ne pourroit guères mettre en usage ces ponts suspendus sur des chaînes ou des cordes tels qu'on en voit à la Chine

& en Amérique, & qu'on en fait quelquefois à la guerre. Le meilleur parti seroit sans doute d'avoir partout sur les grands chemins des ponts de pierre ou de bois, assez solides pour ne pas craindre les crues subites des eaux, assez longs pour joindre les points du plus grand débordement, ou flanqués de digues assez fortes pour enchasser la riviere, & la contenir sous les arches. De pareils ouvrages sont toujours très-dispendieux, & quelquefois même assez difficiles. C'est ce qui fait que chez-nous & dans bien d'autres pays on trouve encore des bacs à passer sur les routes les plus fréquentées, & l'on reste trop souvent sans aucune communication d'un côté à l'autre de la riviere. Dans une de ces occasions M. le Comte Amé Ferrero-Ponsillon, pour lors Vice-Intendant de la Province de Turin, ayant à faire passer des nouvelles très-interessantes à une partie de la Cour qui se trouvoit à la campagne de Monseigneur le Duc de Chablaix au-de-là de la Stura, du Mallone & de l'Orco, épuisa toutes les ressources que son activité put lui fournir. Dans des circonstances très-difficiles le succès répondit à ses efforts. Il s'occupa depuis à perfectionner les moyens qu'il avoit employés si heureusement, & à les combiner de façon qu'on pût éviter dans la suite un pareil embarras. Dans cette vue il présenta à l'Académie, le 31 juillet 1791, le modèle d'un mécanisme qu'il propose d'établir dans les endroits sujets à ces sortes d'incidens. Suivant son idée il suffit d'établir aux bords de la riviere deux grandes poutres qui portent une bonne corde tendue, avec une autre corde coulante: on sent bien que la longueur de celle-ci doit être double de l'autre: les bouts des deux cor-

des sont arrêtés dans des endroits sûrs: on met de chaque côté un treuil, & on fait couler la petite corde à laquelle est suspendue une boîte ou telle autre chose qu'il s'agit de faire passer. Mais de crainte que le débordement ne dépasse les poutres de sorte qu'on ne puisse en approcher pour détacher la boîte lorsqu'elle est parvenue à ce point, le mécanisme en est combiné de façon que le chemin de la boîte n'est pas embarrassé par les poutres & se fait de côté: voici par quel moyen. La corde tendue ne passe pas au-dessus des poutres, mais de côté sur le bout des bras plantés dans ces poutres & se terminant en croissant: la corde coulante est entrecoupée par une poulie à deux chapes, l'une à l'ordinaire, mais prolongée par en bas, & se terminant en un croc qui porte la boîte: l'autre est un anneau elliptique traversé dans son petit diamètre par le goujon de la poulie: c'est aux extrémités de son grand diamètre que sont attachés les deux bouts de la corde. La poulie roule sur la corde tendue, & passe aisément au dessus des croissans qui sont au bout des bras plantés dans les poutres, tandis que la chape prolongée de la poulie passe en déhors, & le croc portant la boîte passe dessous. L'auteur n'a pas prétendu, comme l'on voit, d'inventer de nouveaux moyens, mais leur application est peut-être nouvelle, & sans doute elle est utile: d'après le rapport de Messieurs le Comte Balbe & l'Abbé Eandi, l'Académie l'a jugée digne d'une mention honorable dans ces mémoires.

V. Nous avons parlé dans le volume précédent (*pag. XXX*) du papier fabriqué par le Sieur Mandil avec des chiffons de

bas de coton, & avec de l'écorce de mûriers. Encouragé par la médaille que l'Académie lui avoit décernée à cette occasion, il continua ses essais pour tirer parti d'autres matières végétales dont on ne fait ordinairement aucun usage. De pareilles recherches avoient déjà réussi à M. Guettard en France & à Thomas Greaves en Angleterre. Le 17 novembre 1791 M. Mandil présenta à l'Académie de la toile & du papier fait avec la tige des lupins. Mais comme il s'occupe encore plus à perfectionner le papier ordinaire qu'à essayer d'en faire de nouvelles espèces, il présenta aussi plusieurs sortes de papier de sa fabrique de Fossan, propres au dessein & à l'écriture, en blanc-pâle, en blanc-rose, en vert-clair, & en gris-de-lin. L'Académie arrêta qu'il en seroit fait mention honorable dans ses séances publiques.

Le même honneur fut accordé au Sieur Mondino pour une presse à rogner le papier présentée le 20 novembre, plus sûre & plus commode que les couteaux dont se servent ordinairement les relieurs & les Marchands papetiers. Nous avons parlé de cet excellent ouvrier soit dans le volume précédent à l'occasion des verges pour les métiers à velours, soit dans celui-ci, en indiquant les balances d'essai qu'il a faites pour l'Académie : ce que nous remarquons ici pour faire voir que les récompenses & les encouragemens accordés par la Compagnie ne paroissent pas inutiles aux progrès des arts.

CHAPITRE V.

MÉMOIRES ET AUTRES OUVRAGES NON IMPRIMÉS PRÉSENTÉS A' L'ACADÉMIE

MDCCXC.

Dès l'année 1787 M. le Chevalier Napion, notre confrère, voyageant dans le Nord d'ordre de S. M., nous instruisit bien souvent des particularités plus remarquables qu'il rencontroit dans les différens pays, relativement aux sciences que l'Académie cultive. Il a toujours continué une correspondance si intéressante, & entr'autres il nous a communiqué un mémoire adressé au bureau des finances qui a été lu dans notre assemblée du 10 janvier 1790, sur les procédés de l'amalgamation en Hongrie, en Bohème & en Saxe (*Saggio sui nuovi procedimenti di amalgazione messi in uso nell' Ungheria, nella Boemia ed in Sassonia.* MS. avec dix planches).

S. E. M. le Comte Perron de S. Martin, chevalier des ordres du Roi, Ministre d'état & ancien premier secrétaire des affaires étrangères, a fait présent à l'Académie le 31 janvier de la même année d'un ouvrage manuscrit de sa composition ayant pour titre: *Pensées diverses de M. le Comte de Perron sur les moyens de rendre le commerce florissant en Piémont &c.*, *auxquelles on a joint un discours sur les monnoies, & la traduction d'une Lettre du Chevalier Cox dans laquelle il fait voir, comment*

il s'y est pris pour établir chez-lui une manufacture de toile, & l'avantage qu'il en a retiré en suivant des maximes qui peuvent également s'appliquer à l'établissement de toutes sortes de manufactures: avec cette epigraphe *Look after good patterns and fallow them*; & la date de *Londres* 30 *août* 1751.

On doit sentir aisément l'intérêt que l'Académie a mis à ce dépôt précieux, le fruit des observations d'un homme d'état, comblé d'éloges par des hommes de lettres & des savans étrangers, au commencement de sa carriere par Algarotti, à la fin par Saussure.

La Compagnie lui a fait parvenir ses remercîmens par l'organe de son chef.

Le 21 février M. le Comte Morozzo a lu son rapport sur la description & les desseins envoyés par M. Goante, de quatre espèces d'oiseaux des alpes : c'est-à-dire une variété d'Epervier; une espèce de Crave que les habitans des environs de Luserne appellent Chauvie; une Gélinotte qui paroît être d'une race intermédiaire entre la véritable Gélinotte de la Savoie & la Perdrix grise-blanche; & un gros Vautour barbu femelle, dont M. Picco docteur médecin a fait la dissection. L'Académie a encouragé M. Goante à continuer ses travaux qu'elle se propose de publier.

Le 14 mars on a présenté un mémoire sur les marées, par M. Michaud correspondant, à la suite d'un autre qu'il avoit envoyé auparavant sur le même sujet.

Le 28 mars on a lu une lettre du correspondant D. Gar-

dini au Secrétaire adjoint, par laquelle il annonçoit d'avoir découvert que les corps électrisés en plus perdent une partie considérable de leur capacité naturelle à contenir la chaleur, & au contraire ils en acquièrent autant au-dessus de leur capacité naturelle s'ils sont électrisés en moins. Il a fait ses expériences sur l'eau, sur le mercure, sur la limaille de fer.

Le 16 mai M. Perenotti nous a lu un mémoire sur l'hydrophobie.

Dans la séance du 13 septembre on a présenté deux mémoires de M. Duchesne, Intendant de la maison de S. A. R. Madame la Comtesse de Provence, sur l'amélioration de l'agriculture en Savoie.

M. Goante qui s'occupe sans cesse à completer l'ornithologie du Piémont, nous ayant envoyé un Vautour particulier de couleur fauve claire avec les pennes des ailes noires, il l'a accompagné d'une bonne description, qui nous a été présentée avec l'oiseau, le 14 novembre. Il le nomme *Vautour pércnoptère blond*, & il croit que c'est le même que l' *Avoltojo grifone* du P. Cetti dans ses *Oiseaux de Sardaigne*. Notre individu pourroit bien venir de cette île, quoiqu'il ait été pris dans la vallée de Luserne, la force de ces grands oiseaux leur permettant de faire de longs voyages; d'ailleurs la maniere dont il s'est laissé prendre, annonçoit assez qu'il étoit très-fatigué de la route; car ne pouvant plus soutenir son vol, il se perça sur un tronc

où le chasseur l'a tiré. On ne trouve point cette espèce de Vautour dans l'ouvrage de Buffon, quoiqu'à l'article du Pércnoptère, & du Griffon il donne la description de quelques Vautours particuliers.

Le 21 novembre on a présenté la topographie médicale des collines du Montferrat dans la province de Casal, par M. Gatti docteur-médecin de Casorzo. Messieurs Dana & Eandi en ont depuis donné leur rapport, & l'Académie a arrêté d'en faire dans ces mémoires la mention la plus honorable. Ce n'est pas seulement un ouvrage complet, mais un grand ouvrage qui renferme une infinité d'objets relatifs à la médecine, à l'agriculture, aux arts, à l'économie domestique & à l'histoire naturelle du pays. Cependant l'auteur veut encore y ajouter d'autres recherches, & c'est le motif qu'il n'a pas encore livré son manuscrit à l'impression. L'Académie a voulu lui donner un témoignage de son estime en le nommant correspondant.

Le 8 décembre M. le Comte Morozzo a présenté la description exacte & détaillée d'un oiseau qui se trouve dans les risieres du Novarois, & qu'on y appelle *Gilardinone* ou *Re di Gilardine*. Il arrive dans le mois de juillet, & en part à l'approche de l'hiver. Sa grosseur est celle d'un pigeon: il a le bec & les ailes comme les Gilardines. La couleur jusqu'au croupion est brune olivâtre, il a deux plumes blanches de chaque côté à l'origine des ailes, les pennes des ailes, & de la queue presque noires. Cet oiseau n'est décrit par aucun naturaliste : M. de Buffon donne seulement

la description de la *Gilardine* des Lombards sous le nom de Marouette.

Dans la même séance M. Allioni a présenté de la part de l'auteur M. Gaussen deux mémoires intitulés

Observations sur un ouvrage qui a pour titre : Mémoire sur le froid extraordinaire que l'on ressentit à Paris, dans les provinces du royaume, & dans une partie de l'Europe au commencement de l'année 1776; par M. Messier. *Mém. de l'acad. roy. des sciences années* 1776 *pag.* 1 *& suiv.*

Observations sur un mémoire intitulé : Expériences faites par ordre de l'Académie sur le froid de l'année 1776 ; par MM. Bezout, Lavoisier & Vandermonde. *Mém. de l'Acad. roy. des sciences* 1777 *pag.* 505-526.

D'après le rapport de MM. Balbe & Eandi l'Académie a arrêté d'insérer dans ses volumes un extrait des mémoires de M. Gaussen. On le donnera dans un autre volume. L'Auteur a été nommé Correspondant.

MDCCXCI.

On connoît le frivole argument contre la rotation de la terre tiré de la chute verticale des graves. Des esprits superficiels pouvoient croire que si la terre tourne d'occident en orient, les corps devroient tomber d'orient en occident. Il étoit facile de leur répondre, mais il ne l'étoit pas autant de s'apercevoir que le mouvement diurne doit réellement produire une petite déviation dans la chute des graves, précisément en sens contraire à celle que le commun

des hommes auroit soupçonnée. Ce n'est que de nos jours qu'on a bien connu cette vérité. Des panégyristes de Descartes soutiendront sans doute qu'il l'a au moins entrevue; il seroit plus juste d'en attribuer l'honneur à Newton & surtout à d'Alembert: mais dans le fond c'est un Savant Italien, M. l'Abbé Jean Baptiste Guglielmini, qui en a donné dernièrement une explication complète. Les graves à chaque moment de leur chute sont mus par la force centrifuge imprimée à tout le système terrestre par la rotation de notre planète. Cette force se combinant avec la gravité, fait parcourir aux graves une suite de diagonales infiniment petites, c'est-à dire une courbe, qui devroit les faire tomber exactement au point où ils seroient tombés, la terre étant immobile, si cette force étoit égale dans le grave qui tombe, & dans le point de la terre qui lui répond en ligne verticale. Mais cette force est plus grande dans le grave, & d'autant plus grande qu'il tombe de plus haut. On le voit d'abord en réfléchissant qu'elle lui feroit parcourir dans le même tems, c'est-à-dire dans les 24 heures, un cercle toujours plus grand. Puisque donc la force centrifuge du grave est plus grande que celle du point de la terre qui lui répond, il doit faire plus de chemin dans le même sens, c'est-à dire il doit se trouver à la fin de sa chute, plus à l'orient. Mais cette déviation orientale n'est pas la seule que doit souffrir la ligne de la chute des graves par l'action de la force centrifuge. Cette force pousse les corps par la tangente d'un cercle parallèle à l'équateur. De quel point de cette tangente qu'on tire une verticale, elle tombera plus vers le sud dans notre hémisphère, & plus vers le nord dans

l'hémisphère opposé, qu'elle ne tomberoit en partant d'un point du parallèle. La chute des graves doit donc se faire plus au sud, ou plus au nord qu'elle ne se feroit, si la seule gravité agissoit sur les corps sans le concours de la force centrifuge. M. l'Abbé Guglielmini avoit fait les premiers calculs sur la déviation orientale. M. Théodore Bonati, Professeur à l'Université de Ferrare, fit ceux de la déviation méridionale qu'il a trouvée plus grande, ce qui confirma dans l'espoir de pouvoir l'observer par l'expérience. M. l'Abbé Calandrelli fit à Rome plusieurs essais dans le collège Romain où il est professeur, & il y réussit assez bien quoiqu'il n'eût que la petite hauteur de 71 pieds de Paris. Cette nouveauté fut d'abord annoncée à l'Académie dans la séance du 9 Janvier 1791, par une lettre du correspondant M. Malfatti à M. Thérèse Michelotti, mais sans aucune explication. Dans la séance suivante du 23 Janvier on reçut les mémoires manuscrits de Messieurs Bonati & Calandrelli, envoyés à l'Académie de la part des auteurs. Dans l'intervalle quelques Académiciens s'en étoient occupés, & M. Ignace Michelotti avoit calculé la déviation méridionale en s'y prenant d'une manière différente de celle de M. Bonati, & il en avoit fait part à l'Académie. M. le Comte S. Martin fit depuis des expériences dans l'église de Superga à la hauteur de 158 pieds, 8 pouces: il en rendit compte à la Compagnie dans la séance du 1 mai. M. Michelotti & d'autres Savans, firent aussi des expériences dans plusieurs endroits, & surtout au clocher de S. Gaudence à Novare. Toutes ces expériences jusqu'à présent n'ont pas donné des résultats bien sûrs & assez uniformes,

quoique les deux déviations y ayent été observées. D. Rodrigue de Souza-Coutinho, pour lors Ministre plénipotentiaire de S. M. T. F. à cette Cour, envoya à l'Académie un mémoire qui fut lu le 6 février; il y remarque très bien que cette nouvelle preuve du mouvement de la terre, n'a point le mérite d'être nécessaire, surtout aprés celle de l'aberration des fixes; il observe de plus qu'on ne peut encore calculer exactement la résistance de l'air, puisque les Physiciens & les Mathématiciens ne sont point d'accord sur ce point. C'est pourquoi il voudroit qu'après avoir résolu à toute rigueur le problème dans le vide, on se servit de ces expériences pour essayer de découvrir le véritable effet de la résistance de l'air qui retarde la chute, & par conséquent augmente les deux déviations. Il est sans doute plus facile, comme nous l'avons dit plus haut, de mesurer une petite différence dans l'espace que dans le tems. Il peut donc être convenable de mesurer la déviation plutôt que le tems de la chute.

Dans la séance du 6 février on a lu un mémoire de M. le Chev. Napion sur quelques espèces de roches prétendues volcaniques, & en particulier sur les basaltes. Ce mémoire a été imprimé dans la *Biblioteca Oltremontana e Piemontese* 1791 *febbrajo pag.* 253.

Le 13 février M. l'Abbé Bernard Bertolini, Docteur de théologie & Professeur de philosophie, a fait présenter un mémoire ayant pour titre: *Saggio sulla nube del monte Soana, e sulla nebbia che in alcune stagioni osservasi tutti gli anni nella Corzonera e*

ne' contorni, coll'aggiunta delle osservazioni barometriche e termometriche, fatte in quel villaggio nel mese di Luglio 1790. D'après le rapport de Messieurs Dana & Eandi, l'Académie a arrêté d'en faire ici mention honorable. Le Mont Soana est situé dans le Haut Canavois entre la vallée de Campiglia & celle de Cogne. Dans la vallée qui descend de cette montagne, & qui porte le même nom de Soana, est le village de Corzonera à la hauteur de 395 toises au-dessus du niveau de Turin, selon les observations barométriques & les calculs de M. Bertolini. Dans un endroit déterminé du Mont Soana on voit souvent pendant l'été une espèce de nuage, qui ne manque jamais d'apporter le vent ou la pluie. L'Auteur a cherché l'explication la plus plausible de ce phénomène, & à cet effet ayant parcouru le pays d'alentour, il en donne la description dans son mémoire, faisant remarquer particulièrement les glaciers des environs de Cogne, & un petit lac qui en tire sa source où se fait sentir dans le voisinage une forte odeur de pétroleum; près de cet endroit il a vu de l'ochre rouge de fer, & sous le glacier de *Lilla* il a trouvé une mine dans une matrice de quartz; l'ayant essayée avec le borax, il a cru non sans fondement, que c'étoit du cobalt minéralisé par l'arsenic, mais d'après les échantillons qu'il en a depuis présentés, ce n'est que du cuivre avec antimoine & arsenic minéralisé par le soufre qu'on connoît sous le nom de mine de cuivre antimoniale grise.

Dans la même séance du 13 février on a présenté un *Mémoire sur l'ignescence des bois & des autres corps en général*, par M. l'Abbé Loquez correspondant. En conformité du

jugement de l'Académie, je vais rapporter les observations plus essentielles dont cet Auteur nous a fait part. On avoit coupé à sa campagne dans les environs de Nice un noyer d'un pied de diamètre. La souche demeura exposée pendant un an aux variations de l'atmosphère; lorsqu'ensuite on entreprit de la fendre à coups de hâche, il en sortit des étincelles. M. Loquez surpris du phénomène, examina d'abord avec tout le soin, si par hazard il y eût eu quelque pierre silicieuse englobée dans le bois: il n'en trouva point: il fit répéter les coups de hâche, & toujours il en obtint un feu plus abondant, & plus vif que celui qu'on tire ordinairement d'un caillou. Jamais ce feu n'étoit aussi vif que lorsque les coups se donnoient transversalement à la direction longitudinale des fibres ligneuses. Ayant laissé ce bois pendant vingtquatre heures dans un endroit humide, il ne fut plus possible d'en tirer la moindre étincelle. Le bois de noyer récemment coupé n'en donna pas non plus. L'Auteur a observé la même scintillation dans des pièces de bois d'olivier, qui avoient séjourné long tems dans son magasin. Il pense que le bois provenant d'un canton marécageux ou exposé au nord, n'a jamais des fibres assez serrées pour offrir ce phénomène de la scintillation: celui au contraire qui a cru lentement dans un terrein sablonneux & chaud, doit être le plus propre à ces expériences. Il y a un degré de sécheresse qui peut devenir nuisible, lorsqu'elle s'est opérée trop promptement: le bois alors a souffert dans ses fibres un retrait considérable; il n'oppose plus assez de résistance au tranchant. Mais il y a des bois qui ne sont pas sujets à cet inconvénient. Les énormes racines, surtout de l'olivier & du chêne, non obs-

tant une chaleur violente ne perdent presque point de leur compacité. La partie aqueuse qu'elles contiennent, susceptible d'évaporation, n'est pas grande chose, & d'ailleurs les fibres en sont tellement contournées & entrelacées les unes aux autres qu'elles ne peuvent jamais souffrir un retrait sensible. Il en est autrement des racines d'un petit diamètre & à fibres longitudinales: une subite évaporation y engendre des fentes, des crevasses, qui percent d'outre en outre, & qui frustrent tout espoir de scintillation. Mais peut être ce n'est pas autant la dureté & la compacité, c'est plutôt l'élasticité qui est nécessaire à ce phénomène, comme l'ont remarqué nos commissaires Messieurs Bonvoisin & Eandi. Celui-ci en faisant le rapport du mémoire nous a informé qu'il avoit fait étinceler des joncs marins les frappant l'un avec l'autre, d'après une semblable observation que lui avoit rapportée M. Victor Forneri Économe de l'Université.

M. l'Abbé Loquez a vu sortir de vives étincelles de la roche calcaire très-dure, frappée avec une lourde massue : ce fait, dit-il, peut se constater tous les jours en longeant l'ancien château de Nice du côté méridional, où l'on réduit en moindres blocs les énormes quartiers que les mines ont détachés des bancs de la montagne. On ne peut guere soupçonner que cette scintillation soit due à un sable vitrescible qui entre dans la composition de cette roche: il est vrai qu'on en rencontre bien souvent en parcourant les montagnes; mais celle dont il s'agit, est parfaitement homogène, & uniquement calcaire, comme l'Auteur dit s'en être assuré par l'analyse. Voilà donc une nouvelle preuve, combien peut être fautif l'essai des pierres par le briquet.

On sait que Pline avoit rapporté que les os du lion entrechoqués donnoient des étincelles: la présomption de nos Savans modernes rangeoit ce fait comme tant d'autres, parmi les contes fabuleux, dont le grand historien de la nature n'a pu quelquefois se défendre: mais M. Crell a fait voir dernièrement que les os pouvoient se durcir au point de donner presqu'autant d'étincelles que le silex.

Le 13 mars M. le Comte Ferrero Ponsillon a fait présenter à l'Académie un mémoire de M. Antoine Hyacinthe Cara de Canonico sur de l'yvoire fossile trouvé à Vinovo, & dans le Po prés de Carignan. L'Auteur est d'avis que cet yvoire appartient aux éléphans d'Hannibal. Il croit avec assez de fondement qu'Hannibal a passé les Alpes entre la Stura & la Maïra; il annonce une dissertation dans laquelle il prouvera que l'armée Carthaginoise avant de prendre Turin s'est arrêtée dans la plaine du Piémont depuis la fin d'août jusqu'au printems suivant: il observe de plus qu'Hannibal avoit trentecinq ou quarante éléphans, lorsqu'il passa le Rhône, & qu'il n'en avoit plus qu'un lorsqu'il entra en Toscane, ce qui peut donner un grand poids à sa conjecture sur l'origine de notre yvoire fossile. Son mémoire a été imprimée dans la *Biblioteca Oltremontana e Piemontese* 1791 *marzo p.* 387.

Dans la même séance le P. De Levis correspondant a fait présenter les trois mémoires suivans.

Lettera scritta al sig. conte Cordero di Castelletto sulla meteora comparsa in Casale agli 11 *di settembre* 1784. C'étoit

un météore igné qui se termina par une petite explosion, le ciel étant serein. L'Auteur prétend avoir observé des indices de volcans non loin de Casal. Il raconte que peu de jours auparavant l'eau d'un ruisseau & des puits voisins rendoit une odeur de soufre très-forte. Il parle aussi d'une trombe d'eau qui s'éleva du Po à l'occasion d'un orage, au moment que le tonnerre éclatoit.

Scherzo sul magnetismo. L'Auteur y expose la prétendue observation d'un homme qui se trouvoit mal toutes les fois qu'il portoit un aimant dans la poche de l'habit près du coeur. Cet écrit a été imprimé dans *Enciclopedia Piemontese* vol. VII. VIII. pag. 131, & en partie dans les *Opuscoli scelti. Milano* tom. XVI. pag. 69.

Ragionamento politico, militare sulla fortificazione di Casale, e sulla strada nuova da Torino a Casale.

Dans la séance du 20 mars M. le Comte Saluces a fait lecture d'un mémoire contenant des expériences sur la pierre à cautère.

Dans la même séance M. l'Abbé Eandi a lu une dissertation, où il expose les découvertes du P. Beccaria, de Messieurs Saluces, Cigna & Morozzo relativement à la calcination, à la combustion, à la respiration & à la végétation. Il y rend compte aussi de quelques expériences qu'il a entreprises à ce sujet. Un célèbre Chimiste & Médecin François, M. Cornette, assistoit ce jour à notre séance avec d'autres Savans de sa nation. M. Eandi en prit occasion de faire remarquer que Jean Rey Médecin & Chimiste François,

avoit déja connu il y a plus d'un siecle & demi, qu'on doit attribuer à l'air l'augmentation de poids que la calcination opère dans les métaux : cette explication d'un phénomène si intéressant se trouve dans un petit livre oublié, que M. Eandi présenta à l'Académie, ayant pour titre: *Essays sur la recherche de la cause pour laquelle l'estain & le plomb augmentent de poids lorsqu'on les calcine*, imprimé en 1630. Mais le P. Beccaria a été le premier qui ait démontré complétement la vérité de cette explication par une expérience très-ingénieuse dont il fit part à M. Lavoisier.

Le 3 avril M. Bonvoisin nous a lu l'*Analyse de la teinture tonique, dite les gouttes de Bestouscheff.* Il a trouvé qu'une once de cette teinture contient environ six gros & demi d'esprit de vin très-pur, un gros & demi d'acide marin concentré, & 16 grains de chaux de fer. On voit par-là que cet elixir dont on fait un si grand secret n'est rien autre que la teinture dont Boerhave donne la composition dans le second volume de ses élémens de chimie au procédé 166, sous le nom de *Vitrioli martis tinctura aurea.*

Le même jour on a fait lecture d'un mémoire de M. le Comte de Saluces ayant pour titre: *Expériences chimiques faites en juillet* 1782 *sur une dissolution de vitriol martial avec de l'alkali volatil concret; obtenu de la décomposition du sel ammoniac par celui de tartre aéré.*

Le 17 avril on a présenté l' observation de l'eclipse solaire du 3 de ce mois, faite à Tortonne par M. Vassalli.

Ce physicien s'étoit proposé d'examiner l'effet de l'eclipse sur la chaleur de l'athmosphère. Voici le résultat de cette partie de ses observations sur trois thermomètres parfaitement d'accord, le premier exposé à l'air, mais à l'abri du soleil, le second exposé au soleil, le troisiéme dans une chambre avec les fenêtres ouvertes. Le commencement de l'eclipse a été à-peu-près à 58 min. après midi, sa fin à $3^h\ 30^m$.

	premier therm.	second therm.	troisième therm.
à $0^h\ 58'$	$13\frac{1}{4}$	$16\frac{3}{4}$	$10\frac{3}{4}$
$1^h\ 24'$	$14\frac{1}{4}$	$20\frac{1}{2}$	$10\frac{3}{4}$
$1^h\ 54'$	$13\frac{1}{2}$	15	$10\frac{3}{4}$
$2^h\ 24'$	$13\frac{1}{4}$	12	$10\frac{1}{2}$
$2^h\ 54'$	13	12	$10\frac{1}{8}$
$3^h\ 24'$	$12\frac{4}{5}$	$11\frac{3}{4}$	$10\frac{1}{4}$
$3^h\ 54'$	13	12	$10\frac{3}{4}$

Dans l'eclipse totale de 1724 on avoit observé à Paris un petit abaissement du thermomètre: on voit maintenant qu'il a été sensible dans une eclipse qui étoit bien loin d'être totale: mais des nuages qui ont passé sous le soleil ont jeté quelques doutes sur l'observation, parce qu'on pourroit leur attribuer, du moins en partie, la diminution de la chaleur. Le baromètre baissa un peu, l'hygromètre marcha au sec, l'électricité de l'atmosphère ne varia point.

Dans la même séance du 17 avril M. Fontana a informé l'Académie d'un phénomène de grossesse très-singulier.

Catherine Durando de Castagné, de l'âge de 36 ans, & mariée depuis 9 ans, a accouché six fois, & toujours elle a perdu la vue au commencement du neuvième mois, pour la regagner après l'accouchement.

Le 1 mai on a presenté de la part de M. l'Abbé Follini, professeur de philosophie au collège roya l d'Ivrée, l'histoire de la cure qu'il a faite par le moyen de l'électricité, d'une tumeur si obstinée qu'elle n'avoit point cédé à aucun autre remède, même aux frictions mercurielles. Cette histoire a été jugée digne d'une mention honorable, d'après le rapport de MM. Somis & Bonvoisin. Elle a été imprimée dans la *Biblioteca Oltremontana e Piemontese* 1791 *agosto pag.* 192. L'auteur a été nommé correspondant.

Le 15 mai on a présenté de la part du P. De-Levis correspondant *Sette lettere sulla nebbia del* 1783.

Entre tous les ouvrages manuscrits de feu M. Ange Carena membre de notre ancienne société royale, on conservoit seulement dans nos archives un discours sur l'histoire militaire des souverains de la maison de Savoie. On savoit qu'il avoit fait un travail qui touche de plus près aux occupations de l'académie, en rassemblant tout ce qu'il avoit pu trouver dans les anciens auteurs rélativement à l'histoire naturelle des états du Roi. M. le Baron Vernazza de Freney qui a été son ami intime, s'est fait un plaisir de communiquer à l'académie par une let-

tre du 5 août 1791 les mémoires originaux de M. Carena, & les dissertations que M. Vernazza lui-même a rédigées sur ces deux objets : ce qui nous a fait regretter d'autant plus que ce soient là les seuls restes qu'il ait maintenant en sa possession, des travaux de notre ancien confrère. Les érudits, & même les savans regretteront sur-tout l'*Italia medii aevi*, & la *Notice des géographes anciens*, ouvrages qui étoient prêts pour l'impression, & qui ont passé en d'autres mains.

Par une lettre du 8 août M. le Chev. Gioeni notre correspondant, auteur de la *Lithologie Vésuvienne*, a communiqué à l'académie ses observations & ses vues sur les gas qui se développent des volcans, & qui sont sur-tout de l'air sulphureux volatil, de l'air hépatique, & de l'air acide marin.

Le 17 novembre on a présenté un *Mémoire sur l'épizootie qui regne en Provence depuis le mois de juillet, & qui affecte les bêtes de somme de la classe des solipèdes* par M. Salabert médecin. Messieurs Brugnone & Bonvoisin en ont fait depuis le rapport le plus favorable. La même épizootie qui régnoit en Provence & dans le Briançonnois, a eu lieu dans les vallées du Dauphiné appartenantes au Roi, dans celle de Suse, dans la Maurienne, dans la Haute Tarentaise. Les observations qu'avoit faites M. Brugnone par ordre des Magistrats de santé de Turin & de Chambery, combinoient parfaitement avec celles de M. Salabert. Mais ce mémoire paroissant regarder la vétérinaire pratique

plutôt qu'aucune des sciences que l'académie cultive, elle a jugé à propos de le transmettre à la société royale d'agriculture, qui s' occupe aussi de cette partie intéressante.

Comme on attaque tous les jours les anciennes vérités, on revient de même aux vieilles erreurs. C'est ainsi qu'on a renouvellé de nos tems les prodiges de la baguette divinatoire. Si ces prétendus prodiges ne sont pas des phénomènes physiques, ils offrent sans doute un phénomène moral bien curieux à contempler. L'attrait du merveilleux a un grand empire sur l'esprit du vulgaire, & le vulgaire est bien nombreux dans tous les siecles, & chez toutes les nations ; mais ce n'est pas là une raison pour rejeter sans examen tout ce qui paroît incroyable au philosophe, qui de crainte d'être trop crédule se jette quelquefois dans l'excès opposé. Lorsque des témoins dignes de fois attestent des faits qu'on juge impossibles, ce n'est pas par des raisonnemens présomptueux, c'est par d'exactes observations qu'il faut découvrir & combattre l'erreur. Et lorsque des hommes éclairés, des savans de profession, des physiciens accoutumés à observer, se montrent convaincus de la réalité d'un phénomène, on ne doit pas prononcer d'aprés les bornes trop étroites que notre entendement peut avoir mises à la nature. Il faut donc excuser, il faut même louer ceux qui ont cru devoir suspendre leur jugement sur des faits nouveaux qui paroissoient étayés de bonnes preuves. Mais ceux-là méritent nos remercimens qui sont parvenus à décéler la source de l'erreur. M. l'Abbé Vasco a eu occasion d'observer de près l'homme le plus

fameux de nos jours pour la découverte des courans d'eaux souterrains & des mines: il a fait part à l'académie de ses observations qui ont été lues le 20 novembre: leur résultat n'est pas favorable à l'adepte. M. le Comte Morozzo en avoit déjà porté le même jugement d'après ce qu'il en avoit vu à Turin. M. le Comte Saluces avoit préparé à l'arsenal des expériences décisives qui malheureusement n'ont pu avoir lieu.

Le 11 décembre on a présenté deux mémoires de M. Marcoz correspondant de l'académie: *Linearum rectarum divisio in quotlibet partes aequales per lineas rectas & circulos*: & *Des équations dont s'évanouissent deux termes affectés de l'inconnue*. Messieurs Michelotti en ont fait le rapport, & sur leur avis la Compagnie en a décrété la mention honorable pour encourager l'auteur dans ses études de mathématiques. Les commissaires ont observé que pour donner une juste idée du premier de ces mémoires, il faut ajouter au titre *ita ut inter segmenta rectarum se se mutuo intersecantium eadem ratio intercedat*. Le problème ainsi exposé quoique tout-à-fait élémentaire, offre pourtant des difficultés, & ne laisse pas que d'être susceptible d'une certaine élégance. On peut en dire autant du second mémoire, où il s'agit de faire évanouir deux termes d'une équation de cette forme

$$y^n - my^{n-1} + my^{n-2} \dots \pm n = 0$$

ce qu'on obtient en faisant $y = z + 1$

Le 18 décembre M. le Comte Morozzo a présenté un

mémoire *sur la mine d'alun de la Tolpha.* Après avoir donné la description de cette mine si fameuse, il fait observer qu'on peut-être surpris de trouver à la fabrique de la Tolpha des cristaux d'alun décaèdres, dont Aldrovandi a déjà donné la figure, qui diffère non seulement de la forme primordiale de la cristallisation de ce sel, c'est-à-dire de l'octaèdre, mais encore de toutes les variétés qu'a décrites M. Romé de l'Isle. Notre Président a remarqué que ces cristaux différens de tous les autres, se trouvoient seulement à l'extérieur des cuves dans la partie inférieure, & qu'ainsi ils provenoient de la filtration de l'eau alumineuse dans la jonction des planches. Ayant dissous de ces cristaux décaèdres dans l'eau distillée, il a reconnu qu'ils avoient tous au milieu un fétu, ou une raclure de bois qui leur servoit de noyau. Ayant filtré la liqueur, & remis à cristalliser, il n'a plus obtenu que des cristaux de la forme ordinaire.

Nous n'avons fait aucune mention dans ce chapitre des mémoires que l'Académie a reçus pour le concours qui est toujours ouvert sur la meilleure méthode d'éclairer les rues. Un seul de ces mémoires qui nous a été remis dans le mois de septembre 1791, a mérité l'examen réfléchi des commissaires. Mais quoiqu'on ose assurer qu'il contient d'excellentes idées, l'Académie n'ayant pu jusqu'à présent en donner son avis définitif, nous n'entrerons encore dans aucun détail. Nous dirons seulement que l'auteur en est M. l'Abbé Charles Castelli de Milan, déjà très-connu par des mémoires qu'il a publiés sur cette matière, & sur d'autres objets aussi intéressans.

CHAPITRE VI.

LIVRES ET AUTRES IMPRIMÉS PRÉSENTÉS A' L'ACADÉMIE

		DONATEURS *Messieurs*
1790 31 *janvier*	Biblioteca Oltremontana e Piemontese 1790 Gennajo. *Torino Stamp. R.* 12.° *Et ainsi de suite à chaque mois*	Les RÉDACTEURS
même jour	Principj, progressi, perfezione, perdita e ristabilimento dell' antica arte di parlare da lungi in guerra, cavata da' Greci e da' Romani scrittori, e accomodata a' presenti bisogni della nostra milizia: dell' abate REQUENO accad. clem. *Torino* 1790 *Briolo* 8.° fig.	L'IMPRIMEUR
7 *février*	*Marcus Antonius* JEMINA philosoph. & med. doctor, acad. reg. scient. Taurinens. corresp. De pleuritide, quæ Ormeam, Garessium, aliaque oppida in valle Tanari fluminis sita populariter infestavit anno Domini 1767 mensibus martio & aprili. *Monteregali* 1789 *Derubeis* 8.° De carbone, sive de carbunculo bovillo. Ad meum de febri epidemica opusculum appendix.	L'AUTEUR correspond.
21 *février*	La specola giornale d' osservazioni meteorologiche all' orizzonte di Torino per l' anno 1790 di una società meteorica, compilato da *G. D.* BERAUDO pensionario di S. M. e membro di detta società ec. *Torino* 1790 *Fontana* 8.°	Le RÉDACTEUR
24 *mars*	Recueil des réglémens généraux & particuliers concernant les manufactures & fabriques du royaume. *Paris* 1730 *impr. roy.* 4.°	S. M.

1790

14 mars — Supplément & suite du recueil des réglémens généraux & particuliers concernant les manufactures & fabriques du royaume, imprimé en 1730 3 vol. in 4.º — S. M.

même jour — Recueil de procédés & d'expériences sur les teintures solides que nos végétaux indigènes communiquent aux laines & aux lainages : par *M. L. A.* DAMBOURNEY, négociant à Rouen, membre de diverses académies & sociétés; imprimé par ordre du gouvernement. *Paris* 1786 *Pierres* in 4.º — Idem

même jour — Supplément au recueil de procédés & d' expériences sur les teintures solides que nos végétaux indigènes communiquent aux laines & aux lainages; par *M. L. A.* DAMBOURNEY, négociant à Rouen, membre de diverses académies & sociétés; imprimé par ordre du gouvernement en l'année 1786. *Paris* 1788 *Pierres* in 4.º — Idem

même jour — L'art de la teinture des fils & étoffes de coton, précédé d'une théorie nouvelle des véritables causes de la fixité des couleurs de bon teint, & suivi des cultures du pastel, de la gaude, & de la garance. *Paris* 1786 *Moutard* in 8.º — Idem

même jour — Osservazioni di *Francesco* TOGGIA regio professore di veterinaria e membro di varie accademie, sulle varie spezie di crusca, e sul fegato d' antimonio nello stato sì sano che morboso degli animali. *Vercelli* 1790 *Panialis* 8.º — L'AUTEUR

même jour — Dissertation sur la maniere d' administrer les bains de vapeurs & les fumigations, avec la description de nouveaux instrumens fumigatoires pour les fumigations universelles ou locales, & d' une machine pour donner des douches dans la chambre du malade; par *M.* DOPPET docteur en médecine. *Turin* 1790 *Briolo* 12.º fig. — L'AUTEUR

1790 *14 mars*	Dissertation sur le thermomètre de Réaumur, par M. Gaussen, des Academies royales ou societés des sciences de Montpellier, Toulouse, Bordeaux, Stockholm, Upsal & Lausanne. *Beziers* 1789 *Fuzièr* 8.°	L'Auteur depuis correspond.
même jour	Opuscoli scelti sulle scienze e sulle arti, tratti dagli atti delle accademie e delle altre collezioni filosofiche e letterarie, dalle opere più recenti inglesi, tedesche, francesi, latine, e italiane, e da manoscritti originali e inediti. *Milano* 1778-87 *Marelli* vol. 10 4.° fig.	Le Comte Balbe secr. adj.
28 mars	Opere anatomiche e cerusiche di *Ambrogio* Bertrandi professore di chirurgia pratica nella R. università di Torino, membro della reale accademia di chirurgia di Parigi, della società reale di Torino, e primo chirurgo della S. R. M. del fu re Carlo Emanuele: pubblicate e accresciute di note e di supplementi dai chirurghi *Gio. Antonio* Penchienati e *Gioanni* Brugnone, professori nella regia università, e membri della reale accademia delle scienze di Torino. *Torino* 1790 *Reycends*. Tomo VIII. 8.° fig.	Les Editeurs académic.
25 avril	Dell' arte di fare il vino, ragionamento di *Adamo* Fabbroni, aggregato alla real galleria, membro delle reali accademie di belle lettere ed economica di Firenze, della Etrusca di Cortona, del congresso accademico di Roma, della società patriotica di Stockolm, corrispondente dell' academia reale delle scienze di Torino, e della società reale degli antiquari di Londra: edizione seconda ampliata dall' autore sulla prima edizione premiata dalla R. accademia economica di Firenze. *Firenze* 1790 *Graziosi* 8.° fig.	L'Auteur correspond.
même jour	Opuscoli matematici del P. D. *Francesco Maria* Franceschinis Bernabita professore di matematica nell' università di Bologna; dedicati all' eminentissimo principe il signor cardinale Ignazio Boncompagni Lo-	L'Auteur depuis correspond.

1790 dovisi segretario di stato della Santità di N. S. papa Pio sesto. *Bassano* 1787. 8.° fig.

4 *mai* Mémoire sur les causes de la mendicité & sur les moyens de la supprimer par *J. B.* VASCO de l'académie royale des sciences de Turin. *Turin* 1790 *Derossi* 8.° — L'AUTEUR académic.

même jour Aphrodisiacus, sive de lue venerea, in duas partes divisus; quarum altera continet ejus vestigia in veterum auctorum monimentis obvia; altera quos *Aloysius* LUISINUS temere omisit scriptores & medicos & historicos ordine chronologico digestos: collegit, notulis instruxit, glossarium indicemque rerum memorabilium subjecit D. *Christianus Gothfridus* GRUNER serenissimo duci Saxo-Vinariensi & Isenacensi a consiliis aulae, botanices & theoretices in universitate litterarum Jenensi professor publicus ordinarius, facultatis medicae adsessor, academiae caesareae naturae curiosorum collega, regiae Aurelianensis & Divionensis, electoralis Moguntinae scientiarum utilium, societatis regiae medicae, & agrariae Parisiensis, ducalis latinae Jenensis, academicae principalis Hassiacae & oeconomicae Bavaricae Burghusanae, Ulissingensis, Harlemensis, physicae experimentalis Rotterodamensis, artium & scientiarum Rheno-Trajectinae & Mosquensis excolendis litteris Rossicis, nec non collegii regii medicorum Nanceiani sodalis. *Jenae* 1789 *p. her. Cunonis.* Tomus tertius fol. — L'AUTEUR depuis correspond.

16 *mai* Recherches sur les irrégularités que présente quelquefois dans sa marche la petite vérole inoculée, & sur la confiance que méritent ces sortes d'inoculations irrégulières: par *M.* CUSSON, docteur en médecine & vice professeur royal de botanique dans l'université de Montpellier, membre de la société royale des sciences de Madrid, de Turin, de Toulouse, de la société royale de médecine de Paris, & du col- — L'AUTEUR correspond.

1790	fessore di fisica sperimentale ec. ec. ec.; pubblicata per ordine del governo. *Milano* 1784 *Marelli* 8.°	
13 *septemb.*	Illustrissimo ac excellentissimo Hieronymo Veneroso serenissimae reipublicae Genuensis senatori amplissimo *Joannes Baptista* GUANI in publicis Levantinensibus scholis philosophiae & matheseos auditor & se & theses suas pubblice propugnandas data omnibus arguendi facultate in perenne observantiae ac venerationis obsequium D. D. D. *Genuae* 1789 *her. Scionici* fol.	Le père GHIRARDENGHI des Augustins auteur.
même jour	Mémoire à Messieurs les députés à l'assemblé nationale, sur les moyens d'asseoir la stabilité du Lycée, & le rendre utile à l'Europe entiere. 8.°	L'auteur M. DUCHENE
même jour	A messieurs les députés à l'Assemblée Nationale 8.° (1790.)	Idem.
même jour	Mémoire remis à M. M. les députés de l'assemblée nationale le 6 juin 1790 *Paris* 1790 8.°	Idem.
14 *novemb.*	Discorso del P. D. *Giuseppe* PIAZZI C. R. corrispondente della reale accademia delle scienze di Torino, recitato nell' aprirsi la prima volta la cattedra di astronomia nell' accademia de' R. studj di Palermo 1790 *stamp. reale* 4.°	L'AUTEUR correspond.
21 *novemb.*	Discorso sopra i mezzi co' quali i Francesi hanno cercato di diminuire i danni prodotti dall' inazione de' mulini da acqua nel rigor dell' inverno del MDCCLXXXVIII-LXXXIX, e sopra qualche maniera particolare di mulini; indirizzato nel MDCCLXXXIX al conte Prospero Balbo sindaco della città di Torino da *Michele Francesco* BUNIVA dottore aggregato alla facoltà di medicina. (*Torino* 1790 *stamp. reale*) 8.°	L'AUTEUR
même jour	Voyage aux vallées de Lanzo, précédé d'un mémoire sur un orage du 2 juin 1789;	L'AUTEUR depuis correspond.

1790	par le comte *Amédée* PONSILLON. *Turin* 1790 *Fea* 8.°	
28 *novemb.*	Memorie della R. SOCIETA' AGRARIA. *Torino* 1790 *Briolo* vol. V. e VI. 8.°	SOCIETÉ R. d'AGRICULTURE
même jour	Calendario reale georgico, ossia almanacco d' agricoltura ad uso principalmente degli agronomi piemontesi, compilato e pubblicato d' ordine della R. SOCIETA' AGRARIA di *Torino* per l' anno 1791 *Briolo* 12.°	SOCIETE R. d'AGRICULTURE
même jour	La specola, giornale d' osservazioni meteorologiche all' orizzonte di Torino per l' anno 1790; di una società meteorica, compilato da *G. D.* BERAUDO pensionario di S. M. e membro di detta società ec. aprile, maggio, giugno. *Torino* 1790 *Fea* 8.°	Le RÉDACTEUR
19 *decemb.*	*Operis anaglyphi interpretatio hoc apposito titulo*, Bonae menti sacrum, quod nobile ingenium omnibus probarit, humanitatem ac ingenuas artes exercendo, Guilielmus Hamilton ab ord. balnei spectatissimus eques, grati animi tessera novo omine renovanda. *Neapoli* 1778 4.° *fig.* (CAJETANI ANCORA).	L'AUTEUR depuis correspond.
même jour	Memoria sull' osservanza degli antichi pel silenzio, scritta per l' accademia etrusca di Cortona da G. A. A. E. *Napoli* 1782 4.°	Idem
19 *decemb.*	Saggio sull' uso de' pozzi presso gli antichi, specialmente per preservativo de' tremuoti. *Napoli* 1787 *Porcelli* 4.°	Idem
même jour	Della salutare ispirazione, ragionamento filosofico critico sulla trasfusione degli aliti umani per soccorso della salute. *Nizza* (*Napoli*) 1788 8.°	Idem
même jour	Dei segni della verginità presso gli anti- , lettera di D. G. A. al sig. A. F. *Montalbano* 1790 8.°	Idem
même jour	Giornale per servire alla storia ragionata della medicina di questo secolo. *Venezia* 1787-88 *Pasquali* tom. IV. e V. 4.°	Docteur AGLIETTI rédacteur depuis correspond.

1790 19 *décemb.*	Esame analitico di un paradosso proposto ai geometri dal sig. D'Alembert, e della soluzione datane dal ch. sig. ab. Don Lorenzo Mascheroni p. prof. di matem. nella R. I. università di Pavia: di *Gioanni* GRATOGNINI. *Pavia* 1790 *stamp. di S. Salvatore* 8. fig.	L'AUTEUR correspond.
1791 9 *janvier.*	Traitè complet de la petite verole & de l'inoculation, où l'on fixe les vrais principes de cette maladie & les avantages de la nouvelle méthode curative très-perfectionnée: avec des observations, des remarques & des exemples pris dans différens auteurs, & tirés d'une longue expèrience de la pratique des inoculations: ouvrage mis à la portée de toutes sortes de personnes, & dediè à M. le Monnier premier médecin du roi: par M. GOETZ, chevalier de l'ordre du roi, docteur en médecine, inoculateur de Madame Elizabeth de France, pensionnaire de LL. MM. le roi de France, & le roi de Sardaigne, & correspondant de l'académie des sciences de Turin. *Paris* 1790 *Croullebois* 12.° *avec le portrait de l'auteur.*	L'AUTEUR correspond.
6 *février*	Biblioteca Oltremontana e Piemontese. Gennajo 1791 *Torino Stamp. Reale* in 12.° *Et ainsi de suite à chaque mois*	Les RÉDACTEURS.
même jour	Tavole dell'effemeridi astronomiche per l'anno 1790, calcolate al mezzo giorno tempo vero nel meridiano di Roma, ad uso della specola Gaetani, che possono essere di comodo e d' utilità a molti ceti di persone, come medici, parrochi, naviganti, viaggiatori ec. mentre vi si nota in ogni giorno l'ora dell' alba, levata del sole, mezzodì, l' età della luna, la sua levata, passaggio pel meridiano ed il tramontare, come gli stessi fenomeni degli altri pianeti di otto in otto	Abbé CAVALLI correspond.

1791 giorni: di più le mutazioni del tempo accadute nel 1771, le di cui lunazioni corrispondendo negli stessi giorni del presente anno 1790, danno perciò comodo a' curiosi di vedere la corrispondenza colle mutazioni del tempo corrente in quest' anno per poter regolare gli affari dipendenti dal tempo buono o cattivo, come anche per l'agricoltura, ed altri usi della umana società: dedicate a S E. il sig. D. Francesco Gaetani duca di Sermoneta e S. Marco, principe di Tiano ec. ec. dall' abate *Eusebio* VEIGA. *Roma* 1789 *Fulgoni* 8.°

Idem 1790 *pel* 1791.

13 *février* — *Andreæ* COMPARETTI in gymnasio Patavino P. P. P. observationes anatomicae de aure interna comparatae. *Patavii* 1729 *Conzatti* 4.° fig. — L'AUTEUR depuis correspond.

13 *mars* — Collectanea physica & mathematica: *c'est une collection d'environ* 140 *opuscules, dont il seroit trop long de donner les titres: on y a joint tous ceux qui étoient déjà en grand nombre dans la bibliothèque de l'académie, & cette collection s'augmente tous les jours.* — Le comte BALBE secr. adj.

20 *mars* — Essais de *Jean* REY docteur en médecine, sur la recherche de la cause pour laquelle l'estain & le plomb augmentent de poids quand on les calcine. *Bazas* 1630 *Millanges* 8.° fig. — L'abbé EANDI académic.

27 *mars* — Biblioteca fisica d' Europa, ossia raccolta di osservazioni sopra la fisica, matematica, chimica, storia naturale, medicina ed arti: di *L.* BRUGNATELLI dottore in filosofia e medicina, socio di diverse accademie ec. ec. *Pavia* 1788-89-90 *stamp. di s. Salvatore* 8.° vol 18 fig. — Le REDACTEUR correspond.

17 *avril* — Della celebratissima tavola alimentaria di Trajano scoperta nel territorio Piacentino l' anno MDCCXLVII, spiegazione fatta da *Secondo Giuseppe* PITTARELLI cittadino d' Asti, — L'AUTEUR

1791	accademico Fossanese, letta ed approvata dall'accademia reale di filosofia e studi utili di Fossano. *Torino* 1790 *stamp. reale* 4.° fig.	
29 *mai*	Raccolta di memorie delle publiche accademie di agricoltura, arti e commercio dello stato Veneto, tomo terzo. *Venezia* 1790 *Perlini* 8.°	*Jean* ARDUINO correspond.
même jour	Mezzi sicuri di accrescere nelle proprie terre i grani ed i bovini, memoria presentata nel mese di dicembre 1790 alla pubblica accademia agraria degli aspiranti di Conegliano dal reverendissimo D. *Domenico* BARON parroco di Mosnigo e socio della detta accademia e d' altre: rassegnata da essa accademia al gravissimo magistrato degli illustrissimi ed eccellentissimi signori provveditori sopra li beni inculti, e deputati all' agricoltura 8.°	idem
même jour	Transunto degli atti della reale accademia delle scienze di Torino per gli anni MDCCLXXXVIII-IX, compilato da *Prospero* BALBO segretario aggiunto. *Torino* 1791 *stamp. reale* 8.°	L'AUTEUR secr. adj.
5 *juillet*	Notizie dell' origine e progressi dell' instituto delle scienze di Bologna e sue accademie, con la descrizione di tutto ciò che nel medesimo conservasi, nuovamente compilate, ed in questa forma ridotte per ordine e comandamento degli illustrissimi ed eccelsi signori senatori, dello stesso instituto prefetti. *Bologna* 1780 *nell' instituto* 8.° fig.	Le comte MOROZZO président
même jour	De variolarum morborumque contagiosorum origine, causa atque facili extinctione; Ferdinando quarto utriusque Siciliae & Jerusalem Regi humanissimo, Hispaniarum infanti &c. principique suo munificentissimo nunc primum proposita simul atque demonstrata a presbytero phil. & med. doct. *Francisco Maria* SCUDERI Catinae archiatro, & in regio ejusdem urbis totiusque Siciliae regni	L'AUTEUR

1791 gymnasio M. P. P. P. P. *Neapoli* 1789 *typ. reg.* 4.° vol. 2.

5 juillet Memoria rassegnata all' augusto monarca delle Sicilie Ferdinando IV dal sac. dott. in fil. e med. *Francesco Maria* SCUDERI, protomedico di Catania, in occasione di presentargli l' opera sua latina sulla facile estinzione del vajuolo ec.; pubblicata di real ordine nella reale stamperia. *Napoli* 1789 *Campo* 4.° — L'AUTEUR

même jour Effemeridi astronomiche per l' anno comune 1790, calcolate al meridiano di Napoli per comodo e vantaggio degli studiosi dell' astronomia e della navigazione: si aggiungono nella fine diverse tavole di frequentissimo uso sì in astronomia che in navigazione, ed alcune osservazioni astronomiche *Napoli* 1789 8.° — Le chev. POLI correspond.

même jour (*Le stesse per l' anno* 1791) *Napoli* 1790 8.° — Idem

même jour Ragionamento sopra il conduttore elettrico Quirinale dell' abate *Giuseppe* CALANDRELLI, pubblico professore di matematica nel collegio romano, membro dell' accademia elettorale di Manheim, e socio dell' instituto di Bologna. *Roma* 1789 *Salomoni* 8.° — L'AUTEUR correspond.

même jour Riflessioni sopra un nuovo sperimento in prova del diurno moto della terra, presentate all' eminentiss. e reveren. principe il signor cardinale Ignazio Boncompagni dall' ab. *Giambattista* GUGLIELMINI. *Roma* 1789 *Barbiellini* 8.° — L'AUTEUR

même jour Analisi della carta corografica del patrimonio di s. Pietro, corredata di alcune memorie storiche ed economiche, di Monsignor *Giuseppe* MOROZZO governatote di Civitavecchia. *Roma* 1791 *stamp. Giunchiana* 4.° colla carta suddetta. — L'AUTEUR frère de notre Président

même jour Nuovo giornale d' Italia spettante alla scienza naturale, e specialmente alle arti ed al — *Jean* ARDUINO correspond.

1793	commercio. *Venezia* tom. I. 1790, tom. II. 1791. *Perlini* 4.° fig.	
31 *juillet*	*Christiani* LANGII prof. med. quondam Lips. facies hippocratica levi penicillo adumbrata : recudi curavit D. *Christ. Gothfridus* GRUNER botan. & theoret., in univers. litt. Jenensi professor. *Jenæ* 1784 ap. *Mankium*. 8.°	L'EDITEUR depuis correspond.
même jour	De variolis fragmenta medicorum Arabum & Graecorum Rhasis, Haly Abbas, Ebn Sina, Isaac, Serapionis, Alsaharavii, Buhahylyha Byngezla, nec non Synesii : junctim edidit, notulis & glossario instruxit D. *Christian. Gothfrid.* GRUNER sereniss. Duc. Saxo Vinariens. & Isenacens. consiliar. aul. . . . . . . acad. Caes. nat. curios. & elect. Mogunt. scientiar. util., collegii medicorum Nancejani, societ. Mosquens. Ulissinganae, Burghusan. & Jenens. Lat. sodalis, societ. med. Paris. correspondens. *Jenæ* 1786 *Heller* 4.°	Idem
même jour	D. *Baptistæ* CODRONCHII medici Imolensis de morbo novo, prolapsu scilicet mucronatae cartilaginis libellus : ob raritatem & dignitatem argumenti recudi curavit, praefationem notulasque addidit D. *Christ. Gothfrid.* GRUNER . . . . in univers. litt. Jenensi prof. med. ord., h. t. decanus . . . *Jenæ* 1786 *Heller* 8.°	Idem
même jour	Tractatus de pestilentiali scorra, sive mala de Franzos, originem remediaque ejusdem continens compilatus a venerabili viro magistro *Joseph* GRUNPECK *de* BURCKHAUSEN super carmina quaedam *Sebastian.* BRANDT utriusque juris professoris. Iterum edi curavit D. *Christian. Gothfrid.* GRUNER prof. med. Jenens. *Jenæ* 1787 *in bibl. academico* 8.°	Idem
même jour	*Jani* CORNARII, professoris quondam medicinae in universitate litterarum Jenensi celeberrimi, conjecturae & emendationes Ga-	Idem

1791	lenicae: nunc primum edidit D. *Christ. Gothfridus* GRUNER . . . . facult. med. assessor, academiae . . . . regiae Aurel., & Divionens., societatis regiae medicae, & agrariae Paris . . . . academicae principalis Hassiacae, & oeconom. Bavaric., Burghus. Ulissingensis, Harlemensis phys. experiment., Roterodamens. art. & scient., Rheno-Traject. *Jenæ* 1789 *Stranckman* 8.°	
31 *juillet*	Mémoire entomologique contenant quelques nouvelles observations sur le vol des insectes, adressé à M. Esprit Giorna membre de la société royale d'agriculture de Turin, de la société Linnéenne de Londres &c. par le comte de LOCHE officier au service de S. M. Sarde 1790 8.°	*Esprit* GIORNA
même jour	L' arte di fare il verderame, ossia istruzione pratica intorno la fabbricazione di questo colore ad uso degli agricoltori piemontesi, letta alla reale società agraria dal signor dottore BUNIVA aggregato al collegio di medicina, della società reale di medicina di Parigi, de' georgofili di Firenze, dell' accademia reale delle scienze di Fossano, dell' accademia Firentina, e socio libero della stessa società agraria. 8.°	L'AUTEUR
même jour	Sul colore dei vegetabili lettera di P. F. con la risposta di *Anton Maria* VASSALLI professore di filosofia e membro di molte accademie. 8.°	L'AUTEUR depuis académic.
17 *novemb.*	*Adami Francisci* KOLLARII ad *Petri* LAMBECII commentariorum de augusta bibliotheca Caes. Vindobonensi libros VIII supplementorum liber primus posthumus. *Vindobonae* 1790 *Trattnern* fol. parv.	La BIBLIOTHEQUE impériale de Vienne
même jour	Memorie di matematica e fisica della SOCIETA' ITALIANA tomo V. *Verona* 1790 *Ramazzini* 4.°	La SOCIÉTÉ italienne de Vérone
même jour	Mémoire sur la combustion du gaz hydrogène dans des vaisseaux clos, lu à l'académie royale des sciences le 21 mai 1790,	SEGUIN depuis correspond.

1791	par MM. FOURCROY, VAUQUELIN & SEGUIN. 8.°	
17 *novemb.*	Observations générales sur les sensations, & particulièrement sur celles que nous nommons chaleur & froid; lues à la société royale de médecine le 24 décembre 1790, par M. SEGUIN. 8.°	L'AUTEUR depuis correspond.
même jour	Mémoire sur l'eudiometrie, lu à l'académie royale des sciences le 28 mars 1791, par M. SEGUIN. 8.°	Idem
même jour	Exposition abrégée des principaux phénomènes qui dépendent de l'action du calorique, par M. SEGUIN. 8.°	Idem
même jour	Elemens de l'art de la teinture par M. BERTHOLLET, docteur en médecine des facultés de Paris, & de Turin, des académies des sciences de Paris, Londres, Turin, Harlem & Manchester. *Paris* 1791 *Didot* deux vol. 8.	L'AUTEUR académic.
même jour	Atti e memorie inedite dell' accademia del Cimento, e notizie aneddote dei progressi delle scienze in Toscana, contenenti, secondo l' ordine delle materie e dei tempi, memorie, esperienze, osservazioni, scoperte, e la rinnovazione della fisica celeste e terrestre, cominciando da Galileo Galilei fino a Francesco Redi ed a Vincenzo Viviani inclusive: pubblicate dal dottore Gio. Targioni Tozzetti. *Firenze* 1780 *Tofani* 4.° fig. *tomi* 3, *de' quali il secondo diviso in due parti.*	Le docteur ALLIONI trésorier de l'académie
même jour	L' agricoltore per l' anno MDCCLXXXIV, opera periodica che comprende tutto ciò che concerne l' agricoltura, cioè pubblica economia, fisica vegetabile, chimica pratica e teorica; nuovi libri, nuove leggi, nuovi ritrovati, non solamente di Italia, ma di tutta l' Europa: compilata da A. F. per servir di annali dell' agricoltura. *Perugia. Costantini* 4.° pic.	Le rédacteur *Adam* FABRONI correspond.

1791 17 *novemb.*	La stessa pel MDCCLXXXV. anno II. *coll' aggiunta nel titolo* della Veterinaria. *Perugia st. Campana in Assisi.*	Le même AUTEUR
	La stessa pel MDCCLXXXVI. anno III. *st. Campana e Sgariglia in Assisi.*	Idem
même jour	Conghietture sopra l' arte di tirar i fulmini appo gli antichi : di *Anton Maria* VASSALLI, professore di filosofia nelle R. scuole di Tortona, e membro di varie accademie. (*Opuscolo inserito nel vol. III. degli* ozi letterarii. *Torino* 1791) *st. Fea* 8.°	L'AUTEUR depuis académic.
même jour	Saggio sopra i principali fenomeni della meteorologia del signor Monge con le riflessioni di *Anton Maria* VASSALLI. *Torino* 1791 *stamp. reale* 8.°	Idem
même jour	Giornale scientifico, e delle arti; ossia epilogo ragionato della storia letteraria del fine del decimo ottavo secolo de' signori GIOBERT, GIULIO, P. LEONE, e MICHELOTTI. 1790 *stamp. reale* 8.° tomi V. VI. VII. VIII.	GIOBERT académic.
11 *décemb.*	*Horatii* BELLINI Astensis AA. LL. magistri, philosophiae & medicinae doctoris, de apoplexia tractatus medico-practicus, cui accedunt commentaria textus 52 sect. 2 lib. 7 de indicationibus, & textus 17 sect. 2 cap. 3 prognosticorum Hippocratis. *Romæ* 1790 *Puccinelli* 8.°	L'AUTEUR
11 *décemb.*	Statuts & réglemens de la société royale patriotique & académique de Valence, dans le département de la Drôme, autorisée par lettres-patentes de sa Majesté en décembre 1786, enregistrées au parlement de Grenoble le 5 juin 1787 (*avec la liste des membres qui composent la société*) 4.°	SOCIÉTÉ académique de Valence

CHAPITRE VII.

OBJETS D'HISTOIRE NATURELLE PRÉSENTÉS A L'ACADÉMIE

		DONATEURS
1790		*Messieurs*
10 *janvier*	Des coquilles de nacre de perle des *Indes Orientales*.	VERDOYA de Nice
14 *mars*	Marbre & stalactite de *Saorgio*, mine de plomb & argent des montagnes de *Tenda*.	Le Chevalier de ROBILANT
même jour	Charbon fossile de *Lavrian*.	VITTON
28 *mars*	Balanite agatisée de la colline de *Quiers*.	BENISSON
9 *mai*	Manganèse envoyée de *Vienne* à M. le Comte de	HAUTEVILLE
24 *mai*	Un gros bloc de feld-spath transparent, du poids de 30 livres environ, recouvert de deux côtés de mica cristallisé en surfaces hexagones, qui se détache par feuillets; des montagnes qui séparent les états du Roi de la vallée du *Tesin* entre le glacier de *Formazza* & le S. *Gothard*. Autre gros bloc de spath calcaire rose cristallisé, ou l'on voit des cristaux de roche enclavés dans le spath avec la terre verte, matrice des cristaux: des mines du *Dauphiné*. Ce spath rhomboidal est une espèce de cristal d'Islande.	Le Comte MOROZZO
24 *mai*	Collection de 25 espèces de bois du pays, & une corne d'ammon	Le Comte S. MARTIN
même jour	Cacholong hydrophane, autre qui ne l'est pas, pechstein avec des dendrites, cacholong avec des dendrites bleues, le tout de *Mussinet* (v. mem. de l'acad. 1784-85 premiere part. pag. 475) Molybdène avec excès de phlogistique faisant une espèce de charbon fossile, de *Thuile* près de *Courmayeur* dans la vallée d'*Aoste*. Druse de sélénite	BONVOISIN

1790	cristallisée, chargée de soufre & de terre de fer, formée naturellement dans les cavernes de *S. Paul* des eaux d'*Aix* en *Savoye*.	
27 *mai*	Deux beaux morceaux de bois pétrifié, incrusté de substance pierreuse, & rempli de vermiculites, dont une partie est agatisée: de la vallée d'*Andona* près d'*Asti*.	Le Comte De VIANO
6 *juin*	Charbon fossile de *Quiers* .	Jos. Ant. BONO
même jour	Jaspe aussi beau que les cailloux d'Egypte, trouvé dans le *Tesin* par M. Thérese Michelotti près de la digue de *Lunato* dans l'état de *Milan*	BONVOISIN
. . . .	Collection de 48 espèces de bois du pays	Le Comte MOROZZO
15 *août*	Charbon fossile des environs d'Aqui	MIGNON
13 *septemb.*	Charbon fossile de deux espèces, de *Mombasile* près de *Céva*; autre d'*Aqui*.	Le Chevalier de ROBILANT
14 *novemb.*	Un oiseau du *Novarois* qu'on nomme dans le pays *gilardinone* ou *re di gilardine* (voyez ci dessus pag. LXIII). Il a depuis été encadré, de même que le suivant, par M. Esprit Giorna de la société royale d'agriculture de Turin, & de la société Linnéenne de Londres, dont on connoît la méthode ingénieuse & très-agréable.	Le Comte MOROZZO
même jour	Autre oiseau qui est le *Mérops* d'Aristote, ou *guépier* de Buffon: on le croyoit étranger à notre pays, mais on en a trouvé des nichées.	GOANTE
même jour	Vautour percnoptère blond, pris dans la vallée de *Luserne* (voyez ci-dessus pag. LXII).	Idem
même jour	Stalactites de la grotte *de' Pugnetti* dans le territoire de *Mezzenile*, bol de *Germagnan*, mine de cuivre du *Mont-bas*, antimoine de la montagne de *Turrion*, cobalt de la mine d'*Usseil*, amianthe gris, & schiste qui se décompose en amianthe du même endroit, amianthe blanc de la montagne de *Viu* &c. (V. le *Voyage aux val-*	Le Comte FERRERO PONSILLON

1790	*lées de Lanzo par M. le Comte Amédée Ponsillon.* Turin 1790 8.°).	
14 *novemb.*	Coquillages fossiles des collines d'*Arignan*: on y voit différentes espèces d'ostracites, des dentales, des murex & des arches. Petites calcédoines des mêmes endroits.	Le Comte de POLONGUERE
28 *novemb.*	Terre à foulon de *Levon* dans le *Canavois*	Le Comte S. MARTIN
1791 9 *janvier*	*Hydnum coralloïdes* agaric qui se trouve sur les muriers, donné par M. le Comte Gaschi à M.	DANA
13 *mars.*	Farine minérale, soit terre calcaire en poussière très fine, trouvée près de *Casal* dans les excavations du nouveau chemin.	Le Père DE LEVIS
même jour	Yvoire fossile de *Carignan* (voyez ci-dessus pag. LXXI).	Le Comte PONSILLON
20 *mars*	Du même . .	Antoine Hyac. CARA DE CANONICO
même jour	Charbon minéral bitumineux de *Bagnasco* dans la *vallée du Tanaro.*	Le Père DE LEVIS
même jour	Manganèse rouge cristallisée de la vallée d'Aoste (voyez-en l'analyse par M. le Chev. Napion dans le vol. précédent); asbeste étoilé blanc-violet contenant manganèse noire; blende ou mine de zinc merde d'oie avec de la galène & du quartz; arsenic pyriteux; mine de fer octaèdre avec pyrites & schoerl d'*Ollemont*: le tout de la *vallée d'Aoste*	Le BARON D'AVISO
27 *mars*	Charbon minéral bitumineux de *Bagnasco* dans la *vallée de Tanaro*, d'un filon abondant, qui a été découvert l'an 1753 par M. le Chev. de Robilant.	Le Chevalier de ROBILLANT
5 *juillet*	Stalactite du *Montferrat.*	Le Comte de VIANO
même jour	Collection de cailloux de l'*Arno*, de marbres & de pierres dures de la *Toscane* & des *deux Siciles*, y compris ceux qu'on tire des excavations d'*Herculanum* & de *Pompeja*; de marbres, albâtres & pierres dures antiques; d'autres modernes de plusieurs endroits d'Italie, en tout plus de 330 pièces: laves & autres productions volcaniques du	Le Comte MOROZZO

1791	*Vésuve* & des environs, plus de 100 pièces: coquillages & autres productions de la mer.	
17. *novemb.*	Schoerl verd & matrice de tourmaline de *Formazza*.	Le Comte MOROZZO
même jour	Coquillages fossiles des collines de la Province d'*Asti*.	Le père ALLOATTI
même jour	Cailloux du *Po*, cristaux de roche d'*Aoste*, mine de *Varzi*, amianthe, bois fossile charbonnifié, trouvé dans la *Staffora* près de *Voghera*, vermiculites de *Vinchio*, coquillages fossiles des montagnes de *Bobbio*, autres du mont *Crea*, autres de *Varzi*, glossopètre des collines du *Montferrat*, coquillages de la mer de *Gênes* &c.	Le père DE LEVIS
20 *novemb.*	Une boite de marbre blanc nommé *Majolica* parce qu'il ressemble à la fayence, *majolica* en Italien, d'une carrière près du lac de *Lugano*.	MELCHIONI correspond.
1 *décemb.*	Substances volcaniques des environs de *Rome* & sur-tout d'*Albano*; ostéocoles, argilles & soufres de *Tivoli*; coquillages fossiles de *Monte Mario*, différentes variétés de la mine d'alun de la *Tolpha*, & des préparations qu'on y fait subir à ce sel; mine de plomb & spath fluor du même endroit.	Le Comte MOROZZO
même jour	Pierre coquillère des collines de *Lessona* près de *Bielle*.	Le Chevalier de ROBILANT
même jour	Mine d'argent grise de la *vallée de Lans* (voyez dans ce vol. pag. 173).	Le Chevalier NAPION

VU, PERMIS D'IMPRIMER

MOROZZO PRÉSIDENT DE L'ACADÉMIE

CORRECTIONS

Pag. 12	*lig.* 27	*effacez* en		
42	*derniere*	alimentaires	*Lisez*	élémentaires
81	*derniere*	matières		manières
87	24	d'y ajouter des cannes		d'y en ajouter d'autres
226	12	*fuit*		*fuerit*
255	6	*laevioris*		*levioris*
295	20	on le réduit		on la réduit
396	1	ses		leurs

AUX MÉMOIRES PRÉSENTÉS

Pag. 82	*lig.* 2	Tom. X.	*Lisez*	Tome VII.
90	4	$A2^{n}.dp1$		$A2^{n}.1dp1$
100	2	$+z^{[m-2]}\frac{d\sigma(m+1)}{dp2}$		$z^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dp2}$
ibi	3	*même correction*		
ibi	15	fixe		finie
104	3	$z^{[m-n]}$		$z^{[m-2]}$
108	5	$A(m^{n}+2).2.\sigma1$		$A(m^{n}+2).1.\sigma1$
ibi	7	$\sigma2A(m^{n}+2)$		$\sigma2A(m^{n}+2).2$
114	*pénult.*	$+\sigma(m-2)\sigma(m-1)S(m-1)^{\prime m''+1}$		$\sigma(m-2)\sigma(m-1)S(m-2)^{\prime m''+2}$
131	4	$\frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m+2)}$		$\frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)}$
133	18	$-\frac{1}{dx^2}d^2A(n-1)\ldots\pm\frac{1}{dx^3}d^3A(n)$		$+\frac{1}{dx^2}d^2A(n-1)-\frac{1}{dx^3}d^3A(n)$
136	12	$+\sigma2\sigma3\int2^{\prime m''+1}$		$+\sigma2\sigma3S2^{\prime m''+2}$
137	14	$+\sigma(m-2)z^{[m-3]}\frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)}$		$+\sigma(m-2)z^{[m-4]}\frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)}$
141	3	cette égale		une égale
ibi	15	$-\sigma(n-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma1\ldots\sigma(n-2)$		$-\sigma(n-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma1\ldots\sigma(n-3)$
223	*lig. dern.*	disant		tandis.

MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE
TIRÉS DES RÉGISTRES
DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES
Années 1790 & 1791

MÉMOIRE
SUR LE MOYEN D'OBTENIR UN ALKALI PHLOGISTIQUÉ EXTEMPORANÉ.

PAR M. LE COMTE FÉLIX S. MARTIN

Parmi les réagens chimiques dont j'ai cru devoir fournir le laboratoire de l'Académie, l'alkali phlogistiqué, eu égard aux travaux entrepris sur l'art de la teinture, étoit sans doute un des plus nécessaires. Pour le préparer j'ai employé la méthode proposée par M. Géoffroy, suivie par M. Macquer & par quelques autres Auteurs. La longueur & l'embarras de cette méthode m'ont fait souhaiter d'en trouver une autre plus facile, d'autant plus que préparé dans Lu le 30 mai 1790

nos laboratoires ce produit chimique revient trop cher pour servir dans les grandes manufactures. Après avoir essayé inutilement différens moyens, il m'en est venu un dans l'idée, auquel j'ai été amené par le rapport qu'il a avec une autre opération chimique très-connue, celle par laquelle on forme l'alkali extemporané.

J'ai pilé dans un mortier une once de nitre avec deux onces de sang de bœuf desséché; j'ai jeté ce mélange peu-à-peu dans une petite poële de fer que j'avois fait rougir au feu, j'avois soin de l'agiter avec une spatule, pour que le nitre détonnât complétement. Je versai ensuite dans la même poële de l'eau de pluie pour lessiver le résidu. Après quelques minutes d'ébullition je filtrai la liqueur qui étoit jaunâtre & amère. Quelques gouttes versées dans une dissolution de vitriol de fer produisirent un précipité jaune qui passa en moins d'une minute au verd, & ensuite au bleu très-foncé par l'addition d'une très-petite quantité d'acide.

Ce premier essai m'encouragea à répéter l'expérience, & tâcher de saturer l'alkali avec le phlogistique, ou au moins de connoître quelle étoit la proportion la plus favorable des deux matières. Pour découvrir quelle quantité de phlogistique étoit nécessaire pour la saturation d'une portion donnée de nitre, j'en ai fait fondre une once dans un creuset : j'ai ensuite jeté du sang de bœuf desséché, & réduit en poudre jusqu'à ce que tout le nitre eût détonné ; j'en employai une once & dix-huit deniers. Le résidu lessivé me fournit une liqueur brune rougeâtre, d'odeur empyreumatique, qui précipitoit le fer comme l'alkali du

nitre pur, & qui ne donnoit pas le moindre indice de phlogistication. Peut-être le nitre fondu détonne-t-il avec trop de violence pour donner le tems au phlogistique de se combiner avec son alkali, & la partie qui pourroit le phlogistiquer se dissipe en vapeurs. J'ai répété trois fois la même expérience, & toujours inutilement; quelques gouttes d'acide versées sur le précipité de fer produit par cette liqueur le dissolvoient entièrement, & même après un repos de quelques jours il ne paroissoit pas la moindre teinte de bleu.

M. Giobert, qui avant d'annoncer mes expériences dans son journal scientifique a eu soin de les répéter, est parvenu à phlogistiquer l'alkali en jetant des os calcinés sur le nitre en fusion. La différence de nos résultats dépend donc de la différente nature des substances animales que nous avons employées. Ce phénomène mériteroit l'attention des chimistes, car il pourroit jeter un grand jour sur la nature de la partie colorante de la lessive prussique; je ne l'ai pas suivi, parce que mon objet étoit plutôt de trouver une méthode pratique que de faire une recherche théorique. Je revins donc au premier moyen qui m'avoit réussi. Je mêlai le nitre avec le sang de bœuf en toutes proportions, en commençant par parties égales jusqu'à quatre parties de sang sur une de nitre. J'observai que l'alkali se phlogistiquoit très-peu à parties égales, & moins encore à quatre parties de sang, parce que dans ce dernier cas la détonnation étoit si lente, qu'une grande partie du nitre n'en étoit pas décomposée. La proportion la plus favorable a été de deux parties de sang sur une de nitre.

Je ferai observer ici en passant, qu'à circonstances égales la phlogistication m'a toujours mieux réussi dans des vaisseaux de fer que dans ceux de terre ; ce qui doit être attribué à une partie du fer qui s'est changé en matière colorante pendant l'opération même, & qu'on observe dans tous les alkalis phlogistiqués.

Le sang dont je me suis servi dans toutes mes expériences, avoit été desséché sans feu, & de manière seulement à pouvoir le réduire en poudre ; je les ai répétées avec du sang calciné jusqu'au point que cesse l'odeur empyreumatique, qui est le vrai moment, où il est en état de donner son phlogistique, & alors deux parties de ce sang sur une de nitre m'ont fourni une liqueur aussi bien phlogistiquée que celle qu'on prépare par la méthode de Macquer. Quand je me suis servi de sang qui avoit souffert un plus grand degré de calcination, & qui avoit perdu son alkali volatil, je n'ai point obtenu la phlogistication : ceci n'indiqueroit-il point que l'alkali phlogistiqué a pour parties constituantes de l'alkali volatil, du fer & de l'alkali fixe ?

J'ai fait détonner le nitre avec d'autres substances animales, comme la corne, les raclures de peau chamoisée &c., mais toujours inutilement ; j'y ai cependant réussi en employant ces substances réduites en état de charbon, mais moins bien qu'avec le sang, de sorte que je le préférerai toujours à toute autre matière, vu qu'il peut être assez desséché par la seule action du soleil.

Cette liqueur, préparée selon ma méthode que je nomme *alkali phlogistiqué extemporané*, précipite le fer

d'abord en jaune verdâtre, & l'addition de quelques gouttes d'acide font passer le précipité au bleu, le seul contact de l'air suffit même pour lui faire prendre une teinte bleuâtre. Je ne prétends pas néanmoins que mon alkali soit saturé de matière colorante, ce qu'on ne peut obtenir que par la digestion de l'alkali sur les précipités métalliques phlogistiqués, & je crois, pour des raisons que j'exposerai ailleurs, que pour la teinture on doit toujours préférer un alkali qui ne soit point saturé de phlogistique. Je me flatte seulement d'avoir trouvé une méthode facile & économique pour se procurer cette précieuse liqueur.

Je vais maintenant exposer un autre moyen avec lequel j'ai obtenu la phlogistication de l'alkali en me servant des seules substances végétales. On trouve dans les volumes de l'Académie des sciences de Paris une suite de très-belles expériences de M. Géoffroy sur cet objet. Ce savant chimiste, étant persuadé que la phlogistication est due à la partie huileuse animale, s'est attaché à traiter les plantes qui fournissent à l'analyse beaucoup d'huile essentielle, telles que le thim, le guajac &c., & il n'est point parvenu à phlogistiquer son alkali. Quant à moi, croyant que la matière colorante est produite par une combinaison particulière du fer, & que l'alkali volatil y joue un très-grand rôle, j'ai tourné mes vues aux plantes qui contiennent ces deux substances.

Des expériences faites pour un autre objet m'ayant découvert que le pastel de vouëde contient beaucoup de fer & d'alkali volatil, j'en ai traité deux parties sur une de cendres clavelées, de la même manière que l'on traite le

sang de bœuf, & j'ai obtenu une liqueur presqu'aussi claire que de l'eau, qui avoit une odeur savonneuse, précipitoit le fer en blanc-verdâtre, passoit en très-peu de tems au brun, & par l'addition d'une goutte d'acide la couleur se changeoit en bleu très-foncé.

J'ai traité la racine de garance de la même manière, & je n'ai point obtenu de phlogistication.

L'alkali phlogistiqué avec le pastel de vouëde présente un phénomène singulier dans la forte odeur de foie de soufre, qui se développe quand on le mêle avec un acide, phénomène dû à quelque sel vitriolique qui se trouve dans cette plante, & qui forme le foie de soufre pendant sa calcination avec l'alkali, je ne crois pas devoir l'attribuer au tartre vitriolé qui est très-souvent contenu dans l'alkali commun, car ce sel neutre est, comme l'on sait, très-peu soluble dans l'eau, & une partie du même alkali, traité avec le sang de bœuf, ne m'a pas donné la moindre odeur sulphureuse.

Parmi les recherches que je me propose de faire sur d'autres substances végétales, je tâcherai de découvrir la cause de ce phénomène, & je me ferai alors un devoir d'en rendre compte à cette savante Compagnie.

SUR L'ÉLECTRICITÉ DANS LE VIDE.

PAR M. L'ABBÉ FRANÇOIS-ANTOINE EANDI.

1. Le fluide ignée, universellement répandu dans tous les corps des trois règnes, s'offre à l'admiration du vulgaire & à l'examen des Physiciens sous trois divers aspects ; celui de lumière, celui de feu commun & celui de feu électrique. Lu le 30 mai 1790

2. C'est en comparant les phénomènes qui semblent se rapporter à chacun de ces trois états que les Physiciens sont parvenus à en déterminer l'analogie & les différences.

3. L'analogie qu'ils ont remarquée dans le fluide ignée, considéré séparément dans chacune de ces trois manières d'être, est que dans le plus haut degré de son action il réduit également en vapeurs les corps les plus fixes, il les enflamme, les calcine & les révivifie après les avoir calcinés. La lumière que darde un miroir ardent, change en vapeurs l'or qu'on a tenu en fusion dans les laboratoires chimiques pendant plusieurs années sans qu'il ait rien perdu de son poids, ensorte qu'on peut en dorer une lame d'argent placée quelques pouces au-dessus de l'or fondu : elle enflamme & calcine tous les corps de différente nature, & révivifie les chaux métalliques. Le feu électrique produit aussi tous ces effets surprenans, & on les obtient de même du feu commun. Voilà les prin-

cipaux points d'analogie, qui rapprochent ces trois espèces de feu.

4. Quant aux différences qu'on leur observe, elles doivent se rapporter aux différentes manières dont le fluide ignée déploie son action selon ce triple état. On vient de voir que la lumière, le feu électrique & le feu commun produisent dans le maximum de leur action les mêmes effets; mais la lumière & le feu électrique les produisent dans l'instant, & ce n'est que dans un tems fort long & en augmentant de mille façons l'activité du feu commun qu'on peut les en obtenir. La moindre distance qu'il y ait entre le feu commun ou la lumière, & les corps sur lesquels l'une & l'autre doivent agir, suffit non seulement pour en diminuer, mais pour en empêcher entièrement l'action, & le verre le plus mince est capable d'interrompre celle de la force étonnante de l'électricité. Voilà les points qui semblent établir les différences du fluide ignée, envisagé sous ces trois divers aspects.

5. Il ne doit donc pas sembler étonnant, si le feu électrique est aujourd'hui reconnu presque de tous les Physiciens comme l'agent le plus puissant de la Nature. Peut-être est-il lui-même le feu aussi pur que la lumière qui n'a pas besoin d'aliment pour se nourrir, ni d'air vital pour s'exciter & s'allumer.

6. En effet il y avoit long-tems que les Physiciens fondés sur l'expérience tomboient généralement d'accord que le feu électrique paroît très-lumineux dans le vide, lorsque M. de Morveau a mis ce sentiment en doute, après avoir rapporté deux belles expériences dont l'une semble

à la vérité le détruire, mais dont l'autre le confirme d'une manière incontestable. C'est ce qui m'a engagé à examiner sérieusement ce point, & j'ose espérer qu'on ne sera point fâché de voir les résultats de mon examen; je crois pouvoir en déduire qu'il n'y a point de combustion dans la lumière électrique.

7. Commençons par les expériences. M. Brisson en rapporte une fort belle de M. Parcieux. C'est une bouteille de Leyde chargée, qui étant placée dans le vide se décharge d'elle-même. On voit dans l'obscurité la lumière électrique se porter de l'endroit où elle est plus dense dans celui où elle est plus rare. Cette expérience qui démontre l'identité d'un fluide & finit de détruire l'hypothèse des deux fluides contraires, fait aussi voir que l'électricité se répand librement dans le vide; c'étoit une satisfaction pour moi que de voir à chaque coup de piston le feu s'élancer en étincelant du crochet dans le ventre de la bouteille.

8. Mais puisque ce n'est qu'autant que l'air retient le feu électrique qu'on est en état d'en démontrer toute la théorie par tant d'expériences, comment peut-on supposer que le lieu qui en seroit privé, apporte la même résistance à son expansion?

9. Monsieur Morgan prétend néanmoins pouvoir le démontrer par l'expérience suivante (1). Il prit un tuyau de la hauteur de 15 pouces & de l'épaisseur d'environ un quart. Il le remplit de mercure avec cette précaution que le tuyau fût très-chaud, & bien frotté intérieurement pour

(1) Voyez les transactions philosophiques 1785 pag. 272.

en dégager l'humidité & l'air qui pouvoient y adhérer ; que le mercure y fût versé tout bouillant, & qu'il en fût exactement rempli, pour qu'il n'y restât pas la moindre bulle d'air. Il en ferma avec le doigt l'orifice, & l'ayant ainsi renversé, il le plongea dans un petit vaisseau contenant du mercure, afin qu'en ôtant le doigt la colonne intérieure en fût soutenue par l'air ambiant. Il fit passer le tuyau dans le sommet d'une cloche de verre, & il en boucha exactement le trou avec du mastic convenable pour empêcher l'air extérieur d'y pénétrer ; il mit cet appareil sous la machine pneumatique, & il en pompa l'air ; la pression de l'air étant ôtée, le mercure descendit dans le vase, & il forma le véritable vide de Torricelli. C'est alors qu'ayant fait communiquer le sommet du tuyau couvert d'une feuille métallique avec la chaîne électrique, il assure n'avoir pas vu la moindre lumière dans la capacité intérieure.

10. Je commencerai par observer que quand même on n'apercevroit réellement aucune lumière électrique dans l'intérieur du tuyau, on ne seroit jamais en droit d'en conclure une parfaite imperméabilité du vide par rapport à l'électricité ; tout ce qu'on pourroit en inférer ce seroit que le mouvement du fluide très-rare est si rapide qu'il est imperceptible à l'œil. C'est ainsi que dans la saison convenable l'on voit quelquefois à une certaine distance de la pointe d'une verge attachée à la chaîne, paroître une aigrette lumineuse, c'est que le feu électrique s'élance de la pointe avec tant de vîtesse qu'il se rend invisible jusqu'à ce qu'arrêté par la résistance de l'air ambiant, il se divise en

tant de filets lumineux, tous réunis dans un seul point. M. Morgan auroit donc dû observer au moyen d'une communication convenable, si le vaisseau qui contenoit le mercure n'auroit pas donné des signes d'électricité, & si le tuyau dans le tems de l'expérience n'étoit pas encore trop chaud, l'électricité dans cette hypothèse fluant librement & invisiblement comme par tout autre corps perméable au fluide électrique.

11. Mais ces considérations à part, en répétant l'expérience de M. Morgan avec toutes les précautions & les circonstances qu'il indique, j'ai vu la lumière électrique briller dans la capacité intérieure du tuyau. Il est vrai qu'il faut une grande obscurité, & un œil bien disposé, autrement le fluide est si subtil & si rare que l'observateur le plus habile peut s'y tromper : mais moyennant ces deux conditions, si après avoir fait mastiquer une verge métallique au sommet du tuyau, & préparé l'expérience de la manière que nous venons de le dire, l'on fait communiquer la verge avec la chaîne, on verra la lumière électrique fluer le long du tuyau, l'on verra même en y portant la main des traits lumineux assez ressemblans aux éclairs. Or si le vide étoit imperméable à la matière électrique comment pourroit-elle se répandre dans le tuyau ? Ne devroit-elle pas au contraire regorger, comme il arrive toutes les fois qu'elle rencontre dans son passage un corps qui lui fait résistance ?

12. En faisant passer au moyen des communications requises l'étincelle électrique dans le vide d'un double baromètre de la hauteur de 40 pouces dont les deux extré-

mités plongeoient dans de petits vaisseaux, je l'ai vue souvent avec le Père Beccaria se porter au plus haut de la courbure pour y manifester sa lumière.

13. On obtient le même effet en se servant d'une grande bouteille de cristal garnie de son robinet. Si après en avoir extrait l'air on la présente à la chaîne électrique, & qu'on y promène la main tout au tour, on voit le feu électrique qui lui appartient, s'en exciter, voltiger par l'ample capacité de la bouteille & offrir l'image des aurores boréales les plus curieuses & les plus lumineuses. Il y a encore plusieurs manières de faire observer dans le vide le mouvement & la lumière de l'électricité. Ces expériences sont plus que suffisantes pour faire voir que l'électricité se répand avec une entière liberté dans le vide.

14. Mais lorsque le fluide ignée doit se dégager lentement des corps, & passer lentement aussi de l'une à l'autre de leurs extrémités, il a besoin de l'air pour deux raisons.

1.° Pour que la pression atmosphérique l'entretienne sur des combustibles comme sur son aliment naturel.

2.° Pour que l'air vital lui fournisse le moyen de s'alimenter, puisqu'il s'amortit, faute d'air libre à l'entour. Dans les plus hautes montagnes le feu ne peut demeurer attaché à son aliment, & il se dissipe à cause de la rareté de l'air, quoique dans cet air il s'en trouve encore assez de vital pour la libre respiration des animaux. C'est pour la première raison que le feu se disperse dans le vide de Boyle, & que la flamme en y est d'abord étouffée. C'est pour la seconde que le feu s'éteint, lorsqu'il est entouré de fluides aériformes en quelque sorte impurs ou

méphytiques. Au contraire si le fluide ignée s'élance immédiatement des corps dont il se dégage pour se dissiper ou s'insinuer dans d'autres, alors il se suffit à lui-même, & n'a pas besoin d'aliment ni pour entretenir la flamme, ni pour altérer les corps. C'est ainsi que la lumière qui part des corps lumineux se répand dans l'air, s'insinue dans d'autres corps, & n'a besoin d'aucun aliment pour se conserver : elle passe également dans le vide de Boyle, & y produit les mêmes effets au moyen du miroir ardent à la réserve de ceux qui ne dépendent pas seulement de l'action de la lumière, mais de quelques autres circonstances, qui sont autant étrangères à cette action qu'elles en sont liées avec l'effet. Elle ne peut point calciner les métaux, par exemple, parce qu'en se calcinant ils absorbent une grande quantité d'air sans que la lumière en ait besoin pour son action immédiate, ainsi qu'elle passe à travers toutes sortes de fluides aériformes quelqu'impurs qu'ils soient.

Le feu électrique se répand aussi librement dans le vide, & y produit les mêmes effets d'une manière constante. Une forte étincelle tirée du carreau de Franklin, & transmise dans le vide par une feuille d'or préparée entre deux lames de cristal, a fondu entièrement la feuille, & imprimé fortement les couleurs ordinaires dans la surface des deux lames. M. de la Métherie lui-même rapporte, que l'étincelle qui a passé dans un vide d'environ deux lignes de mercure par un fil d'or enveloppé dans un morceau de papier blanc, en a réduit quelques parties en vapeurs, ayant trouvé sur le papier une teinte pourprée.

15. M. de la Métherie paroît vouloir attribuer ces der-

niers phénomènes à ce peu d'air qui reste pour l'ordinaire dans les cloches pneumatiques, mais dans ce cas les apparences électriques seroient proportionnelles à ce résidu, & par conséquent les effets dans un vide d'une ligne devroient être d'environ 772 fois moindres ; ce qui est démenti par l'expérience.

16. Aux extrémités d'un tuyau rempli d'eau, dont l'une est exactement fermée, & l'autre qui plonge dans l'eau est ouverte, on dispose deux fils d'or de façon qu'il y ait entr'eux une distance d'environ deux lignes vers l'extrémité fermée. On excite par ce moyen de fortes décharges électriques, & à l'explosion de chaque étincelle il se dégage une petite bulle d'air. Ces bulles s'élèvent successivement pour occuper autant d'espace dans la partie supérieure du tuyau que l'eau baisse, & les bouts des fils demeurent à sec, plongés dans l'air qui se produit; c'est dans ces circonstances que si l'on fait passer par cet air une forte décharge il s'enflamme, redevient eau en brûlant, & le tube s'en remplit.

De cette expérience il me semble pouvoir inférer deux choses : 1.° que l'étincelle électrique n'a pas besoin d'air pour déployer toute son action : 2.° que l'électricité n'est pas de l'air inflammable ou de l'air vital comme le pense M. de la Métherie, & qu'elle n'est pas même un composé d'air inflammable & d'air vital : l'un ne prend point feu sans l'autre, & les deux ensemble ne s'allument point sans le concours de la flamme, ou d'une étincelle.

Dans l'expérience que je viens de rapporter, l'étincelle fait d'elle-même ce qu'on obtient avec la plus grande force

du feu, jointe à la plus grande action des métaux que l'on calcine, & si l'on fait attention à la rapidité de son mouvement, on ne doit point être surpris que l'on n'ait remarqué jusqu'à présent aucun degré de chaleur dans son action. Il est certain que dans la fusion il doit s'exciter une chaleur qui lui soit proportionnelle, mais elle passe avec trop de vîtesse pour être sensible. Mais combien n'est-elle pas grande la force du fluide ignée qu'on dégage avec le briquet, puisque dans un instant insensible on réduit la particule d'acier dans une vraie scorie? Cependant ces particules capables d'allumer l'amadou & la poudre à canon ne font presque jamais d'impression sur la main qui les recueillit; mais doit-on en conclure qu'elles ne contiennent absolument point de ce fluide? La chaleur ne peut devenir sensible sans surmonter la chaleur naturelle du corps qui doit l'éprouver, ou en donner d'autres marques, c'est pour cela qu'on n'a pu jusqu'à présent déterminer le *zéro* de la chaleur. Certains corps qui donnent des marques & une sensation de froid contiennent de même une grande quantité de chaleur; pourquoi donc refuser aux étincelles électriques même très-foibles une semblable activité? Elles suffisent aussi-bien que la flamme pour embraser l'air inflammable qui se refuse à l'action d'un fer rougi. Quant aux différentes couleurs dont le feu électrique paroît revêtu dans bien des circonstances, elles dépendent des différentes matières dont les molécules fondues ou dissoutes d'une manière quelconque demeurent adhérentes à ce feu, qui lorsqu'il est très-abondant & sans aucun mélange se manifeste sous une lumière très-blanche.

17. Il n'y a plus aujourd'hui aucun doute que c'est à l'électricité qu'on doit rapporter cette lumière phosphorique qui se montre lorsqu'on casse le sucre dans l'obscurité. De nouvelles expériences font aussi voir ce qu'on n'auroit jamais cru, qu'il s'en développe beaucoup des métaux par le frottement. Je ne parle point de l'électricité qu'ils décèlent, lorsqu'on les frappe étant isolés avec des peaux de chat, ou de lièvre; cette expérience est équivoque parce que l'électricité pourroit s'exciter dans les poils de ces peaux, & se communiquer aux métaux.

18. M. Priestley a démontré qu'une foule d'étincelles électriques rendent l'air insuffisant à l'entretien de la flamme, & à la respiration des animaux: mais peut-on en conclure que l'étincelle est une combustion? La lumière que darde un miroir ardent embrase les corps inflammables qui se trouvent au foyer, mais il ne s'ensuit pas que cette lumière soit elle-même une combustion; elle ne fait que l'exciter. De même l'étincelle électrique produit quelque espèce d'altération dans cette portion d'air vital qui est contenu dans celui de l'atmosphère, & peut-être le réduit-elle à l'état d'air fixe, quoique à l'égard de l'action de l'électricité sur l'air vital il faille bien des expériences qui n'ont pas encore été tentées pour pouvoir la comparer avec les effets de la combustion & de la respiration; parce que ne pouvant s'enflammer de lui-même, l'on ne sauroit déterminer la manière dont il est altéré par l'action de l'étincelle.

19. Puisque la nature épargne d'autant plus la production de nouveaux êtres, qu'elle prodigue les moyens de les modifier de mille manières au point de les conduire par des

degrés presqu'insensibles d'une espèce à l'autre, & même d'une classe à l'autre, il me semble qu'en recueillant toutes les découvertes des Physiciens pour en faire une comparaison convenable, on pourra penser avec l'immortel Boerhaave que le fluide ignée n'est qu'un seul & même fluide, & que les différentes manières dont il se décèle ne dépendent que des modifications analogues aux corps sur lesquels il agit, & de la différente manière dont il s'en dégage; peut-être enfin le fluide électrique est-il le feu le plus pur, le feu élémentaire, qui a la plus grande part à la combinaison des mixtes.

OBSERVATIONS
SUR QUELQUES PRÉTENDUS HERMAPHRODITES.
PAR M. ANTOINE PENCHIENATI

Lu le 20 mars 1791

La nature est quelquefois interrompue dans le cours des opérations qu'elle suit généralement pour achever le grand ouvrage de la génération. Cette interruption qui est plùs ou moins grande suivant les circonstances, l'oblige à produire des individus d'une conformation plus ou moins singulière, qu'on appelle mal à propos des erreurs, des caprices, des jeux de la nature, comme si cette mère commune des êtres s'écartoit à son gré des loix que la sagesse infinie de son Auteur tout-puissant lui a prescrites pour toujours. Elle les observe inviolablement ces loix, lorsque rien ne l'empêche: elle ne confond ses véritables marques que dans les cas, où elle ne peut surmonter les obstacles qui s'opposent à ses desseins. C'est alors qu'elle enfante malgré-elle ces monstres si dissemblables aux autres individus du même sexe, qu'on a de la peine à leur assigner le rang qui leur est propre, sans parler de tant d'autres, où l'on ne sauroit distinguer que difficilement les véritables caractères, les sceaux distinctifs de l'espèce à laquelle ils doivent appartenir. A tant d'exemples frappans qu'on a déjà rapportés de ces monstruosités sexuelles, je vais en ajouter trois autres qui m'ont paru assez intéressans pour mériter l'attention des curieux. Ce sont trois sujets qu'on qualifioit du nom d'hermaphrodites, & qui étoient proprement trois mâles.

Le premier sujet est un cheval qui en 1768 se trouvoit

à la Vénerie dans le haras du Roi. Il passoit parmi le vulgaire pour un véritable hermaphrodite, & le chirurgien qui l'avoit visité avec le directeur du haras confirmoit cette opinion. Le Roi en fut informé, il m'ordonna de l'aller voir, de l'examiner, de m'éclaircir de la vérité du fait, & de lui en rendre compte. Je remplis ma commission: voici les résultats de mon examen. Le cheval étoit fort-bien conformé dans tout son extérieur: il n'avoit de défectueux que les parties de la génération. La verge étoit par rapport à l'âge plus petite qu'à l'ordinaire, sans prépuce & sans urêtre: tout le reste se trouvoit dans son état naturel. A la racine de la verge, entre le perinée & l'anus l'on voyoit une fente de la longueur de deux bons travers de doigts, & de la largeur d'environ deux lignes avec un trou au milieu qui faisoit la fonction du canal de la verge. Cette fente avoit les bords jaunâtres & calleux avec un petit rebord vers les cuisses. C'est là que se terminoit l'urêtre en formant une fistule dans le perinée. Dans la partie supérieure & un peu à côté la peau qui auroit dû former le scrotum manquoit absolument, sans autre différence que celle des parties voisines qui étoient dans cet endroit un peu plus épaisses; les testicules demeuroient probablement cachés. Les parties latérales de la fistule pouvoient s'opposer à leur descente. Au reste c'étoit un vrai cheval: l'on en avoit fait mal à propos un hermaphrodite sur l'assertion d'une personne, qui auroit dû reconnoître que la fente dont nous venons de faire mention, n'étoit qu'une conformation vicieuse. Ce cheval fut aussi examiné par M. Brugnon, notre confrère.

Les deux autres exemples sont de deux sujets humains. Me trouvant dans un village du Valpergat, j'eus occasion de m'entretenir avec le chirurgien du village, à qui l'on ne pouvoit refuser de l'esprit & des connoissances touchant l'Anatomie. Le discours tomba sur les hermaphrodites, & comme il s'aperçut que j'étois un peu éloigné d'en admettre l'existence, il m'assura d'un ton ferme & décisif que l'on venoit d'en voir un à trois milles de-là, de l'espèce où le sexe masculin est le prédominant, & le féminin imparfait; qu'il avoit été lui-même l'observer de ses propres yeux, & que tous les gens du contour pouvoient encore en faire foi. Il ajouta que cet enfant garçon-fille étoit mort il y avoit peu de tems, mais que la mère venoit d'en faire un autre semblable que nous pouvions aller voir. J'acceptai la proposition: étant arrivés dans l'endroit, la mère démaillota son enfant qui n'avoit alors que dix mois, & par l'examen que je fis des parties de la génération, je m'assurai bientôt que ce n'étoit qu'un garçon un peu mal conformé. Il avoit un petit membre incomplet de la longueur d'un pouce, le gland étoit découvert sans prépuce, avec un trou dans l'endroit de la fosse naviculaire par où sortoit l'urine. La peau destinée à former le scrotum étoit lâche sans testicules, faisant un pli qui, sans l'élargir avec les doigts pour en voir le fond, avoit l'apparence de la division des grandes lèvres de la vulve. C'est ce qui avoit donné lieu à croire que cet enfant réunissoit en lui-même les deux sexes; mais puisque ce fond n'avoit aucune ouverture, c'étoit bien sans fondement qu'on prenoit ce pli pour le caractère distinctif du

sexe féminin. Après avoir examiné ce prétendu hermaphrodite c'étoit tout naturel de demander à la mère, si l'autre enfant qui étoit mort ne ressembloit pas à celui-là : elle répondit qu'il y avoit bien peu de différence de l'un à l'autre. A une telle réponse le chirurgien avoua de bonne foi que l'apparence l'avoit trompé comme les autres.

Le dernier exemple regarde un enfant qu'on croyoit aussi garçon-fille. Il n'y a pas long-tems que me trouvant chez un seigneur, le valet de chambre qui est phlébotomiste, m'a demandé si j'étois curieux de voir un enfant hermaphrodite, qu'il me le feroit apporter chez moi ; c'est ce qu'il fit, lui ayant témoigné que je le verrois avec plaisir. J'observai d'abord dans cet enfant une grosse tumeur à l'endroit du scrotum : elle occupoit tout l'espace qui s'y trouve entre les deux cuisses, ayant au milieu une petite verge beucoup déforme. On remarquoit sur la symphyse du pubis une excroissance de la grosseur d'une petite noix. C'étoit de la racine de cette excroissance que sortoit l'urine, lorsqu'on haussoit le corps horizontalement. Il n'avoit point d'anneau ombilical dans l'endroit ordinaire, il se trouvoit près de l'excroissance & un peu à la droite, de manière qu'il ne paroissoit que difficilement sans hausser les tégumens : cela m'a semblé particulier. Ayant examiné la verge, je l'ai trouvée fort petite avec un conduit superficiel qui s'étendoit depuis sa racine jusqu'au terme du petit gland, divisé comme en deux avec un morceau de prépuce au-dessous, épais & relevé. Aux côtés du gland il y avoit deux sillons, & on en observoit à peu de distance un autre qui sembloit indiquer l'endroit, où l'urêtre

devoit se trouver placé, en sorte que si l'urine eût eu son cours naturel dans l'urêtre, au lieu de couler sous les corps caverneux, elle auroit passé dessus. On touchoit dans le scrotum deux testicules un de chaque côté, lorsqu'une double hernie qu'il y avoit de naissance, faite par les intestins, étoit réduite, & dont la peau faisoit alors à l'endroit du raphé une fente. C'est ce qui avoit donné lieu à attribuer à cet individu les qualités de femelle; mais ce que je viens de dire est plus que suffisant pour me convaincre que c'étoit un mâle, & que toutes les apparences que je viens de décrire, ne pouvoient lui faire donner les attributs du sexe féminin (V. Pl. I.).

En faisant part au Public de ces deux dernières observations, mon but est de prévenir les personnes qui seront chargées des premiers soins de ces sortes d'individus, qu'on ne doit point se hâter de leur prêter un sexe, dont ils n'auront que de légères apparences. Autrement la moindre ouverture qu'on observera au-dessous du pénil d'un garçon le fera passer pour garçon-fille, & le moindre allongement du clitoris d'une fille la fera croire fille-garçon. Il faut consulter les gens de l'art, qui mettront ces enfans en état de remplir les fonctions pour lesquelles la nature les a destinés. S'il arrive que la déformité, & la confusion du sexe soient telles que l'art leur soit inutile, on doit suspendre son jugement jusqu'à ce que l'âge apprenne à ces individus eux-mêmes la classe qu'ils doivent tenir dans la société. Ainsi on évitera tant de questions, qui ont mis bien souvent dans le plus grand embarras les Théologiens & les Dépositaires des loix, qui ne peuvent les décider que sur le rapport des experts.

A Nombril

B Origine de l'urètre par ou sortoit l'urine

C Excroissance de chair de couleur rouge

D Scrotum contenant deux hernies de naissance, faites par les intestins qui remis dans le Ventre donnoient lieu au Scrotum de faire un repli ressemblant aux grandes lèvres d'une Vulve

E Partie de l'urètre

ESSAI

SUR LA COMBINAISON DE L'OXIGÈNE AVEC L'ACIDE SULPHURIQUE, ET SUR QUELQUES PROPRIÉTÉS ÉCONOMIQUES DE L'ACIDE SULPHURIQUE OXIGÉNÉ.

PAR M. JEAN-ANTOINE GIOBERT.

Les Chimistes ont connu depuis quelque tems que l'acide sulphureux que l'on digère sur de l'oxide noir de manganèse, passe à l'état d'acide sulphurique ; que l'oxide de manganèse s'approche de l'état métallique aux dépens d'une partie de son oxigène, qui lui est enlevé par l'acide sulphureux. M. Crell avoit même annoncé que l'on pouvoit oxigéner l'acide sulphurique de la même manière que l'on oxigène l'acide du sel, que l'on distille sur l'oxide de manganèse ; cette même proposition vient d'être confirmée par M. Schurer qui ajoute que, lorsque l'acide sulphurique se trouve surchargé d'oxigène, il dissout l'or & l'argent. Lu le 3 avril 1791

MM. Vauquelin & Bouvier ont cependant essayé sans succès la distillation de l'acide sulphurique sur l'oxide noir de manganèse, car ils n'ont obtenu aucune trace d'acide sulphurique oxigéné. Le gaz oxigène passa tout libre dans leurs récipiens, de même qu'une grande partie de l'acide qui n'eut nullement d'action sur l'or en feuilles, & qui traité à chaud avec l'argent & le mercure forma de l'aci-

de sulphureux, comme cela arrive avec l'acide sulphurique ordinaire. De-là ces Chimistes se crurent fondés à en tirer les conséquences suivantes:

1.° Que l'acide sulphurique dégage du gaz oxigène de l'oxide noir de manganèse.

2.° Que l'acide sulphurique qui passe dans les récipiens n'est nullement différent de l'acide sulphurique ordinaire.

3.° Que le manganèse de la cornue s'est approché de l'état métallique.

4.° Que si M. Crell a obtenu de l'acide sulphurique oxigéné, il employa vraisemblablement dans ses expériences un acide mêlé d'acide muriatique; ou bien qu'il faut que ce soit par un procédé tout différent de celui qu'ils ont suivi, & qu'il n'a pas décrit. Ils ajoutent ensuite qu'il leur est conséquemment permis de ne pas admettre l'existence de cet acide sulphurique oxigéné.

Les faits, dont j'ai l'honneur de rendre compte à l'Académie, prouveront, je crois, que l'on peut surcharger d'oxigène l'acide sulphurique, & feront connoître en même tems quelques propriétés économiques que je lui ai reconnues. Le procédé suivant, infiniment plus facile que celui que MM. Vauquelin & Bouvier ont suivi sans succès, m'a constamment réussi.

On prend deux onces d'oxide noir de manganèse en poudre très-fine; on le met dans un matras, & on y verse au-dessus trois onces d'acide sulphurique ordinaire du commerce donnant 68 à 70 degrés à l'aréomètre de Baumè. On y ajoute ensuite douze onces d'eau distillée. On met le mélange en digestion à un degré de chaleur de 60 à 70

du thermomètre de Réaumur ; on le laisse pendant six heures ; on le fait ensuite bouillir dix minutes environ, on y ajoute douze onces d'eau, on l'enlève du feu, on le laisse refroidir, & on le filtre.

C'est un sulphate de manganèse avec une grande partie d'acide par excès, & dont l'acide excédant se trouve surchargé d'oxigène.

On conçoit aisément, je crois, d'après le procédé que je viens d'indiquer, que le succès des expériences de MM. Vauquelin & Bouvier est tel qu'il devoit l'être ; car l'acide sulphurique qu'ils employèrent donnant 70 degrés à l'aréomètre de Baumé, étoit incontestablement trop peu délayé d'eau pour pouvoir absorber l'oxigène qui se dégage de l'oxide noir de manganèse.

D'ailleurs l'acide sulphurique étant très-fixe, & ne devenant guères plus volatil par sa combinaison avec l'oxigène ne pouvoit passer dans leurs récipiens qu'au moyen d'une chaleur assez forte ; or ce même degré de chaleur nécessaire à la volatilisation de l'acide décompose à son tour la combinaison de l'oxigène d'avec l'acide sulphurique. C'est-là, je crois, la cause du peu de succès de leurs expériences.

L'acide sulphurique oxigéné que l'on obtient par le procédé que je viens d'indiquer, tient en dissolution une partie de l'oxide de manganèse, comme je l'ai déjà remarqué ; mais cela lui est commun avec l'acide muriatique oxigéné, qui d'après mes propres expériences contient constamment lui-même des traces bien décidées de l'oxide métallique, dont on se sert pour lui fournir l'oxigène.

Je ne saurois me dissimuler que la quantité d'oxide de manganèse se trouve dans l'acide sulphurique oxigéné infiniment plus grande que dans l'acide muriatique oxigéné. J'avoue même que ce n'est pas un petit inconvénient que cette quantité d'oxide, lorsqu'on songe à appliquer l'acide sulphurique oxigéné à ces arts, auxquels on appliqua l'acide muriatique; ce que l'on verra plus en détail par des expériences dont je rendrai compte ci-après.

On pourroit le débarrasser en partie en filtrant la liqueur toute chaude, & la laissant refroidir avant que de la délayer avec une nouvelle quantité d'eau. Il se précipite ainsi dans quelques jours au fond du flacon une partie du sulphate de manganèse en cristaux parallélipipèdes, analogues au sel d'Epsom; c'est la figure de ce sel, ou cette analogie apparente, je crois, qui a trompé M. Monnet; du moins dans toute la suite de mes expériences très-nombreuses sur les acides sulphurique & muriatique oxigénés, en examinant les résidus, je n'ai jamais trouvé la moindre trace de magnésie dans l'oxide de manganèse.

L'acide sulphurique surchargé d'oxigène n'a aucune odeur, comme en a l'acide muriatique oxigéné.

On sait que la solution sulphurique de manganèse est de couleur rose, lorsque la dissolution a été faite sans addition de matière combustible. L'acide sulphurique oxigéné conserve constamment cette couleur jusqu'à ce qu'il conserve son excès d'oxigène. L'intensité de la couleur indique même la quantité d'oxigène dont il se trouve surchargé.

L'acide muriatique enlève l'oxigène à l'acide sulphurique; ainsi l'affinité de l'oxigène se trouve plus grande avec l'acide du sel qu'avec l'acide sulphurique. L'adhérence de l'oxigène paroît cependant plus forte avec ce dernier qu'avec l'acide muriatique. J'ai conservé de l'acide sulphurique oxigéné pendant dix mois ; il n'a perdu aucune des propriétés qui le caractérisent, tandis que l'acide muriatique oxigéné se décompose dans peu de jours, & passe à l'état d'acide muriatique ordinaire.

On sait d'après Berthollet que la lumière solaire dégage l'oxigène de l'acide muriatique oxigéné. L'acide sulphurique oxigéné que l'on expose aux rayons du soleil, se trouve de même décomposé ; la couleur rose disparoît, & l'acide se trouve déchargé de son oxigène. Lorsqu'on fait cette expérience avec l'acide muriatique oxigéné, & dans un appareil pneumatique, l'oxigène de l'acide se combine avec le calorique de la lumière, & passe sous la cloche sous forme de gaz oxigène. Mais il n'en est pas de même avec l'acide sulphurique oxigéné. Exposé au soleil dans l'appareil pneumato-chimique il ne dégagea presque point de gaz. C'est sans doute que l'oxigène se trouve reabsorbé par l'oxide de manganèse qui ne sauroit le céder au calorique & aux efforts de la lumière (1). Cependant j'ai

(1) C'est un fait très-connu que la perte que l'oxide de manganèse fait d'une partie de son oxigène lors de sa dissolution dans les acides. On sait également que l'oxide de manganèse, auquel on enleva une partie de son oxigène est très-avide de ce principe, & qu'il l'enlève à tous les corps. Ainsi il n'y a rien de surprenant que l'oxide qui a perdu une partie de son oxigène s'en empare de nouveau, lorsqu'au moyen de la lumière ce principe est devenu libre. L'affinité de l'oxigène avec l'oxide de manganèse qu'on a privé de ce

obtenu quelques pouces d'air oxigène sur pinte d'acide ; mais cela n'arrive pas constamment.

L'acide sulphurique oxigéné de même que l'acide muriatique oxigéné détruit les couleurs des végétaux. Cet effet n'est pas aussi marqué que par l'acide muriatique oxigéné, mais il est cependant très-sensible, méme sur les teintures les plus solides.

De la toile teinſe en rouge par le sandal digéré dans l'alcool, & dont la matière colorante étoit fixée par l'eau

---

principe est si grande, que l'air atmosphérique se trouve constamment décomposé par cet oxide en lui cédant une partie de son oxigène. Ainsi l'oxide de manganèse dont on a tiré tout l'oxigène par l'acide sulphurique, s'en charge d'une nouvelle quantité lorsqu'on l'expose à l'air atmosphérique, & pour lors traité de nouveau au feu en fournit une quantité même plus grande que celle que l'on avoit obtenue la première fois. Si au lieu d'exposer le manganèse au contact de l'air atmosphérique on le plonge dans un verre d'eau, ou si on verse de l'eau dans le verre même, dans lequel ſe trouve l'oxide de manganèſe dont on a tiré l'oxigène, & que l'on a conséquemment blanchi, l'oxide se trouve pourvu de la partie d'oxigène qu'on lui enleva, il noircit dans l'instant, & devient propre à fournir une nouvelle quantité de gaz oxigène. Ce fait que je viens de conſtater tout récemment par des expériences réitérées prouve de la manière la plus complète la décomposition de l'eau ; car il n'y a que ce fluide avec lequel on le met en contact qui puisse lui fournir la quantité prodigieuſe d'oxigène qu'il a perdu. Il ne s'agit que de voir s'il se dégage dans cette expérience l'hydrogène, qui fait partie de l'eau qui ſe décompoſe pour fournir l'oxigène à l'oxide de manganèſe. C'est ce dont je suis persuadé, mais que je n'ai pu vérifier par l'expérience, connoissant assez bien l'insuffisance de mes appareils pour une expérience si délicate. Je l'ai indiquée ici pour engager d'autres à la tenter ; je remarquerai seulement que pour que ce fait ait lieu, il faut que l'on ait tiré la plus grande quantité possible de gaz oxigène de l'oxide, & que l'eau y soit versée dessus, lorsque l'oxide se trouve encore très-chaud, car si on le laisse refroidir en s'emparant de l'oxigène de l'air atmosphérique, il s'en trouve déjà chargé au point d'être devenu insuffisant pour opérer la décomposition de l'eau, & pour lors l'oxide ne noircit plus.

de colle sur la toile préparée par la dissolution d'étain, a été complétement décolorée dans 18 heures, étant la température de mon laboratoire à 8 degrés au-dessus de o. Cette teinture est très-solide d'après Vogler, & mes propres expériences.

La couleur laque des baies de la phytolaque (*phytolacca decandra*) est détruite très-promptement par l'acide sulphurique oxigéné. Ce qui arrive également lorsque cette teinture se trouve fixée sur les étoffes par l'eau de colle, les acides, la dissolution d'étain, & le sulphate d'alumine.

De la toile teinte en rouge par un bain de baies de cristophorienne (*actaea spicata* Lin.) cuites avec de l'acidule tartareux, & auparavant préparée par la dissolution d'étain se trouva complétement décolorée dans 26 heures par l'acide sulphurique oxigéné, la température étant 10 au-dessus de la congélation. Ce bain de teinture donne une couleur aussi solide que celui de la cochenille au rapport de Tielebein.

Les teintures bleues végétales telles que celles de fleurs de mauve, des violettes, du bois jaune (*morus tinctoria* Lin.) sont détruites à l'instant.

Si on mêle une partie de teinture d'indigo dissous dans l'acide sulphurique avec six parties d'acide sulphurique oxigéné, la couleur disparoît très-promptement, & le mélange jaunit de même que par l'acide nitrique, & l'acide muriatique oxigéné.

En mêlant au contraire une partie d'acide sulphurique oxigéné avec douze parties de teinture sulphurique d'indigo, la couleur bleue en est rehaussée, la nuance ver-

dâtre se trouve changée en bleu, & le bleu avivé par l'oxigène.

En teignant ainsi des draps, du fil, de la toile & du coton dans la dissolution sulphurique d'indigo, & en les plongeant alternativement tous les jours une minute ou deux dans l'acide sulphurique oxigéné, on parvient à précipiter plus complétement l'indigo sur les étoffes en le combinant avec une partie d'oxigène, & on obtient par ce moyen des couleurs plus solides que par la méthode ordinaire. Ce dont j'aurois occasion de m'occuper ailleurs en détail.

Si l'on fait une solution d'un gros d'indigo dans six gros d'acide sulphurique, & qu'ensuite on la délaye avec six onces d'eau, & qu'on verse ensuite le mélange sur six gros d'oxide noir de manganèse, la couleur bleue de l'indigo se trouve détruite en chauffant le mélange jusqu'à l'ébullition. C'est l'oxigène que l'acide sulphurique dégage de l'oxide noir de manganèse qui produit cet effet.

Des draps que l'on plonge dans ce bain, & qu'on laisse environ dix minutes au degré de l'ébullition, se trouvent teints en une très-belle couleur de noisette, & très-éclatante. Cette nuance est très-fixe; elle résiste également bien aux débouillis du savon, des alcalis, des acides, de l'air & de l'acide muriatique oxigéné. Cette teinture peut paroître de quelque importance, eu égard à la grande solidité des couleurs qui en résultent. Les échantillons que je présente à l'Académie ont été teints de cette manière. Je remarquerai que l'on augmente considérablement la vivacité de la couleur en ajoutant au mélange un gros de nitrate de potasse.

M. le Comte St. Martin dit avoir remarqué qu'en décolorant par l'eau bouillante des draps teints en bleu de Saxe, il se sépare de l'indigo qui se précipite, & n'est plus propre à la teinture. Des draps teints par lui-même, qu'il m'a fourni, plongés dans l'acide sulphurique oxigéné froid beaucoup délayé d'eau, téignirent l'acide sulphurique en bleu, & celui-ci sert à son tour à la teinture d'autres draps, dont le bleu m'a paru plus vif, & même plus solide.

L'acide sulphurique surchargé d'oxigène blanchit la toile presqu'aussi promptement que l'acide muriatique oxigéné au degré de concentration indiqué par Berthollet. Je dois cependant remarquer qu'il ne faut guères compter sur cet acide dans l'art du blanchîment des toiles. C'est que la trop grande quantité d'oxide de manganèse qui se trouve dissous dans cet acide, attirée par la matière de la toile se dépose dans ses pores, & la toile vient ainsi à être imprégnée d'un mordant métallique assez propre à fixer la couleur jaune des lessives. En effet les toiles que l'on blanchit par cet acide jaunissent constamment à la lessive, & c'est d'après ce résultat que j'ai dit, que ce n'étoit pas un petit inconvénient que cette quantité d'oxide dissous dans l'acide sulphurique oxigéné. On ne sauroit dissimuler que la couleur jaune se trouve promptement détruite, lors de l'immersion des toiles, dans l'acide sulphurique oxigéné, mais les toiles dévant être exposées à la lessive dans le blanchîment domestique, il s'ensuit qu'elles jauniroient constamment. Ainsi je doute qu'on parvienne jamais à faire de cet acide une heureuse application au blanchîment des

toiles ; du moins d'après des expériences très-nombreuses j'ai désespéré d'y parvenir.

On pourra cependant tirer quelque parti de cet acide pour le blanchîment des toiles que l'on destine à la teinture, du moins pour celles qui sont destinées au bleu en général, & aux différentes nuances de rouge pourpré, car pour ces nuances l'oxide de manganèse sert lui-même d'excellent mordant, qui en avive infiniment la couleur, & ne la fixe pas moins que les autres oxides métalliques, dont on se sert communément, tels que ceux de zinc, cuivre, fer, étain &c. Pour lors les toiles disposées par deux ou trois lessives, & autant d'immersions dans cet acide se trouveront assez blanches, & toutes disposées au bain de teinture. Mais ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans des détails qui trouveront mieux leur place dans des mémoires particuliers sur la teinture du lin & du coton, dont l'Académie m'a fait l'honneur de me charger.

Lorsqu'on plonge la toile dans l'acide sulphurique oxigéné la couleur jaune des fils disparoît en même tems que la couleur rose de l'acide qui se change en jaune citrin. Il se forme dans la liqueur une écume blanche tout de même que dans l'acide muriatique oxigéné ; cette écume se dépose ensuite sous une apparence muqueuse, & on en débarrasse l'acide par le filtre.

C'est d'après ce changement de la couleur rose de l'acide lors de l'immersion de la toile, & d'après la constance de ce changement qui arrive avec toute matière combustible en général, & par-là propre à absorber l'oxigène, que l'on conçoit maintenant que c'est l'oxigène qui colore en

rose l'acide sulphurique oxigéné. J'ai remarqué en effet que l'intensité de la couleur rose dans l'acide détermine le degré d'oxigénation de l'acide, & conséquemment son degré de force dans les effets énoncés ci-devant.

J'ai remarqué que l'acide sulphurique oxigéné se conserve assez long-tems sans être aucunement altéré; cette propriété jointe à celles dont je viens de rendre compte fournit à l'art de la teinture un débouilli assez sûr, & à la portée de chacun pour juger de la solidité des couleurs. Ce n'est pas que l'acide muriatique oxigéné ne remplisse ce but; il le remplit mieux encore; mais cet acide qui est promptement décomposé par la lumière ne pouvant se conserver long-tems, l'acide sulphurique oxigéné lui devient d'autant plus préférable qu'il est plus économique. Je ne me dissimule cependant pas qu'il faudra avoir quelques égards dans l'usage de cet acide aux débouillis; car la trop grande quantité d'oxide y pourroit peut-être produire des changemens; ce qu'il faudroit déterminer par des expériences directes. Je puis maintenant annoncer que l'oxide de manganèse paroît virer les couleurs de la même manière que les alcalis; du moins les bleues sont virées en violet, les rouges en pourpre par cet oxide.

L'acide muriatique oxigéné a été appliqué par M. Chaptal au blanchiment des vieux livres & des estampes, que le tems & la fumée ont jaunis. J'ai essayé l'acide sulphurique oxigéné avec le plus grand succès. M. Rignone amateur aussi distingué qu'instruit en ce genre, après avoir long-tems employé l'acide muriatique oxigéné, essaya mon acide sulphurique, & m'assure que l'action de ce dernier n'est

pas moindre que celle de l'acide muriatique oxigéné que je lui fournissois, & qui donnoit 43 degrés à l'aréomètre de Baumé.

Lorsqu'on plonge les estampes dans l'acide sulphurique oxigéné la couleur rose de l'acide disparoît de même que lorsqu'on y plonge des toiles. L'acide sulphurique étant ainsi débarrassé de son oxigène n'est plus susceptible d'en recevoir une nouvelle partie. J'ai évaporé de cet acide, je l'ai fait bouillir de nouveau sur de l'oxide de manganèse, mais ce fut entièrement sans succès. Ce fait paroît prouver que c'est par l'intermède de l'oxide que l'oxigène se combine avec l'acide; que la combinaison de l'oxide avec l'acide a également lieu sans le concours de l'oxigène; puisque l'oxide ne se précipite pas de l'acide auquel on enleva son oxigène; & enfin que l'oxide une fois dissous dans l'acide privé d'oxigène ne peut plus se combiner, ou servir d'intermède à l'union de l'oxigène avec l'acide.

L'acide sulphurique oxigéné jouit d'une action décidée sur quelques substances métalliques, qu'il ne sauroit attaquer, lorsqu'il ne se trouve surchargé d'oxigène.

M. Schurer avoit annoncé que l'acide sulphurique oxigéné dissout l'or: celui que j'examine étant vraisemblablement très-différent de celui examiné par Schurer, ne me parut avoir aucune action sur l'or en feuilles.

Des morceaux d'argent en feuilles que j'ai mis dans un verre d'acide sulphurique oxigéné, ont été au contraire complétement dissous dans une heure. La quantité d'argent doit être très-petite, & celle de l'acide très-grande.

Lorsqu'on verse de l'acide sulphurique oxigéné sur du

mercure divisé en très-petits globules par l'eau, on voit bientôt se former autour de chacun des globules un nuage blanc ; ce qui annonce une vraie dissolution.

Je n'ai pas essayé d'autres substances métalliques ; & je n'ai essayé non plus les combinaisons de cet acide avec différentes bases ; ce qui pourroit peut-être former des produits intéressans.

Du reste ce seroit aussi se tromper que de croire d'avoir dans ce menstrue un dissolvant économique du mercure & de l'argent. L'acide sulphurique oxigéné attaque si peu ces métaux, qu'on ne parviendra jamais à en tirer parti soit dans la médecine, soit dans les arts. Mais ces faits n'intéressent pas moins le chimiste, car on peut d'après ces observations très-bien expliquer nombre de phénomènes dont on ne sauroit autrement rendre raison.

Tel me paroît celui que j'ai annoncé dans le I^er^ Vol. de mes annales économiques, & qui tout récemment découvert par M. Keir est devenu très-utile aux manufactures d'Angleterre. C'est la dissolution de l'argent par l'acide sulphurique auquel on ajouta un peu de nitrate de potasse. Ce fait est sans doute une conséquence de ce que l'oxigène jouit d'une plus grande affinité avec l'acide sulphurique qu'avec l'acide nitrique, celui-ci étant décomposé dans ce mélange par une partie de son oxigène qui lui est enlevé par l'acide sulphurique. En effet on savoit depuis long-tems que lorsqu'on échauffe de l'acide sulphureux avec un peu de nitrate de potasse, l'acide sulphureux passe à l'état d'acide sulphurique.

MÉMOIRE

SUR DIVERS PHÉNOMÈNES PRODUITS PAR DES FEUILLES DE PLANTES EXPOSÉES SOUS L'EAU A L'ACTION DE LA POMPE PNEUMATIQUE.

PAR M. JEAN SENEBIER

Lu le 30 mai 1790 J'ai parlé dans mes *Expériences sur l'influence de la lumière solaire dans la végétation pag.* 205 de l'air retiré des feuilles par le moyen de la pompe pneumatique, & je disois en général, que cet air étoit communément aussi bon que l'air commun, mais j'observois en même tems que j'avois rencontré quelques anomalies dans ces expériences dont je ne pouvois rendre compte; je remarquois en particulier quelques cas où l'air retiré des feuilles par ce procédé étoit plus mauvais que l'air commun; je donnois surtout l'exemple que les feuilles du *pêcher* m'avoient fourni quelquefois. Frappé de ces exceptions curieuses, j'ai voulu en chercher la cause, & c'est dans ce but que j'ai fait les expériences suivantes.

Je dois remarquer d'abord que M. Priestley avoit fait la même expérience que moi, & qu'après avoir trouvé l'air contenu dans quelques plantes aussi bon, & même meilleur que l'air commun, il en avoit aussi trouvé dans les mêmes plantes qui étoit pire que lui. V. *Experiments and observations on different Kinds of air vol.* III. *p.* 279 de l'édition en 3 vol. de 1790.

J'indiquerai d'abord la méthode que j'ai suivie dans mes expériences. J'ai pris un récipient cylindrique contenant environ 5000 grains d'eau, il avoit six pouces de hauteur; je le remplissois sous l'eau, après y avoir mis les feuilles que je voulois étudier & qui avoient été préliminairement privées dans l'eau de l'air qui pouvoit y adhérer : je plaçai sous l'eau le récipient précédent dans un vase de verre, qui peut contenir l'eau renfermée dans le récipient; je retirai de cette manière l'appareil hors de la cuve où je l'avois rempli, & je vidai avec un siphon le vase dans lequel le récipient étoit placé, de manière qu'il ne contenoit plus que la quantité d'eau nécessaire pour empêcher l'entrée de l'air dans le récipient, je plaçai alors cet appareil sous la pompe pneumatique, & je faisois le vide jusqu'à ce qu'il restât seulement dans le récipient une ligne ou deux d'eau. Je dois observer ici que l'eau employée pour ces expériences avoit été privée d'air par une longue ébullition.

Pour traiter ce sujet avec quelque ordre 1° je rapporterai d'abord les résultats de mes expériences qui sont relatives à la quantité & à la qualité de l'air tiré hors des feuilles par le moyen de la pompe pneumatique.

2° Je ferai connoître ensuite quelques-uns des phénomènes que la feuille présente pendant qu'on fait sortir ainsi l'air qu'elle contient, & ceux qu'on peut observer ensuite.

3° Enfin je tirerai quelques-unes des conséquences fournies par ces phénomènes.

1. Je plaçai de la manière indiquée quelques feuilles d'*ormeau* sous la pompe pneumatique, elles me donnèrent

une quantité d'air égale à celle qui occuperoit l'espace d'un volume de 72 grains d'eau ; une mesure de cet air mêlée avec une mesure d'air nitreux fut réduite à une mesure & $\frac{3}{8}$. Comme les quantités d'air dont je pouvois disposer étoient quelquefois très-petites, je laissai le mélange sans lui donner aucune agitation, mais comme j'ai toujours fait de la même manière une expérience parallèle avec l'air commun j'ai toujours pu établir surement leur rapport. Dans ce moment une mesure semblable d'air commun mêlée avec une mesure d'air nitreux fut réduite à une mesure & $\frac{3}{8}$. Je renouvellai l'évacuation de l'air contenu encore dans ces feuilles qui n'avoient point été en contact avec l'air extérieur depuis la précédente expérience, & j'eus un volume d'air égal à celui qui seroit occupé par un volume d'eau de 15 grains & demi ; j'essayai cet air comme le précédent, & son mélange avec l'air nitreux fut réduit à une mesure & $\frac{5}{8}$; je répétai cette expérience de la même manière que la précédente fois sur les mêmes feuilles, & j'obtins encore un volume d'air égal à celui qui rempliroit l'espace d'un volume d'eau pesant 9 grains ; le mélange de cet air essayé avec l'air nitreux fut réduit à une mesure & $\frac{7}{8}$.

J'ai fait des expériences parallèles sur les feuilles du *framboisier* ; elles me donnèrent dans une première évacuation un volume d'air égal à celui qui seroit occupé par un volume d'eau pesant 125 grains ; cet air essayé par l'air nitreux comme dans l'expérience précédente fut réduit à une mesure & $\frac{3}{8}$. Dans une seconde évacuation j'eus un volume d'air égal à celui qui seroit occupé par un volume

d'eau pesant *66* grains; cet air mêlé avec l'air nitreux fut réduit à une mesure & $\frac{7}{8}$. Dans une troisième évacuation qui me fournit un volume d'air égal à celui qui seroit occupé par un volume d'eau pesant 24 grains, l'air essayé par l'air nitreux fut réduit à une mesure & $\frac{13}{16}$. Dans une quatrième évacuation j'obtins un volume d'air égal à celui qui seroit occupé par un volume d'eau pesant 18 grains; cet air mêlé avec l'air nitreux fut sans aucune réduction. Dans une cinquième évacuation j'obtins un volume d'air égal à celui qui seroit occupé par un volume d'eau de 15 grains; le mélange de cet air avec l'air nitreux fut encore sans réduction. L'eau du vase où les feuilles subissoient l'action de la pompe pneumatique, fut exposée sans feuilles à cette action, mais elle ne donna point d'air, en sorte que l'air fourni par les feuilles enfermées avec cette eau, doit être regardé rigoureusement comme un air qui appartenoit aux feuilles.

Je répétai cette expérience sur une seule feuille de *framboisier*

	Poids du volume d'eau occupé par l'air produit	Qualité de cet air
1e évacuation	36 grains	1 mesure $\frac{4}{8}$
2e évacuation	10	1 $\frac{15}{16}$
3e évacuation	7	sans réduction

Après ces détails je devrois supprimer les autres expériences semblables que j'ai faites dans ce but sur d'autres plantes; mais comme ces expériences ne sont pas parfaitement consonantes, il importe peut-être de les rappor-

ter, en observant que j'ai suivi constamment la manière que j'ai scrupuleusement détaillée, soit pour les procédés, soit pour les mesures.

Deux feuilles de merisier.

Poids du volume d'eau occupé par l'air produit.		Qualité de cet air.
1e évacuation	10 grains	1 mesure $\frac{11}{16}$
2e évacuation	7	sans réduction

J'observerai ici une fois pour toutes que, lorsqu'on mêle une mesure d'air commun avec une mesure d'air nitreux, le mélange est réduit pour l'ordinaire à une mesure & $\frac{1}{8}$, ou à une mesure & $\frac{1}{5}$ quand il n'y a point d'agitation comme dans ce cas.

Une branche de pêcher avec ses feuilles.

Poids du volume d'eau occupé par l'air produit.		Qualité de cet air.
1e évacuation	22 grains	1 mesure $\frac{4}{8}$
2e évacuation	4 $\frac{1}{2}$	sans réduction

Six feuilles de prunier avec leur rameau.

Poids du volume d'eau occupé par l'air produit.		Qualité de cet air.
1e évacuation	115 grains	1 mesure $\frac{3}{8}$
2e évacuation	22	1 $\frac{5}{8}$
3e évacuation	9	1 $\frac{6}{8}$
4e évacuation	3	sans réduction

Une feuille de prunier ne me fournit qu'un volume d'air égal à celui qui seroit occupé par un volume d'eau pesant 4 grains, ce qui montreroit combien le rameau auquel les feuilles étoient attachées, contenoit d'air.

Deux feuilles de poirier.

	Poids du volume d'eau occupé par l'air produit.	Qualité de cet air.
1e évacuation	4 grains $\frac{1}{2}$	1 mesure $\frac{14}{16}$
2e évacuation	4	sans diminution

Quatre feuilles d'abricotier.

	Poids du volume d'eau occupé par l'air produit.	Qualité de cet air.
1e évacuation	11 grains	1 mesure $\frac{15}{16}$
2e évacuation	4	sans diminution

Une feuille de vigne

	Poids du volume d'eau occupé par l'air produit.	Qualité de cet air.
1e évacuation	4 grains $\frac{1}{2}$	1 mesure $\frac{15}{16}$
2e évacuation	4	sans diminution

Une feuille de laitue pommée.

	Poids du volume d'eau occupé par l'air produit.	Qualité de cet air.
1e évacuation	72 grains	1 mesure $\frac{4}{8}$
2e évacuation	16	1 $\frac{5}{8}$
3e évacuation	9	$\frac{11}{16}$

Il résulte de ces expériences que l'air, qu'on retire d'abord d'un grand nombre de plantes par le moyen de la pompe pneumatique, est un air à peu près aussi bon que l'air commun, quand l'évacuation n'a pas été poussée trop loin, & que sa bonté diminue à mesure qu'on épuise davantage l'air contenu dans les feuilles des plantes, en sorte que l'air le plus intime des végétaux est un air fort mauvais, mais il y a des plantes qui ont toujours donné cet air mauvais dès les premiers coups de piston. Ces deux résultats sont souvent également vrais à toutes les heures du jour & de la nuit, mais je les ai surtout observés quatre ou cinq heures après le lever du soleil, parce que c'étoit le moment où je faisois mes expériences.

Ce phénomène n'est pourtant pas général, j'ai vu plusieurs fois que les plantes, qui m'avoient d'abord donné sous la pompe pneumatique un air fort mauvais, me fournissoient dans d'autres jours un air aussi bon que l'air commun; mas comme j'ai fait cette double observation dans des tems tout-à-fait différens, comme les feuilles de la même plante m'ont fourni de cette manière par le moyen de la pompe pneumatique de l'air tout-à-fait bon & tout-à-fait mauvais, quand la plante étoit exposée à l'obscurité & à la lumière, en plein soleil & sans soleil, lorsque l'air étoit sec ou humide, je n'ai pu découvrir la cause de cette anomalie.

J'ai remarqué encore assez généralement, que les feuilles des *herbes* donnent un air meilleur sous la pompe pneumatique que les feuilles des *arbres*. Cela pourroit venir de ce que la combinaison de leurs parties alimentaires

est plus prompte, de manière que l'air pur, qu'elles produisent au soleil avec plus d'abondance, s'échappe aussi avec plus de vîtesse, que la mofette devient d'abord une partie constituante de la plante, & qu'elle ne séjourne pas par conséquent dans la feuille sous sa forme moféfique; d'ailleurs comme la quantité d'air fixe décomposé par les feuilles est très-grande, la petite quantité de mofette qui se trouve dans leurs vaisseaux est noyée dans une plus grande quantité d'air pur; ce qui rend alors cette mofette moins perceptible.

D'où vient cette mofette? Cette question me paroît très-difficile à résoudre, & il me semble que les solutions qu'on entrevoit ne sont point suffisantes pour expliquer le phénomène: on a cru que cette mofette étoit un produit de l'obscurité, ou plutôt que l'obscurité la faisoit sortir des feuilles, mais je crois avoir prouvé dans l'ouvrage que j'ai cité au commencement de ce mémoire, & dans divers autres que j'ai publiés sur ce sujet, que les feuilles saines privées de l'air adhérent à leurs surfaces ne rendoient aucune espèce d'air, lorsqu'elles étoient exposées sous l'eau à l'obscurité; d'ailleurs si cette mofette qu'on trouve dans les feuilles étoit un produit de l'obscurité, il est clair que l'air tiré des feuilles par la pompe pneumatique à la fin de la nuit seroit plus mauvais, si cet air mauvais restoit dans la feuille, ou bien cet air seroit beaucoup meilleur, si la mofette seule contenue dans la feuille en sortoit, ce que l'expérience n'apprend pas encore. Enfin cette théorie n'expliqueroit rien puisqu'il faudroit encore chercher l'origine de cette mofette; l'air contenu

dans les plantes étiolées n'est pas plus mauvais que l'air contenu dans les plantes qui ont végété à la lumière.

Cette mofette pourroit venir de l'air commun, mais il faudroit prouver préliminairement que l'air commun circule dans les plantes, qu'il arrive jusqu'aux feuilles, & qu'il se décompose ; ce qui me paroît présenter des faits que les expériences de Hales ne sauroient établir: 1° parce que les expériences qu'il a faites avec la pompe pneumatique, en soudant une branche à un récipient qu'il adaptoit à la platine, ne prouvent autre chose, si non que l'air extérieur s'insinue dans la branche au travers des fissures multipliées qu'on y trouve, quand la partie de la branche enfermée dans le récipient est privée d'air, & qu'il s'y précipite alors par son propre poids, ce qui n'arrive pas quand la branche est dans l'air : 2° la diminution de l'air qu'on éprouve dans un récipient, où l'on enferme une branche par le moyen de l'eau, ne prouve pas que la branche tire cet air, & qu'il y soit entré, mais cela montre seulement que cette branche enfermée dans une atmosphère humide a souffert quelque fermentation, & a diminué l'air par la production de l'air fixe: je n'entre pas ici dans de plus grands détails, on les trouvera dans un *Traité de physiologie végétale* que j'ai donné, & qui formera une partie de l'*Encyclopédie méthodique par ordre de matières*. Outre cela, si cette mofette provenoit uniquement de l'air commun, il faudroit que le soleil en tamisât l'air pur qui s'échappe sous l'eau hors des feuilles, quand elles y sont exposées à l'action de cet astre : cependant l'eau distillée chargée d'air fixe fait donner

alors aux feuilles une très-grande quantité d'air pur, & elles n'en donnent point ou très-peu, quand l'eau est chargée de tout l'air commun qu'elle peut recevoir. Enfin si cette hypothèse étoit vraie, il faudroit reconnoître que les feuilles contiennent plus de mofette au moment que le soleil cesse d'éclairer les feuilles, que pendant la nuit, parce que l'air pur doit alors rester dans la feuille, parce que le soleil ne le force plus à en sortir; mais cela ne s'est point encore généralement remarqué.

Il me paroîtroit donc que cette mofette doit être le produit d'une petite quantité d'air commun qui monte avec la sève dans les plantes; la fermentation continuelle que la plante éprouve, & qui est un effet de la végétation, développe le carbone ou le principe inflammable qui se combine avec l'oxigène de l'air commun, ou bien cet oxigène se combine avec d'autres principes, & la mofette reste seule, mais on en trouve toujours dans les feuilles de la plante; cela pourroit-il s'accorder avec la production de la mofette qui doit être si peu abondante? cette difficulté perd sa force, quand on considère que la mofette est une substance qui a si peu d'affinités avec les autres corps; elle ne s'unit guères qu'avec l'air inflammable dans son *état naissant* pour former l'alkali volatil, & avec l'air pur pour former l'acide nitreux qui n'existe pas beaucoup dans les plantes: outre cela cette mofette pourroit être encore apportée avec l'air fixe dissous dans l'eau de la sève, & elle y resteroit après la décomposition de l'air fixe par le moyen de la lumière. Enfin il faut que cette mofette s'accumule dans les feuilles, il est au

moins prouvé que les jeunes feuilles en contiennent moins que les autres.

Mais pourquoi cette mofette ne sort-elle hors de la plupart des feuilles des plantes, que lorsqu'un air meilleur en est sorti ? Il me semble d'abord que l'air pur & la mofette ne sont pas rigoureusement mêlés ensemble, qu'il y a une certaine quantité de cette mofette confinée dans des vésicules qui la retiennent, & qu'elle ne peut les quitter que lorsque le vide est poussé loin. Peut-être aussi cette mofette est-elle combinée de manière dans les différentes parties des végétaux, qu'elle ne peut se dégager que dans le vide. Quoiqu'il en soit M. de Fourcroy dans sa belle analyse du quinquina d'Amérique prouve que les végétaux contiennent une très-grande quantité de mofette (*Annales de chimie* T. VIII.) Enfin cette mofette ne seroit si adhérente aux feuilles que parce qu'elle seroit déjà prête à se combiner dans les plus petits vaisseaux. Une nouvelle considération confirmeroit encore la combinaison de la mofette avec d'autres principes que ceux qui ont été indiqués plus haut. On lit dans un *Essai sur l'art de l'indigotier* par M. le Blond (*Journal de Physique : février* 1791.), que le bleu de l'indigo peut être envisagé comme le charbon mêlé avec un peu de fer, & dissous dans la mofette, mais cela doit arriver dans toutes les feuilles des plantes comme dans celles de l'indigo, puisque la partie verte des végétaux est une partie jaune fondamentale combinée avec une partie bleue : c'est au moins ce que j'ai fait voir dans mes *Mémoires physico-chimiques* T. II. p. 247; cette partie bleue conserve la couleur &

verdit le mélange dans les feuilles tant que le charbon reste uni avec la mofette, mais dès que la végétation est suspendue, que l'oxigène ne s'échappe plus, qu'il se combine avec le charbon, alors il y a une décomposition du bleu, une vraie combustion, comme M. Berthollet l'a fort bien observé; on le remarque de même dans les préparations de l'indigo & du pastel dont une trop forte fermentation détruit la couleur, soit lorsqu'on les fabrique, soit lorsqu'on les emploie à la teinture, & à cet égard la fermentation est aussi une espèce de combustion qui décompose la couleur par les mêmes causes; enfin on retrouve encore tout cela dans les phénomènes que présente le bleu de Prusse, & l'on sait que le carbone, la mofette & le fer sont du nombre de ses parties constituantes, comme M. Berthollet l'a démontré.

2. J'étudiai après cela les phénomènes que présentent les feuilles exposées sous l'eau à l'action de la pompe pneumatique; comme on voit sortir l'air qu'elles contiennent, cela pouvoit instruire sur la manière dont l'air s'échappe hors des feuilles exposées sous l'eau au soleil.

J'observai d'abord que l'air s'échappoit par bulles assez grosses, mais je vis aussi que leur diamètre diminuoit à mesure que l'évacuation étoit plus soutenue, & qu'elles devenoient alors d'une petitesse extrème.

Dans la plupart des feuilles soumises à ces expériences, la surface inférieure fut d'abord couverte de bulles d'air, elle en fut toujours couverte avant la surface supérieure, & les premières bulles de la surface inférieure étoient alors beaucoup plus grosses que les premières bulles de

la surface supérieure, mais ces bulles devinrent ensuite également petites sur les deux surfaces.

J'ai observé des bulles sur les pétioles, & j'en ai vu sortir par la section de leurs bases.

Les jeunes feuilles m'ont paru résister davantage à la perte de leur air que les feuilles faites, quand elles étoient exposées à l'action de la pompe pneumatique, elles en contiennent moins sous cette forme, parce qu'elles en combinent davantage; les jeunes feuilles de l'indigo & du pastel contiennent aussi moins de fécule colorante bleue, parce qu'il y a moins de mofette pour dissoudre le carbone & le fer, c'est encore par cette raison que les jeunes feuilles donnent en général moins d'air sous l'eau au soleil, que les feuilles parfaitement vertes, parce que l'oxigène s'emploie pour former les sels & les résines. Quand on fait le vide, lorsque les feuilles y sont exposées sous l'eau, on voit bientôt que les feuilles prennent une couleur beaucoup plus brune, ou que leur vert devient beaucoup plus foncé; elles perdent absolument alors cette couleur d'un blanc vert & mat qu'on remarque dans leur partie inférieure. Les feuilles du framboisier sont très-propres pour faire cette expérience, parce que la couleur de leur surface inférieure est presque voisine du blanc.

Ces feuilles ne perdent que graduellement leur couleur blanche, elles sont d'abord tachetées par de petites taches d'un vert foncé qui se rapprochent peu à peu, qui parviennent à se toucher quand on prolonge l'évacuation, parce qu'il se forme de nouvelles taches dans les intervalles, & qui donnent ainsi peu à peu, en se rapprochant

toujours davantage, la couleur foncée des premières taches à toute la feuille.

On observe d'abord que les bulles d'air recouvrent les taches, ces taches paroissent au moins aussitôt après que la bulle d'air s'est détachée de la feuille, & l'on voit la tache occuper la place de la bulle d'air. Outre cela les bulles d'air ne paroissent jamais que dans les places où la feuille est encore d'un vert mat & blanchâtre; il ne s'agit ici que de la surface inférieure, mais quand la bulle est disparue, on voit que cette place qu'elle occupoit, a changé de couleur, & que la couleur verte de cette place est devenue plus obscure.

On ne peut imaginer que deux causes de ce changement dans la couleur de la feuille, ou le contact de l'air qui sort de la feuille, ou la sortie de l'air hors de la feuille & son remplacement par l'eau dans laquelle elle est placée, mais le contact de l'air ne sauroit produire cet effet, puisque ces feuilles végètent dans l'air où elles le touchent de toutes parts; il paroîtroit donc que la seconde opinion pourroit être plus vraisemblable que la première.

Un phénomène que j'observai me confirma bientôt ce que la raison m'avoit appris; je pus voir clairement que l'air chassé par la pompe pneumatique hors de la feuille avoit été remplacé par l'eau où la feuille plongeoit. J'avois laissé sur une table dans mon cabinet les feuilles de framboisier dont la surface inférieure avoit pris une couleur verte foncée sous la pompe pneumatique, en se séchant je vis ces feuilles reprendre leur première couleur, elles devinrent d'un blanc mat, & furent peintes d'une nuance

aussi forte qu'elle étoit avant l'opération ; elles me parurent au moins à cet égard parfaitement semblables aux feuilles attachées à la plante. J'exposai de nouveau ces feuilles à l'action de la pompe pneumatique en les enfermant dans l'eau, & elles y perdirent encore leur couleur en perdant beaucoup d'air, elles devinrent d'un vert très-foncé, de sorte qu'il étoit parfaitement sûr que l'eau contenue dans les feuilles s'étoit évaporée, & que l'air avoit remplacé l'eau que les feuilles avoient perdu. Je me convainquis davantage de la vérité de cette conclusion, en voyant les feuilles qui se séchoient le plus vîte reprendre le plutôt leur couleur d'un blanc mat dans leur surface inférieure, tandis que celles qui étoient mises en masse en sortant de l'eau & de dessous le récipient de la pompe pneumatique, reprirent par cette raison beaucoup plus tard leur blancheur ; d'ailleurs cette blancheur se manifestoit premièrement dans les bords de la feuille qui se séchoient avant les autres parties ; enfin j'observois que les feuilles pénétrées d'eau alloient à fond, tandis que celles qui n'avoient point perdu leur couleur blanchâtre surnageoient. Je puis assurer de même que l'eau remplaçoit l'air qui sortoit de la feuille, puisque les feuilles en se séchant s'étoient remplies d'air commun qu'elles rendoient, quand on les exposoit alors sous l'eau à l'action de la pompe. Enfin je remarquerai que les feuilles épuisées d'air, qui restent sous l'eau, conservent la couleur de vert foncé qu'elles ont prise, parce qu'elles ne peuvent pas reprendre de l'air ; d'ailleurs les feuilles privées de leur air par l'action

de la pompe pneumatique, sans avoir été mises alors sous l'eau, ne changent pas beaucoup de couleur.

Les feuilles exposées sous l'eau au soleil montrent le même phénomène; on y remarque bientôt ces points verts qui sont des taches faites comme les précédentes par l'entrée de l'eau & l'exclusion de l'air; on l'observe de même dans les feuilles vertes qui ont séjourné quelque tems dans l'eau: il paroît de là que dans tous les cas où l'eau a pu s'insinuer dans la feuille, on voit la couleur de la surface inférieure des feuilles devenir plus foncée, & comme l'exclusion de l'air a été manifestement la cause de ce phénomène dans le cas que j'ai décrit plus haut, on est forcé de reconnoître que l'exclusion de l'air en est aussi la cause dans ce cas.

Quand on observe avec une forte loupe les feuilles exposées sous l'eau à l'action de la pompe pneumatique, elles paroissent plus transparentes; elles offrent au moins une foule de points transparens qu'on remarque de même dans les feuilles mouillées pendant quelque tems. En se servant de la seconde lentille du microscope de Dellebare, les grosses nervures paroissent plus transparentes dans la feuille qui n'a pas éprouvé sous l'eau l'action de la pompe pneumatique que dans celle qui y a été long-tems exposée, mais le parenchyme de la première est plus opaque que celui de la seconde. Le parenchyme de la feuille non mouillée offre une masse verte plus continue, on y distingue quelques points clairs répandus sur un tissu vert foncé, au lieu que dans la feuille mouillée sous la pompe pneumatique, le vert du parenchyme écorché est plus dé-

layé, les points transparens y sont plus grands & plus nombreux.

Enfin ce qui prouve que l'eau seule produit cet effet, c'est que la feuille qui a été sous la pompe pneumatique dans l'eau se conserve plus long-tems fraîche que la feuille qui n'a pas été dans l'eau, l'évaporation qu'elle éprouve ne la prive pas si vîte de l'eau qui lui est nécessaire pour conserver sa fraîcheur. Mais il y a divers phénomènes étrangers à celui-ci, qui confirment cette opinion; en mouillant du papier on lui donne une transparence qu'il n'a pas, quand il est sec, on a cependant rempli seulement avec l'eau les pores du papier qui étoient remplis d'air: on produit le même effet avec l'huile. Les pierres hydrophanes offrent le même phénomène en se pénétrant d'eau, & en chassant l'air qu'elles contenoient. Ce phénomène d'optique me paroît encore sans explication satisfaisante; mais pour rendre l'explication du phénomène dont je m'occupe, aussi évidente qu'il est possible, il faut écorcher une feuille, si l'on applique sur son parenchyme l'épiderme sec, on distingue à peine sa couleur verte, mais si l'on mouille à fond cet épiderme avant de l'appliquer sur le parenchyme vert de la feuille, on le voit avec la même nuance foncée que celle de la feuille exposée sous l'eau à l'action de la pompe pneumatique, mais on observe à la vérité dans le premier cas que l'épiderme est assez opaque, tandis qu'il est transparent dans le second.

Il étoit encore important de voir si les feuilles épuisées d'air sous la pompe pneumatique recouvroient cet air en se séchant, je pris donc des feuilles de framboisier épuisées

d'air, je les laissai à l'air pendant 24 heures, elles fournirent alors à peu près autant d'air par le même moyen que les feuilles fraîches, & l'air fourni fut à peu près aussi bon que l'air commun.

3. Je fus curieux ensuite de rechercher si les feuilles épuisées d'air sous l'eau par le moyen de la pompe pneumatique avoient perdu la faculté d'élaborer l'air fixe qu'elles pourroient sucer avec l'eau, ou que la sève leur fourniroit pour le changer en air pur, quand on les auroit exposées sous l'eau au soleil; je mis donc une feuille de framboisier épuisée d'air sous l'eau par le moyen de la pompe pneumatique dans un vase plein d'eau commune au soleil, & je ne lui laissois pas le contact de l'air, j'obtins alors un volume d'air égal à un volume d'eau pesant 10 grains; une mesure de cet air mêlée avec une mesure d'air nitreux fut réduite à une mesure. La surface inférieure de cette feuille épuisée ne reprit point sous l'eau son blanc mat, mais elle ne pouvoit le reprendre puisque l'air s'échappoit hors de la feuille à mesure qu'il étoit élaboré, néanmoins la feuille reprit sa blancheur, lorsque je la laissai sécher à l'air.

Une feuille épuisée d'air sous la pompe pneumatique, & séchée ensuite à l'air pendant la nuit donna au soleil, après y avoir été exposée sous l'eau, un volume d'air égal à un volume d'eau pesant 18 grains: cet air après son mélange avec l'air nitreux fut réduit à une mesure.

Une feuille fraîche coupée à la plante, & exposée sous l'eau au soleil donna un volume d'air égal à un volume

d'eau pesant 25 grains. Une mesure de cet air mêlée avec deux mesures d'air nitreux fut réduite à une mesure & $\frac{4}{5}$.

Il résulteroit de ces expériences que les feuilles épuisées d'air élaborent l'air fixe contenu dans l'eau commune, mais il sembleroit aussi que l'air pur fourni par elles est moins bon & en moindre quantité, que celui qui est fabriqué par les feuilles coupées sur l'arbre immédiatement avant de les mettre en expérience : cependant comme les premières feuilles ont produit de l'air, il faut bien que cet air ait été élaboré par elles au dépens de l'air fixe qu'elles ont reçu avec l'eau, puisque ces feuilles ne contenoient point d'air.

Pour juger plus rigoureusement encore, si cet air produit par les feuilles exposées sous l'eau au soleil étoit le produit de l'air extérieur qui pénétroit les feuilles, ou si la mofette se métamorphosoit en air pur, ou enfin si l'air contenu intérieurement dans la feuille contribuoit à la production de l'air qu'on recueilloit : j'imaginois d'épuiser scrupuleusement une feuille de framboisier de tout l'air qu'elle pouvoit contenir, & cet air retiré de la feuille par le moyen de la pompe pneumatique fut égal par son volume à un volume d'eau pesant 108 grains. Je fis passer cette feuille ainsi épuisée, & sans la mettre en contact avec l'air dans un récipient rempli par une eau chargée d'air fixe, cette feuille resta ainsi exposée au soleil sous l'eau pendant dix heures, & elle fournit un volume d'air égal à un volume d'eau pesant 1664 grains ; une mesure de cet air mêlée avec quatre mesures d'air nitreux fut réduite à 1,69. Une feuille de framboisier coupée fraîche-

ment, & mise d'abord sous un récipient rempli d'eau chargée d'air fixe donna un volume d'air égal à un volume d'eau pesant 1703 grains; une mesure de cet air mêlée avec quatre mesures d'air nitreux fut réduite à 1,70.

L'air produit par ces feuilles est donc un air qui est entré dans la feuille avec l'eau qui lui servoit d'atmosphère, puisque la première ne contenoit point d'air, & que la seconde en a fourni un volume au moins quinze fois plus grand que celui qu'elle pouvoit contenir dans un moment donné; cet air est un produit de l'air fixe dissous dans l'eau, puisque les feuilles mises au soleil dans l'eau commune n'ont fourni qu'un volume d'air environ 68 fois plus petit & proportionnel par conséquent à la quantité d'air fixe que cette eau tenoit dissoute, d'ailleurs on sait que les feuilles ne donnent point d'air au soleil, quand elles y sont exposées dans l'eau privée d'air fixe par l'ébullition.

On comprend comment cela s'opère: l'oxigène a été séparé du carbone qui se combine avec les sucs de la plante; l'oxigène qui s'unit à la lumière se change alors en air pur, & s'échappe au travers de la feuille.

Mais ne pourroit-on pas supposer aussi que cet air pur provient de la décomposition de l'eau? cela peut se concevoir sans doute, car l'oxigène de l'eau se combineroit avec la lumière pour faire l'air pur, & l'hydrogène qui auroit perdu sa base, se combineroit avec le carbone pour faire les huiles; il est sans doute vraisemblable que cela se passe de cette manière, mais il faut avouer que ce moyen de produire l'air pur par la lumière est peut-être moins probable que le précédent: 1.° parce que les feuilles

ne donnent point d'air dans l'eau bouillie ; 2.° parce qu'elles donnent de l'air pur dans l'eau bouillie aussitôt qu'on y introduit de l'air fixe : 3.° parce que la décomposition de l'eau ne s'opère que dans une température très-haute ; & lorsqu'elle est en contact avec des corps avides d'oxigène ; mais malgré ces considérations, je crois très-vraisemblable que l'eau & l'air fixe sont décomposés par la végétation des plantes au soleil.

D'où vient l'air commun que les plantes fournissent d'abord sous la pompe pneumatique ? je crois qu'il étoit adhérent à la surface des feuilles qui le retiennent avec force, qu'il est logé dans les ouvertures accidentelles qu'on y trouve, & qu'il recouvre la bouche de leurs pores : enfin la combinaison de l'air pur & de la mofette fait dans les feuilles un air plus ou moins pur. Quant à la mofette que les feuilles fournissent sous la pompe pneumatique, j'en ai déjà parlé fort au long.

Enfin c'est un phénomène vraiment étonnant, que les feuilles épuisées d'air avec beaucoup de peine n'ayent pas souffert de cette évacuation, & qu'elles ayent toujours été en état d'élaborer l'air fixe pour en faire l'air pur comme dans leur état ordinaire. Si elles ont des vaisseaux, comment n'ont-ils pas été rompus ? comment n'ont-ils pas été obstrués par l'eau qui les a pénétrés ? Je m'arrête .... il me semble que ceci est bien propre à confirmer ce que j'ai dit, que l'air commun ne circule pas dans les plantes ... mais il y a peu de phénomènes plus dignes d'exciter la curiosité & les recherches de ceux qui s'occupent de physiologie végétale.

EXPÉRIENCES ÉLECTROMETRIQUES

PAR M. L'ABBÉ

ANTOINE MARIE VASSALLI.

Après tant de recherches, tant d'appareils, tant d'expériences précédées & suivies du plus profond examen, la science électrique sembloit toucher à son plus haut point de perfection; c'étoit presque ridicule dans l'esprit du vulgaire que de s'en occuper encore : mais que la nature est cachée dans sa marche! M. le Chevalier Alexandre Volta, cet illustre savant, auquel cette belle partie de la physique expérimentale est redevable de ses principaux accroissemens, M. Volta, dis-je, inventa son *condensateur*, il rendit sensible la plus foible électricité, qu'on n'avoit pas été avant lui dans le cas d'apercevoir, & l'on reconnut que le but auquel on s'imaginoit avoir atteint, étoit encore infiniment éloigné. Lu le 19 décemb. 1790

Convaincus que la nature est aussi riche en phénomènes qu'elle est réservée à les découvrir, les Physiciens reprirent avec ardeur l'étude, qui avoit déjà paru se ralentir, & ils furent ainsi diversement amenés à la connoissance d'une multitude de phénomènes, dont on n'avoit jamais eu auparavant le moindre soupçon. M. le Docteur Gardini suivit d'abord les traces de M. Volta, & étant parvenu à construire ses condensateurs qu'il appelle *harmoniques*, il entreprit d'épier jusqu'à l'électricité spontanée

des animaux. M. de Saussure donna plus de perfection à l'électromètre de M. Tybere Cavallo, & le rendit propre à découvrir en tout tems l'électricité dominante dans l'atmosphère, & moi en 1787 je le rendis encore plus sensible en y substituant aux petites boules des bandes de feuille d'or (1): c'est ce que fit aussi M. Bennet en Angleterre la même année. M. Volta qui ne pouvoit que s'applaudir d'avoir frayé une nouvelle route aux curieux de la nature, construisit des électromètres comparables à bandes de feuille d'or, & à brins de paille : enfin je viens de rendre le mien beaucoup plus sensible que je ne pouvois espérer, tant il me sert à connoître la plus foible électricité. C'est ainsi que depuis l'invention de M. Volta un nouveau jour est venu se répandre sur la matière électrique, de nouvelles vues se découvrent continuellement à nos regards en sorte que nous pouvons désormais nous promettre que nous entrerons avec succès dans l'économie la plus cachée de la nature soit animale, soit végétale.

A l'aide de mon électromètre j'ai d'abord aperçu bien des erreurs, qui s'étoient glissées dans les théories des électricistes même les plus fameux, erreurs qui tenoient à l'imperfection des instrumens qu'ils étoient obligés d'employer, faute d'en avoir de plus délicats. Si M. Achard par ex. n'avoit pas manqué d'électromètres plus sensibles, il n'auroit pas avancé qu'un corps électrique par lui-même ne pouvoit point s'électriser en le frottant avec un autre

(1) Voyez *Memorie fisiche* pag. 70.

corps de la même qualité (1). Il seroit aisément parvenu avec le mien non seulement à se convaincre de l'électricité qui s'excite en frottant entr'eux deux corps électriques par eux-mêmes, mais à la mesurer & à en découvrir la nature.

En effet mon électromètre m'apprend que la cire d'Espagne & le soufre étant frottés l'un contre l'autre, la cire devient électrique positivement, & le soufre négativement, & qu'il en arrive de même lorsqu'on frotte ensemble le verre & le soufre, c'est-à-dire que le verre devient électrique positivement & le soufre négativement; qu'en frottant entr'eux deux bâtons de cire d'Espagne, on obtient du frottant l'électricité négative; que deux de soufre au moyen de leur frottement réciproque donnent l'un & l'autre l'électricité négative, ainsi que les parcelles qui en tombent, & qu'on recueille dans un petit plat qui est un accessoire de l'électromètre. Cette dernière expérience renverse le principe général sur lequel le Père Beccaria avoit établi sa théorie; *c'est que de deux corps de même nature ou semblable, le corps frottant donne sa dose de feu électrique au corps frotté.* Il sera également démontré par des expériences que je rapporterai dans le cours de ce mémoire qu'il y a bien des exceptions à faire à l'égard d'un autre principe universel de cet auteur, c'est-à-dire que *les métaux renferment dans un degré éminent la propriété de communiquer leur feu naturel, & de s'électriser par défaut.*

---

(1) Voyez mém. de l'Ac. R. de Berlin 1779. pag. 29.

Je ne rapporte point tant d'autres erreurs, que j'ai remarquées dans les meilleurs ouvrages d'électricité. On les verra tomber d'elles-mêmes d'après les nouveaux faits que je vais opposer à ceux qui paroissoient leur servir de fondement. Ce seroit d'ailleurs un travail sans fin, puisqu'on embrasse encore même aujourd'hui des opinions qui ont été combattues il y a long-tems, tel est le sentiment de M. Franklin (1) qui met l'eau au nombre des meilleurs *déférens*, sentiment encore adopté par M. Brisson dans son traité de physique expérimentale, publié dernièrement, Je me borne donc à exposer mes expériences, & pour marcher avec ordre, je vais commencer par la description de l'instrument dont je me suis servi.

L'électromètre est un vase carré de cristal (*fig.* A) de la hauteur d'environ 3 pouces & de la largeur de deux, ayant le fond de métal, & aboutissant à un col de la hauteur d'un demi-pouce, & presque de la même largeur. Pour avoir de ces vases, je prends des bouteilles carrées de cristal de la largeur indiquée, & je les fais tailler à la hauteur convenable pour y substituer le fond métallique à celui de cristal. Je colle intérieurement sur deux des faces opposées, & à la hauteur d'un demi-pouce deux bandes de feuille d'étain de la largeur de trois lignes. Sur ces deux bandes j'en applique verticalement deux autres de la même grandeur qui en font la communication avec le fond. Je forme un bouchon de laiton d'un diamètre moindre

(1) *Expériences & observations sur l'électricité.* Paris 1756. *Tom. I. pag.* 45

d'environ une ligne que celui du col, ayant au bout supérieur un petit rebord pour pouvoir l'ajuster au col sans qu'il risque d'y tomber (B). Ce bouchon doit être percé au centre d'un bout à l'autre, & il faut pour plus grande commodité & sureté que le trou soit à vis. Ce trou reçoit par dessous un fil de laiton qui n'y entrant pas plus de deux lignes y en laisse quatre de vides du côté supérieur. La partie de ce fil qui sort intérieurement hors du bouchon est aplatie des deux côtés, & présente deux plans de la longueur de deux lignes, & de la largeur d'une ligne & demie. C'est à ces deux plans qu'on applique avec un peu de gomme ou de colle deux bandes de feuille d'or de la même largeur, qui demeurent suspendues dans le vase à deux lignes du fond. Avant de passer à la description des pièces, que la vis du bouchon sert à joindre à l'électromètre, je vais indiquer la manière d'affermir le bouchon lui-même. Après avoir enduit extérieurement d'une couche de cire d'Espagne la partie supérieure du vase pour obvier à l'humidité atmosphérique qui est facilement attirée par le verre, j'en enduis aussi les parois intérieures du col pour que le bouchon n'y puisse plus entrer totalement. Ensuite je prends un fer rougi, je l'applique sur le bouchon : la cire d'Espagne se fond au moyen de la chaleur, le bouchon poussé par la pesanteur du fer s'enfonce, & se réduit au niveau du col de cristal. Le trou à vis se trouvant vide à la partie supérieure, on y adapte des pointes de différente longueur, suivant l'emploi qu'on veut en faire, par une vis qu'on y a pratiquée au bas convenablement à celle du bouchon (C). C'est aussi au moyen

de vis semblables qu'on adapte au bouchon des fils portant des boules métalliques (D), des hémisphères creux (E), & autres récipiens. L'avantage de pouvoir changer à volonté les différentes pointes, & de les remplacer par des boules, des hémisphères &c., dans la vue de se procurer des électromètres différens, se rend encore beaucoup plus sensible, lorsqu'on joint au bouchon des plateaux de laiton de différens diamètres (F) depuis un demi-pouce jusqu'à un demi-pied (G), & même plus larges suivant les différentes recherches que l'on se propose de faire. Ces plateaux ont au centre une vis qui entre & demeure fortement attachée dans celle du bouchon. Des plats pareillement de laiton de divers diamètre (K), avec le bord replié à des hauteurs différentes sont destinés à recevoir les liquides & les raclures des corps qu'on veut examiner. L'usage des plateaux s'étend non seulement à recevoir beaucoup plus facilement l'électricité des corps qu'on présente à l'électromètre, aussi-bien que des raclures, & à soutenir les plats où l'on verse les liqueurs & les poudres des différens corps, mais encore à former d'excellens condensateurs, lorsqu'on les couvre d'un corps électrique par lui même, ou de la main revêtue d'un gant de toile cirée, ou de taffetas gommé. Par ce condensateur qui est très-commode, on obtient l'électricité permanente même des corps, où il n'y avoit pas la moindre apparence qu'elle fût hors d'équilibre. Une pièce que j'avois ajoutée à l'électromètre en 1787 (1), un peu avant d'y substituer aux

(1) Voyez *Memorie fisiche* pag. 67 & suiv.

boules ordinaires les bandes de feuille d'or, peut apporter les mêmes avantages qu'on tire de l'emploi des plateaux. C'est une petite colonne de laiton (I) de la hauteur d'un pouce & demi, se terminant inférieurement à une vis adaptée à celle du bouchon, & dont la base couvre exactement le plan supérieur du bouchon lui-même: elle porte au sommet une sphère de cinq lignes de diamètre, l'équateur de laquelle est percé de part en part par deux trous à vis qui se coupent à angles droits, & forment ainsi quatre ouvertures dans la surface. On visse dans ces quatre ouvertures autant de fils de laiton qui vont aboutir au point d'intersection des trous, & s'avancent en déhors horizontalement de la longueur de quatre lignes: ensuite ils changent la direction en se pliant en haut par un angle un peu obtus en sorte qu'à la hauteur de deux pouces & demi ils s'écartent l'un de l'autre d'un pouce & trois quarts. A cette hauteur ils se recourbent par un angle aussi un peu obtus, de façon qu'ils forment un plan incliné de trois pouces de diamètre, c'est-à-dire que chaque fil s'étend presqu'horizontalement de la longueur d'environ quatre lignes. Là les fils se replient encore par un angle aussi un peu obtus, s'élèvent à la hauteur de trois pouces & demi, & se terminent par une pointe, faisant ainsi un carré d'un demi-pied de diamètre.

En ajustant cet instrument à l'électromètre au moyen de la vis de la petite colonne, l'on met un petit plat sur le premier plan que forment les fils recourbés: on place sur le second des plats plus grands, & on pose sur les quatre pointes, un vase quelconque (L) capable de contenir quelques li-

vres pesant du corps à examiner. A l'aide de cet instrument on est à même d'observer l'électricité qui s'excite dans la combustion sans risque de gâter l'électromètre : en plaçant au haut de la petite colonne un petit récipient rempli d'huile, ou d'esprit de vin, on peut faire fondre les métaux & autres corps mis dans un plat sur l'autre plan : on y adapte facilement toutes sortes de vases pour y recueillir les fluides animaux & végétaux ; il est en un mot d'un usage infini.

Avant de terminer la description des principales parties de cet instrument, je ferai encore observer que quelques-uns de ces fils de laiton, pointus à une de leurs extrémités, & faits en forme de vis dans l'autre à dessein de les affermir dans le bouchon de l'électromètre, doivent être courbés en arc pour pouvoir examiner l'électricité des corps qu'on ne veut point ôter du plan portant l'électromètre. La facilité d'augmenter ou de diminuer à volonté la courbure du fil est préférable à la multiplicité des pointes dont quelques-unes sont pourtant commodes pour y placer au sommet un bassin dans le but de amasser une plus grande quantité de vapeurs, ou d'un fluide élastique quelconque (H).

Le vase de cristal dont j'ai fait ci-devant la description, est employé dans les électromètres plus grands ; on en fait néanmoins encore avec des vases plus étroits sans diminuer même de beaucoup la hauteur, qui contribue considérablement à la sensibilité en effet toujours plus grande dans les bandes plus longues. Mais comme la plus grande sensibilité de ces électromètres les rend inutiles pour cette sorte d'expériences dans lesquelles il s'agit de mesurer un

degré d'électricité qui porte les bandes de feuille d'or à se décharger dans l'armure intérieure de l'électromètre, il faut en avoir d'autres faits à brins de paille selon la méthode de M. Volta, & comparables de la manière par lui indiquée (1). Le fil d'or ou d'argent qui est joint aux brins de paille sert à former l'anneau que l'on fait entrer dans celui de la pièce métallique vissée dans le bouchon. Comme le poids du fil est propre à diminuer la sensibilité, il est aisé de voir qu'en employant des fils de différente qualité, & en ajoutant au besoin un tant soit peu de cire d'Espagne au bout inférieur des brins de paille, l'on forme des pendules du poids désiré. Pour mesurer l'électricité orageuse, j'en ai construit cinq dont les pendules sont formés de petites cannes tout entières: celles de l'électromètre moins sensible ont quatre lignes de diamètre, & au moyen de quelques trous latéraux je les surcharge au besoin de petites boules de plomb en sorte qu'un degré de celui-ci en vaut dix mille du plus sensible: enfin l'on applique dans l'une des faces de cristal, qui sont sans armure intérieure, l'échelle des degrés d'une demi-ligne chacun. Cette échelle est dessinée sur une bande de papier que l'on divise au milieu, & dont on applique ensuite les deux parties de manière qu'elles s'élèvent du centre aux côtés de même que les pendules (A).

Dans la construction de cet instrument il faut premièrement avoir soin que le cristal soit bien essuyé intérieu-

(1) Voyez *Biblioteca Fisica d'Europa del* 1788-89.

rement, & même avec de la chaux vive, ou de l'alcali caustique, s'il le faut, parce que l'humidité intérieure diminue la force coërcitive de l'ambiant, & fait bientôt disparoître l'électricité introduite dans les pendules. S'il s'agit de l'électromètre à bandes de feuille d'or, cette précaution est d'autant plus nécessaire que venant en contact, elles s'attachent si fort qu'elles se déchirent plutôt que de se détacher. Dans ce cas on chauffe le bouchon avec le fer rougi pour faire fondre la cire d'Espagne qui le tient ferme, ensuite on le tire pour changer les bandes, & si l'on peut, débarrasser le col des restes des premières. On fait le fond métallique avec un bord capable d'être replié en haut, & de s'adapter bien au cristal, mais comme il est difficile qu'il s'y ajuste de manière à fermer tout passage à l'air & à son humidité, on le mastique tout à l'entour pour obtenir cet effet : je dois avertir que si le mastic est doux, la flamme de la chandelle suffit pour le détacher en peu de tems. Les bandes d'or doivent être coupées de façon que les bords en restent bien unis & égaux : s'ils sont dentelés, les bandes s'attachent, en sorte que bien souvent l'électricité même la plus forte n'est point capable de les séparer, elles vont conjointement se décharger dans l'une des armures du vase, & se déchirent le plus souvent, quand on veut les détacher avec un fétu. Cet inconvénient est beaucoup moindre dans les bandes de feuille d'or de triple épaisseur, mais étant moins sensibles, elles ne servent que pour des électromètres, qui sont moyens en sensibilité entre ceux à bandes de feuille d'or, & ceux à brins de paille ; j'en ai fait l'expérience en tirant de l'or

à différens degrés d'épaisseur. Si les électromètres sont à brins de paille, il faut qu'ils soient bien lisses, l'électricité se dissipant beaucoup plus vîte par les pointes; & comme ils tiennent à des anneaux de fil d'or ou d'argent, qui se meuvent dans d'autres anneaux de laiton, la moindre aspérité dans ces anneaux est d'abord d'obstacle à leur mouvement régulier.

On couvre aussi d'une couche de cire d'Espagne le bouchon métallique, excepté la partie qui communique avec les pendules & avec le plan supérieur qui doit aussi être bien poli, & tenir par son bord à la cire d'Espagne dont le col du vase de cristal est enduit. Toutes les autres parties qui jointes avec la vis forment autant d'électromètres différens, aussi-bien que les plats & les plateaux, doivent encore être bien polies, & quant aux plateaux il est bien que la vis placée dans leur centre ne soit pas plus longue que la profondeur du trou pour qu'elles s'adaptent au plan supérieur du bouchon, & que les bords en soient bien arrondis. A l'égard des autres parties, elles seront ajustées autant qu'il est possible à la partie du bouchon qui est à découvert : cela bien des fois est très-difficile à obtenir, & alors on doit au moins tâcher d'éviter les inégalités, & les angles aigus.

Mais ces précautions générales que l'on doit prendre dans la construction de l'électromètre, ne sont point suffisantes : il faut en user bien d'autres selon les différens usages que l'on veut en faire. S'agit-il de rendre sensible la plus foible électricité des corps ? Il faut avant tout disposer convenablement l'électromètre. L'on sait que les ban-

des d'or tombent en contact aussi-tôt qu'on leur enlève l'électricité, & qu'elles acquièrent une certaine adhérence, qui s'oppose à leur séparation ; ce qui fait qu'elles ne peuvent déceler les premiers degrés d'électricité qui leur a été communiquée, il faut donc, avant de faire usage de cet instrument, en séparer les bandes en leur présentant un bâton de verre ou de cire d'Espagne frotté. Ensuite on leur enlève avec le doigt l'électricité qu'elles ont reçue, & c'est après avoir répété deux ou trois fois la même opération qu'on les voit devenir plus sensibles, puisqu'elles n'arrivent plus à se toucher quand on leur ôte l'électricité artificielle, quoiqu'il ne se trouve entr'elles que l'espace d'un vingtième de ligne ; alors l'observateur doit regarder attentivement la division de l'échelle ci-dessus indiquée pour en reconnoître aussitôt la divergence. Il est bon de remarquer que si en discontinuant les expériences l'on charge l'électromètre de plus de vingt degrés d'électricité, les bandes n'acquièrent plus d'adhésion pendant quelques heures, & par conséquent l'opération exposée devient inutile.

Si l'on croit avoir électrisé un corps électrique par lui-même, & qu'il ne présente point d'électricité sensible étant mis en contact avec le plat de l'électromètre, on touche le plat avec le doigt tandis qu'on le tient en contact avec ce corps, on les écarte l'un de l'autre dans le même instant, & l'on voit paroître l'électricité permanente, qui est pourtant d'une nature opposée à celle du corps, comme il doit arriver ; c'est ainsi qu'on peut examiner à loisir l'électricité qui étoit insensible auparavant.

En examinant l'électricité la plus foible on peut se trom-

per dans son jugement. Il n'est pas rare de voir que le verre & la cire d'Espagne n'étant plus électriques diminuent, en les approchant de l'électromètre, la divergence des bandes; il arrive de là, que si l'on en approche la cire d'Espagne, les bandes paroissent électriques positivement, & si l'on en approche le verre, elles semblent électriques négativement, même lorsque l'électricité de l'électromètre sera opposée: mais ce n'est point l'électricité opposée qui diminue la divergence des bandes, c'est en présentant à l'électromètre un corps non électrique que se fait cette diminution. D'autrefois cette divergence étant petite, si le corps que l'on présente à l'électromètre est abondamment électrisé, & qu'il en soit trop approché, la divergence est anéantie, mais dans l'instant même les bandes s'écartent de nouveau par l'électricité de ces corps; ainsi l'on se trompe en jugeant de la nature de l'électricité. Comme le verre & la cire d'Espagne frottés en façon quelconque avec de la laine ou de la soie m'avoient constamment donné la même électricité, le verre positive, & la cire d'Espagne négative, voulant examiner la qualité de l'électricité au moyen de leur frottement, j'ai pris un tube de cristal de l'epaisseur d'un doigt & de la longueur d'un pied, j'en ai fermé les deux ouvertures avec deux pièces de laiton, & enduit tour à tour six pouces d'une couche de cire d'Espagne d'environ une ligne d'épaisseur, laissant les autres six à découvert. J'ai frotté les deux parties, & j'ai ainsi obtenu les électricités opposées dans le même tube, & même dans les deux pièces de laiton, dont l'une est toujours devenue électrique positivement, & l'autre négativement.

Avant de commencer l'expérience on électrise le tube, ensuite on examine l'électricité en présentant à l'électromètre tantôt le verre & tantôt la cire d'Espagne; s'il y a quelque tems que le tube a été électrisé, on en frotte nouvellement un peu la partie qu'on veut présenter à l'électromètre, & l'on ne court ainsi aucun risque de se tromper faute d'électricité dans le tube. Quant à la trop grande quantité d'électricité qui peut détruire celle de l'électromètre pour y en produire dans l'instant une autre opposée, il faut approcher doucement de l'électromètre le tube frotté, & regarder attentivement les bandes, ou les pendules pour en distinguer le premier mouvement. En général, s'agissant d'examiner l'électricité qu'on communique en même tems à différens corps, il est bien de se servir de différens électromètres, soit pour ne pas laisser dissiper l'électricité de l'un en examinant celle de l'autre, soit pour se convaincre si le tube est électrique, & jusqu'à quel degré il l'est, pour se régler dans la manière de l'approcher de l'électromètre.

J'ai dit au commencement de ce mémoire que la sensibilité de mon électromètre étoit au delà de toute attente; maintenant je vais rapporter les expériences qui en rendent le plus sûr témoignage. Pour les faire exactement l'on est deux personnes, l'une fait attention aux bandes d'or pour en observer les premiers mouvemens, & l'autre brise ou racle le corps dont on veut examiner l'électricité, pour en faire tomber les petites parties dans le bassin de l'électromètre. Ce fut M. le Docteur Charles Giulio Professeur de Médecine à l'Université de cette capitale qui voulut bien con-

courir avec moi. Tantôt c'étoit lui qui racloit le corps à mesure que j'observois, & tantôt c'étoit lui qui observoit à mesure que je raclois : en procédant ainsi alternativement, & en répétant plusieurs fois l'expérience nous nous assurames que je ne m'étois point trompé. Comme un bâton de chocolat de la meilleure qualité fut le corps qui me tomba le premier entre les mains, il fut aussi le premier à être soumis à l'expérience, & un très-petit brin qui en tomba dans le bassin, donna une électricité très-sensible; nous pesames ce brin à une balance qui marque la $\frac{1}{184}$ partie d'un grain, & nous trouvames qu'il en auroit fallu presque le double pour le mettre en équilibre avec ce petit poids. Ayant réfléchi que le chocolat est fort hétérogène, je crus devoir employer premièrement la cire d'Espagne, & ensuite le soufre. Quant à la cire d'Espagne, il en faut si peu de brins, chacun beaucoup plus léger que la $\frac{1}{184}$ partie d'un grain, que calcul fait je crois pouvoir assurer qu'$\frac{1}{600}$, ou même $\frac{1}{700}$ de grain de cire d'Espagne, détaché avec le couteau d'or, donne dans cet électromètre une électricité très-sensible. J'ai soin d'avertir que c'est avec un couteau d'or qu'on doit détacher ces brins de cire d'Espagne, parce que si on emploie un couteau de fer il en faut la $\frac{1}{192}$ partie d'un grain pour avoir une électricité sensible. Il en faut aussi une plus grande quantité, si c'est de pièces d'or qu'on se sert pour racler, & cette quantité doit même être différente selon les différentes pièces, ainsi il ne m'en fallut pas moins d'$\frac{1}{48}$ de grain en raclant avec notre pièce de 24 livres, & pas moins d'$\frac{1}{48}$ plus $\frac{1}{96}$ en me servant de la pièce d'Espagne de 69 liv. & 16 sols, tandis

que $\frac{1}{92}$ fut suffisant, lorsque j'employai une pièce de Portugal de 74 liv. & 16 sols. On juge bien que les pièces de la même monnoie produiront un effet différent, selon qu'elles auront le bord plus ou moins tranchant, & il n'est pas moins aisé de comprendre, que la différente manière de racler ou de briser les corps à examiner, & d'autres circonstances semblables peuvent y contribuer; j'ai eu lieu en répétant cette expérience, d'observer dans la même heure quelque diversité dans les phénomènes sans qu'il soit arrivé des changemens sensibles dans l'atmosphère, mais ces différences sont trop petites pour s'opposer au principe universel que c'est en raclant avec de l'or pur qu'on obtient la plus grande électricité, & que si l'or est allié, elle est moindre en raison de la quantité, & de la qualité de l'alliage. L'on remarque une différence bien plus grande encore dans la quantité qu'il faut du corps raclé, quand on emploie des métaux différens: ainsi en raclant de la cire d'Espagne avec un couteau d'argent il en a fallu $\frac{1}{12}$ de grain pour obtenir des signes d'électricité, & $\frac{1}{8}$ en raclant avec un couteau de cuivre: mais quelque propre que soit la cire d'Espagne à faire voir la sensibilité de mon instrument, elle n'est pourtant point le corps le plus capable d'en prouver le plus haut degré, puisque j'ai obtenu des signes d'électricité d'une dose de soufre beaucoup moindre: je regrette de ne pas avoir pu en déterminer exactement le poids, faute de balance qui marquât au dessous de la $\frac{1}{184}$ partie d'un grain.

Après m'être convaincu de l'électricité que présentent sensiblement les plus petites quantités des corps raclés, il

étoit naturel d'en chercher la qualité. Il est résulté des expériences que j'ai faites dans cette vue, que non seulement les différens métaux offrent une électricité différente, ce que personne que je sache n'avoit pas même soupçonné, mais encore que le même métal employé à racler le même corps, apporte à l'électromètre tantôt l'électricité positive & tantôt la négative, selon que varie la figure de la partie raclante, & selon la différente manière de racler; c'est ce qu'on doit bien remarquer pour ne pas se trouver dans le cas où j'ai été moi-même, de tirer de la même expérience des résultats opposés: en premier lieu entre les divers métaux l'or, quelle qu'en soit la figure, produit toujours de l'électricité positive, même en raclant les corps qui raclés avec les autres métaux, donnent de l'électricité négative toutes les fois que ces métaux sont tranchans, & qu'on racle verticalement. Racle-t-on le sucre cristallisé avec de l'or tranchant? On a de l'électricité positive comme quand on le racle avec le fer, le cuivre, le laiton, & le verre émoussés. L'or semble donc essentiellement différer des autres métaux quant à la manière de produire l'électricité, puisqu'il donne aux raclures des corps, lors même qu'il est tranchant, l'électricité qu'elles ne reçoivent des autres métaux, que lorsqu'ils sont émoussés, ou maniés diversement: c'est ce que les expériences suivantes vont mettre dans un plus grand jour.

I. TABLEAU

Raclant & tranchant	*Corps raclé*	*Qualité de l'électricité*
or .	cire d'Espagne	positive
argent .	. . .	négative
cuivre	. . .	négative
laiton .	. . .	négative
fer .	. . .	négative
Raclant rond	*Raclé*	*Qualité de l'électricité*
or .	cire d'Espagne	positive
argent .	. . .	positive
cuivre .	. . .	positive
laiton .	. . .	positive
fer .	. . .	positive

Le chocolat présente les mêmes phénomènes que la cire d'Espagne.

Ce n'est pas seulement à la figure du métal raclant, qu'il faut faire attention, mais encore à la façon de le tenir, ce qui change aussi la nature de l'électricité; ainsi en raclant un bâton de cire d'Espagne qu'on tient verticalement avec le tranchant d'un couteau d'argent le dos en haut, on a l'électricité négative; qu'on tourne le couteau, & qu'on racle avec le même tranchant le dos en bas, on aura l'électricité positive; je dis de tenir le couteau le dos en haut, & puis de le tourner pour être plus sûr du succès, mais bien des fois, suivant la forme de la lame, il suffit de tourner un peu la main pour voir la raclure du même corps changer d'électricité : veut-on se convaincre que la nature de l'électricité dépend de la manière de tenir le cou-

teau? on n'a qu'à racler un corps qui diffère en nature de la cire d'Espagne, comme par exemple le sucre cristallisé, qui donne une électricité positive, lorsqu'il est raclé verticalement avec un couteau d'argent le dos en haut, & une électricité négative, lorsqu'on le racle avec le même couteau le dos en bas. La cire d'Espagne & le sucre cristallisé produisent donc la même électricité dans des circonstances différentes, & des électricités opposées dans des circonstances semblables; opposition qu'on observe également lorsque le chocolat prend la place de la cire d'Espagne. Il est donc évident, que ce n'est pas seulement la différente figure du métal qui change la nature de l'électricité des corps raclés, mais que la différente manière de les employer présente les mêmes modifications. Pour prouver que l'or & le fer produisent réellement des électricités différentes, je ne me suis point contenté d'en faire l'examen avec le verre & la cire d'Espagne; je raclois un corps avec un couteau de fer, & je voyois à chaque coup cette électricité se diminuer jusqu'à ce qu'elle fût entièrement anéantie, & en continuant à racler avec le couteau de fer je produisois l'électricité opposée, que je détruisois à son tour en employant le couteau d' or.

C'est encore ce que j'observois en maniant diversement le couteau d'argent, je produisois en raclant avec ce couteau une espèce d'électricité, & je la détruisois ensuite en le tenant d'une autre manière, & j'excitois l'espèce opposée, que je détruisois pareillement en tenant le couteau d'une façon différente.

Mais à quoi doit-on attribuer la diversité de ces phénomènes? La recherche des causes a toujours été extrêmement difficile: ce n'est pourtant que bien d'hasarder quelque conjecture; de semblables conjectures ont été souvent des sources de nouvelles suites de faits qui ont servi à établir d'autres vérités sans nombre. Si les corps, qui raclés avec le tranchant d'un couteau le dos en haut, présentent l'électricité négative, étant raclés avec des métaux ronds, ou avec le tranchant du couteau le dos en bas, produisent l'électricité positive, c'est peut-être que les parties détachées & électriques négativement, étant encore en contact avec le métal, se chargent de son électricité, & se trouvant encore proches des autres parties qui sont aussi électriques négativement, elles en prennent au delà de leur dose naturelle, & tombent dans l'électromètre avec une électricité positive. Il arrive le contraire dans les corps qui sont de nature différente: les parties qui en sont déjà détachées, donnent au métal qu'elles touchent leur dose d'électricité, qui est poussée par celle des parties adjacentes, & separées dans l'instant elles demeurent électriques négativement. La théorie que je viens de proposer, semble acquérir des degrés de probabilité par les faits suivans. J'ai déjà fait remarquer combien de soin il faut apporter en faisant ces expériences, il est encore bien de savoir que comme les parties des corps raclés s'attachent aux métaux, il faut les nettoyer souvent pour s'assurer du succès.

Comme l'électricité des raclures d'un corps change selon la diversité des métaux, leur figure, la manière de les te-

nir & de donner les coups en raclant, j'ai aussi voulu examiner les changemens que subit le métal lui-même par rapport à l'électricité. J'ai pris pour cela une pièce triangulaire d'acier, & en ayant arrondi deux côtés, j'ai rendu l'autre bien tranchant; j'en ai encore pris une autre pièce quadrangulaire, j'en ai arrondi un côté, & j'ai fait affiler le tranchant des trois autres. Ces pièces sont de la longueur d'environ trois pouces, & ont chacune un manche semblable à celui des limes. J'ai fait entrer le manche dans un tube de cristal, j'ai rempli le tube de mastic, j'ai isolé ces instrumens, & ils m'ont servi de racloirs (*voyez II. tabl.*), & j'ai ainsi fait subir au fer isolé des modifications différentes en raison de sa figure.

II. TABLEAU

Fer isolé tranchant	*Corps raclé*	*Électricité du fer*	*Électricité du corps*	*Électricité des raclures*
	cire d'Espagne	positive	positive	négative
	soufre	positive	positive	négative
	chocolat	positive	positive	négative
	bougie	négative	négative	positive
Fer isolé rond	*Corps raclé*	*Électricité du fer*	*Électricité du corps*	*Électricité de la raclure*
	cire d'Espagne	négative	négative	positive
	chocolat	négative	négative	positive

L'électricité du fer isolé est pourtant toujours moindre que celle des raclures.

Après avoir examiné l'électricité des différentes raclures, & du métal raclant, j'ai travaillé à la recherche de celle des préparations chimiques qu'on réduit en poudre. Dans ce but j'ai fait faire un vase cylindrique de laiton bien uni au dedans pour pouvoir le nettoyer exactement, avec son couvercle aussi de laiton, mobile, parfaitement poli, & percé d'une grande quantité de petits trous ronds. Quant aux préparations chimiques, elles m'ont été fournies par M. Giobert, membre de l'Académie. Je mettois une quantité de chaque espèce de poudre dans un vase, je la faisois tomber dans un plat, mis sur le plateau de l'électromètre, & en frottant à l'ordinaire le verre & la cire d'Espagne, j'examinois la nature de l'électricité.

III. TABLEAU

Poudres	*Électricité*	
Chaux de zinc par voie sèche	négative	abondante
de fer . . .	négative	abondante
de bismuth . .	négative	abondante
Soufre doré d'antimoine	négative	abondante
Turbith minéral .	négative	abondante
Fleurs de zinc . .	négative	abondante
Magnésie pure . .	négative	abondante
Æthiops martial . .	négative	abondante
Poudre de l'Algaroth .	négative	abondante
Sel neutre arsenical .	négative	abondante
Magnésie blanche pure de sel d'Epsom .	positive	abondante
Tartre vitriolé . .	positive	abondante
Tartre d'antimoine . .	positive	abondante
Fleurs d'arsenic * . .	positive	abondante
Sel fébrifuge de Sylvius .	positive	
Sel de Glauber . . .	positive	

* On avoit obtenu ces fleurs en décomposant du sel nitre au moyen de l'arsenic.

Ce qui me parut remarquable dans cet examen, est qu'ayant fait tomber d'un entonnoir de verre quelques-unes de ces préparations, elles présentèrent la même électricité que lorsqu'elles tomboient du vase de métal; cette circonstance m'autorise à croire, que c'est par le frottement des parties entr'elles, ou plutôt avec l'air, que se déploie le feu électrique qu'elles décèlent, & que la qualité du vase dont on les verse, n'y contribue pour rien. Ensuite je soumis à l'épreuve les limailles de métal, & je les trouvai électriques positivement, au lieu que leurs chaux le furent négativement. Ce ne fut plus donc pour moi un soupçon, mais un fait certain, que les métaux dans la calcination changent de nature relativement à l'électricité, ainsi que je l'avois indiqué dans mes lettres physico-météorologiques. Je remarquai encore une grande différence entre la dose de l'électricité que présentent les métaux, & celle de leurs chaux; pour porter à 20 degrés de divergence l'électromètre plus sensible à brins de paille, il fallut verser du vase de laiton une once de limaille de fer, tandis que $\frac{2}{8}$ de chaux suffirent pour avoir le même degré. Ce seroit me jeter dans des discussions qui m'écarteroient trop de mon sujet que de faire maintenant l'analyse de cette expérience; qu'il me soit donc permis de réserver ce travail pour une autrefois, & de suivre présentement l'ordre que j'ai tenu dans les recherches que j'ai faites sur la matière en question. Après les chaux métalliques j'examinai les terres silicieuse, argileuse, calcaire, & pesante: elles me donnerent toutes l'électricité négative avec cette différence pourtant que la calcaire en donna moins, l'argile un peu de

plus, & beaucoup plus la terre silicieuse, & encore plus la terre pesante. Je ne rapporterai point que le sable commun coloré avec de l'huile de noix qu'on emploie pour essuyer les écritures, a aussi produit une électricité négative, les parties en sont trop hétérogènes pour pouvoir fonder des raisonnemens sur les phénomènes qu'elles présentent : la cendre commune versée du vase métallique, a montré aussi de l'électricité négative. Dans toutes les expériences dont je viens de faire mention je n'ai employé que des plats & des plateaux, je me propose néanmoins de m'en servir encore pour en faire un plus grand nombre. J'entreprendrai l'examen de toutes les terres en les versant de différens vases de métal & de verre pour découvrir la nature de l'électricité qu'elles produiront, & en déterminer en même tems la quantité en fixant le poids qu'il faut de chacune des terres pour avoir un nombre déterminé de degrés dans les mêmes circonstances, soit des instrumens, soit de l'atmosphère. Suivra l'examen des sels & de toutes les principales préparations chimiques qui sont capables d'y être soumises, ensuite celui des farines & des poudres des différentes sortes de bois, des métaux & des demi-métaux, celui des pierres frottées entr'elles & frottées avec les métaux, des pierres métalliques & des pierres précieuses, & enfin celui du rapport qu'il peut y avoir entre la force électrique & la réfringente.

En employant la petite colonne à quatre pointes, & les vases indiqués, je commencerai par examiner les fluides animaux ; je tâcherai de m'assurer s'il y a une différence d'électricité entre le sang veineux & le sang artériel,

entre le sang tiré d'un animal bien nourri & le sang d'un animal exténué par le jeûne, celui d'un état moyen & celui de maladie : & ce sera avec la même attention que j'examinerai les dépôts que j'obtiendrai des fluides. Pour les fluides végétaux non seulement ils doivent être examinés en eux-mêmes, mais encore par rapport à ceux des animaux. Je tenterai de pousser la germination sur l'électromètre dans un vase qui contienne quelques livres de semences. J'essayerai de verser les liquides à différens degrés de chaleur & de froid, de produire les congélations & les fermentations, d'examiner des morceaux de glace en les frottant, en les fondant & en les raclant, & je déterminerai toujours la quantité & la qualité de l'électricité, qui paroîtra dans l'électromètre. Toutes les combustions que je pourrai obtenir des corps minéraux, animaux & végétaux, seront également examinées. L'huile & l'esprit de vin seront de même mis en usage pour produire des évaporations & des ébullitions, & pour étudier soit les liqueurs, soit les vapeurs qui s'en élèvent. La calcination & la revivification des métaux, & leurs solutions sont des opérations trop intéressantes pour ne pas les faire sur l'électromètre au moyen des quatre pointes. Mais ce seroit un détail trop long que celui d'indiquer toutes les principales expériences que je compte de faire : je me bornerai donc à dire qu'après l'examen des différens fluides élastiques, de l'air sec & de l'air saturé à différens degrés d'eau mise en un mouvement violent, & des liquides tant simples que saturés de diverses matières, je passerai à celui des opérations chimiques en variant de mille différentes matières les cir-

constances pour pouvoir connoître les changemens qui se succèdent dans l'état électrique des corps, indépendamment de l'accroissement & de la diminution de leur surface, étant bien sûr que les métaux, aussi-bien que leurs chaux & les différens sels, ont sous un volume égal des capacités différentes par rapport à l'électricité ; & que MM. Paets van Troostwyk & Krayenhoff se sont trompés, lorsqu'ils ont rapporté les phénomènes de quelques dissolutions à la seule variation de surface, de même que M. Cuthberson qui leur avoit fourni l'électromètre, lorsqu'il donna aux bandes de feuille d'or la longueur déterminée d'un pouce & demi, & la largeur d'une ligne & demie pour avoir la plus haute sensibilité, puisque j'ai observé à M. le Chev. Volta que celles de la longueur de trois pouces & de la largeur d'une ligne sont beaucoup plus sensibles. C'est en joignant cet examen à ceux qui ont déjà été indiqués que je ne désespère point d'augmenter le nombre des vérités, & de déchirer du moins en partie le voile épais qui cache les opérations de la nature. Puisque cet électromètre marque la plus foible électricité qu'on ne peut apercevoir avec les autres, il servira aussi à faire connoître celle de l'atmosphère dans les cas où jusqu'à présent elle étoit imperceptible. En effet, quoique l'exposition de mon logis ne soit pas des plus favorables pour cette sorte d'expériences, je n'ai pourtant jamais manqué d'obtenir à l'aide de cet instrument de l'électricité à chaque heure de la journée; je n'avois qu'à isoler hors de la fenêtre une canne de la longueur d'environ trois *trabucs*, au haut de laquelle (M) je plaçois une flamme différente suivant les observations que

j'avois en vue de faire. Comme cet appareil dont je me sers depuis l'an 1787, tems auquel le célèbre Zimmermann me communiqua l'invention de M. Volta, consistant à ajouter la flamme au sommet des conducteurs : comme cet appareil, dis-je, est de facile exécution, moins dispendieux, plus commode sans comparaison & meilleur que tous les autres conducteurs qui sont de la longueur de plus de cinq cents pieds, on ne sera pas fâché d'en trouver ici une description un peu détaillée. Pour isoler la canne j'emploie un cylindre de verre d'un demi-pouce de diamètre, & de la hauteur d'un pied & demi (M 1). Ce cylindre se trouve à nu aux deux bouts dans la longueur de quatre pouces, & enduit au milieu de soufre ou de cire d'Espagne pour le maintenir dans l'état convenable de siccité & d'isolement, parce que l'observation fait voir que l'union des corps électriques par origine est plus propre à entretenir l'électricité. La canne on la coupe de manière que les deux bouts se trouvent pour le moins à quatre pouces du noeud, & on renforce ces extrémités dans la longueur de deux pouces avec de la ficelle enduite de poix. Dans le plan horizontal de la fenêtre dans laquelle on veut élever la canne, on pratique un trou de la profondeur d'un pouce & de la largeur de neuf lignes pour y planter un des bouts du cylindre de verre, l'autre entrant dans la canne jusqu'au noeud, c'est-à-dire de la longueur d'environ quatre pouces. Aux deux côtés de la muraille de la fenêtre il doit y avoir deux crochets de fer, ou deux clous. On attache à l'un des deux un cordon double de soie de manière qu'une portion demeure séparée de l'autre, on en

fait quelques tours autour de la canne, on l'assure à l'autre clou, & la canne se trouve ainsi ferme & isolée. Au haut d'une autre canne plus petite mais assez forte, qu'on fait entrer & qu'on ajuste dans la première (M 3), on adapte un fil métallique fait en forme de spire (M 4), où l'on met & on allume un fil soufré s'agissant d'une observation courte, un bout de bougie, s'il est question d'une observation un peu plus longue (M 6), & enfin une petite lanterne de fer blanc mince avec son récipient de la même matière pour y mettré de l'huile, lorsqu'on veut observer pendant quelques heures de suite (M 5). En faisant usage de la lanterne j'ai trouvé qu'elle est d'autant meilleure que l'air y pénètre plus facilement; c'est pour cela que le récipient doit porter sur quatre pieds, & que l'on fait huit trous au fond de la lanterne dont le corps est aussi tout percé, en sorte néanmoins que la pluie n'y puisse point pénétrer, on la ferme d'un côté avec un guichet de verre afin que l'observateur puisse s'apercevoir quand la lumière s'éteint. Au moyen d'un si simple appareil on a des signes constans d'électricité que l'on peut examiner à loisir, même dans les cas où les plus longs fils conducteurs n'en donnent ordinairement aucun; parce qu'à mesure que l'électricité rassemblée se dissipe, elle est bientôt renouvellée par celle qui passe réellement de l'atmosphère dans le canal, au lieu que dans les fils conducteurs il ne se présente bien souvent que l'électricité de pression, ou bien que le fil se trouvant plongé dans un ambiant électrique, son électricité naturelle est poussée au bout inférieur qui se trouve dans un ambiant moins électrique, lorsque l'atmosphère est élec-

trique positivement, comme il arrive toujours dans un ciel serein, & qu'il n'y a point de nuages à quelque distance. Il arrive le contraire lorsque l'atmosphère est électrique négativement, mais dans les deux cas, l'électricité de pression se trouvant une fois anéantie, elle n'y reparoît que long-tems après, ce qui a jeté plusieurs Physiciens, entre lesquels le Père Beccaria lui-même, dans bien des erreurs touchant l'électricité atmosphérique, & les engagea à en rapporter des modifications qui ne sont que des conséquences illusoires d'appareils imparfaits. Quant à la bonté de celui que je viens de décrire je n'en alléguerai qu'une seule expérience, faite devant MM. de Fabry Officier dans le régiment de Chablais, & correspondant de l'Académie, l'Abbé Alexandre Garmagnan, Professeur de rhétorique, & quelques autres personnes. Au commencement de juin dans un jour serein & tranquille j'élevai à environ trois heures après midi la canne hors de la fenêtre, la lanterne au sommet : ensuite après avoir enlevé l'électricité qui s'étoit accumulée, & que j'avois examinée en ôtant la communication entre la canne & le sol, je touchai la canne avec le crochet d'une bouteille de Leyde, 15 secondes après je l'en écartai, & elle se trouva déjà tellement chargée, que me servant d'un gant de toile cirée pour condensateur, j'obtins quatre décharges dans l'électromètre à bandes. Quand il y a des nuages orageux, l'atmosphère électrique de la canne s'étend à plusieurs pieds de distance, & alors il faut l recueillir pour la mesurer dans un électromètre dont les pendules sont des cannes de la grosseur du petit doigt, & qu'on rend encore plus pesant par des boules de plomb,

que l'on y joint au moyen de quelques trous latéraux qu'on y a fait exprés. Mais dans ce cas on court de grands dangers, si l'on n'use de toutes les précautions nécessaires, & les étincelles que l'on en tire sont fort douloureuses. C'est pour cette raison que lorsque l'équilibre de l'électricité atmosphérique est beaucoup dérangé, je mets une autre canne au sommet de la première au lieu de celle avec le fil métallique. Je tiens toujours plusieurs de ces cannes, mais les plus commodes sont celles qu'on fait avec les roseaux des marais à cause de leur longueur & de leur légereté, sans surpasser en diamètre la capacité intérieure du bout supérieur de l'autre canne. J'eus un jour occasion de faire une observation semblable à celle de M. le Comte Morozzo Président de l'Académie. S'étant élevé un orage, je plaçai au haut de la première canne un roseau de deux trabucs & demi, au haut duquel j'avois laissé sa fleur qui formoit un faisceau de petites feuilles longues & minces. Je recevois déjà avec cet appareil des étincelles douloureuses, lorsque je vis dans l'instant toutes les feuilles de la fleur s'élever vers un nuage qui passoit au-dessus. J'observai pour quelque-tems ce phénomène, mais la fréquence & la force des étincelles m'obligerent bientôt à mettre la communication entre la canne & le sol; dans ces entrefaits le nuage s'écarta, & les feuilles de la fleur s'abaisserent.

On n'a pas même besoin de la flamme pour examiner l'électricité de la pluie; voulant employer la canne presque verticale, il faut placer un cercle un *palme* au-dessus du bout inférieur, & y adapter un couvercle (N) pour

maintenir l'isolement. Mais dans de semblables cas l'emploi de la canne horizontale est le plus commode. A cet effet à la distance de deux palmes du plus gros bout de la canne il y a un trou carré qui pénètre d'un côté à l'autre. Un cylindre de verre de la hauteur d'un pied & d'un demi-pouce de diamètre fixé dans un pied de bois (Q) sert pour l'isolement. Au haut de ce cylindre qu'on enduit de cire d'Espagne pour rendre l'isolement plus parfait on joint une pièce de laiton (R 1) portant un autre pièce de fer de la figure du trou de la canne. Cette pièce de fer est mobile autour d'un axe (P) pour donner à la canne l'inclinaison que l'on veut. Comme dans la pièce de laiton il y a autour de l'axe un demi-cercle tracé avec ses divisions (P 2), une ligne verticale au milieu de la pièce de fer y marque l'angle d'inclinaison. Lorsque la canne est horizontale on y attache au bout un poids de métal qui la tient en équilibre, & l'on a différens poids suivant les différentes cannes qu'on joint au bout de la première. Ces poids sont soutenus par une verge de fer qu'on enfonce à force dans la canne, & c'est en tirant cette verge qu'on rend l'équilibre, lorsqu'il est dérangé par le poids de la pluie qui reste attachée à la canne. En faisant usage d'une canne plus longue, soit qu'on la place verticalement, soit qu'on la mette horizontalement, on peut se dispenser d'y ajouter des cannes. M. Volta pour observer l'électricité atmosphérique réduisit cet appareil à un bâton portatif. Cet appareil est composé d'un bâton de noyer ou de poirier creux (O) de la hauteur de quatre pieds de Paris en y comprenant la poignée & la pointe, on fait entrer dans ce bâton creux un roseau de

la même longueur (O 4), qui renferme une baguette d'osier aussi de la même longueur (O 5), au haut de laquelle il y a un fil de métal tourné en spirale de la longueur d'un pouce & demi (O 6). A l'extrémité du bâton est un cercle de laiton avec sa vis, au moyen de laquelle l'on joint la pointe aussi de laiton (O 7), & creuse pour recevoir au dedans le fil de métal en spire, & l'extrémité de la pointe est d'acier. Le bâton vide (O 3) est aussi affermi au sommet par un autre cercle de laiton, ayant sa pomme d'ébène (O 1); à la poignée se joint un tuyau de laiton de la longueur d'un pied & demi (O 2), & c'est dans ce tuyau qu'entre le roseau. La tête de la poignée renferme encore un poids de plomb, & en l'ouvrant on voit dans la poignée un autre morceau de plomb attaché avec du mastic, servant à recevoir la pièce de laiton à joindre par le moyen d'une vis à l'électromètre, ou à l'isolateur avec son fer, qui pénètre dans des trous faits dans le tuyau de laiton vers son extrémité, & cela pour qu'etant tiré presqu'entièrement hors du bâton, & placé horizontalement sur l'isolateur, le tuyau de laiton avec la poignée se mette en équilibre avec le bâton, lorsqu'on en a tiré presqu'entièrement le roseau, aussi-bien que la verge de saul jointe par son extrémité au roseau avec le surcroit du poids du fil de métal, & avec un bout de bougie ou de fil soufré qu'on allume. Lorsqu'on veut employer cet appareil verticalement (Q), on joint la pièce de laiton à l'électromètre, & comme dans la poignée il y a le plomb troué à dessein de manière qu'il reçoit à peine le fer que l'on y joint, l'on n'a besoin d'aucun autre instrument. Mais lorsqu'on veut

l'employer horizontalement (S) on porte dans sa poche un pied de bois, auquel on joint au moyen d'une vis de laiton un cylindre de verre enduit de cire d'Espagne, au haut duquel se trouve une autre vis de laiton creuse pour recevoir celle de la pièce portant le fer, & servant à tenir en équilibre le bâton horizontalement. Dans ce cas on met l'électromètre en contact avec le tuyau de laiton, ou avec la poignée ; si l'on ne peut ou l'on ne veut point l'élever au moyen d'une pointe unie à l'électromètre; comme il faut connoître non seulement la quantité, mais encore la qualité de l'électricité atmosphérique, le bâton de verre doit être enduit en partie de cire d'Espagne pour avoir les deux qualités d'électricité.

L'expérience m'a appris une infinité de fois combien ce bâton est propre pour observer l'électricité atmosphérique, & entr'autres en 1790 au mois de septembre sur le nouvel observatoire de l'Académie, devant M. le Docteur Charles Giulio, Professeur de Médecine à l'Université, & M. Feroggio, Architecte de l'Académie. Quoique le ciel fût couvert de nuages, je pensois néanmoins qu'à une telle élévation ni l'électromètre le plus sensible, ni celui qui le suit de près auroient pu me servir à cause de la trop grande abondance d'électricité; j'employai donc le troisième, ou celui à fétus de paille soutenu par un fil d'argent, qui les pénètre dans toute leur longueur. Chaque degré de cet électromètre repond à six du plus sensible. Après avoir placé l'isolateur sur la muraille de l'observatoire, j'y mis dessus le bâton en équilibre, & j'allumai un fil soufré de la longueur d'environ deux pouces, & en moins d'une minute les

fétus de paille divergèrent de dix lignes. J'examinai l'électricité avec de la cire d'Espagne & avec du verre frottés, & je la trouvai positive. Cette électricité étant anéantie le fil soufré allumé porta encore les brins de paille au même degré de devergence. Ensuite je plaçai un bout de bougie dans le fil spiral, & j'obtins au moyen de cette flamme une électricité égale, en élevant néanmoins le bâton de manière qu'il formoit avec l'isolateur un angle de 45 degrés. Dans les bâtons que le sieur Zanatta, Machiniste de l'Université a si bien éxécuté à l'imitation de ceux dont M. le Chev. Volta m'avoit fait présent, je fis tracer un cercle autour de l'axe de la pièce de laiton qui se joint à l'électromètre, ou à l'isolateur suivant le besoin, & le fer qui s'y trouve attaché est divisé au milieu par une ligne verticale, qui marque les degrés d'inclinaison, ou d'élévation du bâton : cette addition m'a paru nécessaire parce que la dose de l'électricité change suivant l'élévation qu'il faut pouvoir mesurer ; & au moyen de cette division l'on connoît d'abord les différences dans l'élévation suivant les divers angles. Comme dans cet appareil l'électricité, qui au travers de la flamme se précipite dans le fil métallique spiral pour se porter à l'électromètre, doit passer par la verge de saul, par le roseau & par le bâton, & que d'ailleurs le bois sec est presque toujours doué de la force coërcitive, il faut avoir soin de les tenir suffisamment humides en les baignant une fois avec une solution d'alcali fixe, & ensuite de les laisser sécher avant de les enchasser l'un dans l'autre, parce que de cette manière ils attirent toujours

de l'atmosphère assez d'humidité pour pouvoir faire la fonction de conducteurs.

Ce bâton me servira aussi pour examiner l'électricité des vapeurs qui s'élèvent des eaux soit courantes, soit croupissantes, des exhalaisons qui se dégagent des corps animaux & végétaux, lorsqu'ils sont en fermentation, & des vapeurs que transmettent la glace & la neige, & ce sera à différentes heures de la journée, & dans les différentes modifications de l'atmosphère que je répéterai ces observations. De plus je compte d'examiner la quantité de l'électricité à différentes hauteurs; nous serons pour cela trois observateurs, & nous ferons nos observations se plaçant l'un à la plaine, l'autre à mi-descente, & le troisième au haut d'une colline, surtout lorsque l'air est couvert de brouillard, ou qu'il est rempli d'autres météores, en faisant attention que les autres circonstances demeurent les mêmes dans les trois appareils. J'ai encore en vue de faire bien d'autres expériences pour augmenter le nombre des faits, qui serviront de fondement à un traité complet de météorologie qu'on souhaite depuis longtems.

EXPLICATION DES FIGURES

Fig. A *L'électromètre.*
B *Bouchon avec le fil auquel tiennent les bandes.*
C *Pointe à attacher à l'électromètre.*
D *Boule à substituer à la pointe.*
E *Hémisphère creux.*
F *Petit plat.*

Fig. G *Plateau.*

H *Petit plat soutenu par un fil recourbé pour l'examen des gaz, des exhalaisons & des vapeurs.*

I *Petite colonne portant quatre pointes.*

K *Petits plats à employer avec les quatre pointes.*

L *Vase pour recevoir les liquides.*

M *Canne pour examiner l'électricité atmosphérique, (1) pied de verre, (2) corps de la canne, (3) autre canne qu'on fait entrer au haut de la première, (4) fil de laiton spiral, (5) petite lanterne, (6) petite bougie.*

N *Couvercle pour garantir de la pluie le pied de la canne.*

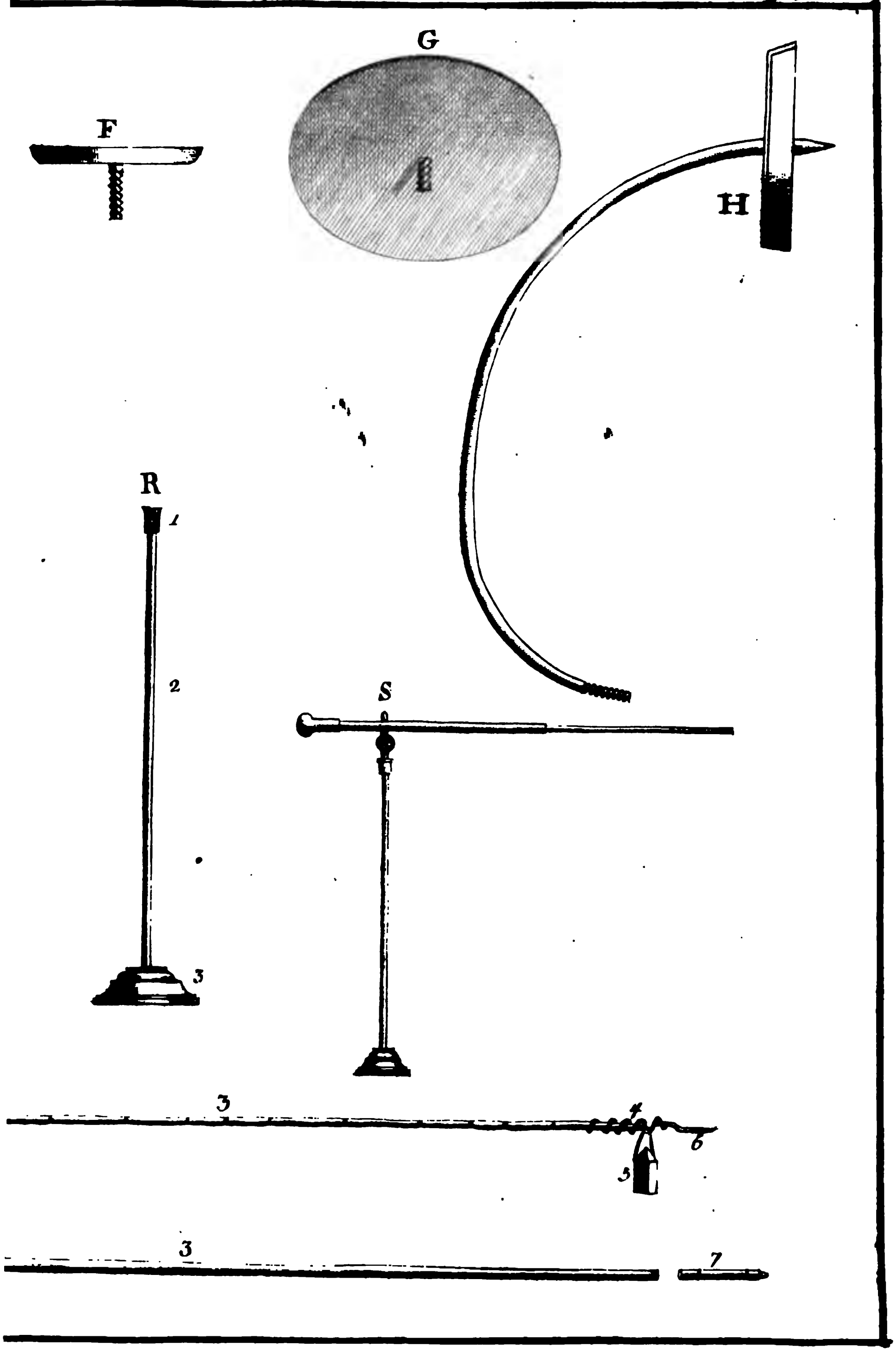
O *Bâton pour observer l'électricité atmosphérique avec toutes ses parties déployées, (1) le manche, (2) le tuyau de laiton joint au manche, (3) le corps du bâton, (4) le roseau qui entre dans le bâton, (5) la baguette qui entre dans le roseau (6) le fil de laiton spiral, (7) la pointe qui ferme le bâton.*

P *Pièce, qui se joint à l'électromètre, ou au pied du bâton; (1) vis, (2) plateau gradué pour mesurer l'angle de déclinaison, (3) pièce de fer qu'on fait entrer dans le bâton.*

Q *Bâton joint verticalement à l'électromètre.*

R *Pied isolateur du bâton; (1) pièce métallique à laquelle on attache à vis la pièce représentée par la figure* P, (2) *cylindre de verre enduit de cire d'Espagne, (3) pied de bois.*

S *Bâton placé horizontalement sur le pied isolateur.*


G
F
H
R
1
2
3
S
3
4
6
5
3
7

EXPERIENCES ANALYTIQUES

SUR L'*OSMONDA REGALIS*.

PAR M. FONTANA

Cette précieuse plante, appelée par *Linnaeus*: *Osmonda frondibus bipinnatis*, *apice ramiferis*, & par M. Tournefort: *Osmonda vulgaris*, *& palustris*, vient naturellement, & en abondance près d'Ivrée sur le lac de S. Michel, près de Giaven, & sur les montagnes de Piossasque. Lu le 22 mai 1791

Dans quelques endroits du Comté de Saxe au lieu de bois on se sert de la racine de cette plante pour cuire la chaux, & pour chauffer le four. Les Anglois en emploient la cendre pétrie dans l'eau, & desséchée au soleil ou au four pour le blanchîment de la toile. Les Chinois font entrer dans la composition du vernis de leur porcelaine le sel que l'on tire de la lessive de cette racine, calcinée avec quelque substance quartzeuse. On en fait depuis long-tems un grand usage dans l'art de guérir. On l'emploie comme remède pour l'hydropisie, pour les maladies de la rate & du pancréas, & dans la descente des intestins. M. Simon Pauli croit que cette racine étoit le secret de quelques Empiriques contre le ténia, & prétend qu'elle est apéritive, & anthelmentique. Enfin c'est avec un grand avantage qu'on la donne en poudre ou en extrait dans les rachitis. Elle est un peu astringente & visqueuse, de saveur douce, suivie bientôt d'une légère amertume. Ce que je vais dire de

cette plante a pour but de faire connoître un nouveau principe que je viens de lui découvrir dans la racine, & dont personne n'a jamais eu jusqu'à présent le moindre soupçon.

Une demi-once de cette racine mise tremper pendant deux heures dans de l'eau distillée bouillante, & ensuite filtrée, a donné à l'eau une couleur tirant sur le rouge, une odeur désagréable, & un goût mucilagineux, semblable à celui des fleurs de pêcher avec quelque amertume.

Ayant mis & laissé pour quelques jours dans un flacon de verre deux livres de cette infusion filtrée, il s'en est séparé naturellement une petite portion de terre savonneuse, dont je n'ai pu tenir un compte exact.

J'ai pris deux portions de cette infusion, j'ai instillé dans l'une quelques gouttes d'alcali fixe aéré, & autant d'alcali volatil caustique dans l'autre, & l'intensité de couleur a d'abord augmenté dans les deux portions sans séparation instantanée d'aucune substance: quelques heures après cette séparation a eu lieu, mais dans la portion seulement, où j'avois instillé l'alcali fixe aéré.

L'eau de chaux s'est décomposée dans une autre portion de cette infusion, & a fait un précipité foncé.

L'infusion a aussi décomposé le vitriol de mars: le mélange a pris une couleur tirant sur le noir, ce qui doit être attribué au fer joint au principe astringent contenu dans la racine.

Le plomb acéteux s'y est aussi décomposé, & a donné un précipité jaune.

La dissolution de nitre lunaire a formé en s'y décomposant des flocons qu'on voyoit flotter.

La dissolution d'étain dans de l'eau régale a rendu l'infusion laiteuse, ensuite la chaux s'y est précipitée en plus grande quantité que dans l'eau commune.

L'acide vitriolique l'a décolorée, & lui a communiqué une légère odeur d'acide sulfureux : j'en ai obtenu un précipité d'une substance d'un jaune obscur.

L'alcali prussien avec l'infusion a formé un précipité jaune obscur.

Ces expériences démontrent dans l'osmonde, outre un principe astringent, la présence de quelque sel à base terreuse, il suffit de mettre de l'eau de chaux dans une teinture quelconque, où l'on rencontre ce principe, pour faire précipiter la chaux avec le principe astringent.

On reconnoît dans cette plante, ainsi que dans tous les autres végétaux, une très-petite portion de fer. Si l'on n'arrive pas à en obtenir du bleu de Prusse, c'est que la combinaison intime du fer, & les modifications auxquelles il est sujet, lorsqu'il il se trouve uni avec certaines substances, l'empêchent de donner le résultat qu'il donne ordinairement lorsqu'il est uni avec un acide quelconque.

J'ai pulverisé une once de cette racine, & après l'avoir mise en macération dans de l'eau, & l'avoir fait bouillir, j'ai coulé, j'ai mis en évaporation la liqueur & j'en ai obtenu 288 grains de partie extractive, d'un goût amer & styptique. J'ai mis dans de l'esprit de vin le résidu de la racine, dont on avoit ôté la partie extractive; après dix jours de macération dans une étuve, à la température de 40 à 50 degrés du thermomètre de Réaumur, j'ai filtré, & l'esprit de vin s'est trouvé d'un jaune clair, sans aucun goût pro-

pre à la racine. J'ai éprouvé cette teinture avec les mêmes réagens, dont j'avois fait usage pour éprouver l'infusion faite dans l'eau, & si je n'en ai point obtenu les mêmes résultats, c'est que l'eau dissout tous les principes de l'osmonde qui peuvent être altérés par les réagens chimiques.

72 grains d'extrait d'osmonde mis avec une once de suc gastrique dans un vase de verre à la température de 25 degrés se sont dissous parfaitement, & ont pris une couleur de caffé obscure.

36 grains de poudre d'osmonde mis avec une autre once de liqueur gastrique dans une fiole exposée à la même température, lui ont donné une couleur caffé, mais non pas aussi chargée que dans l'expérience précédente.

La même quantité d'extrait & de poudre ayant été mise séparément dans deux onces de bile à la même température que dans les expériences précédentes, la partie résineuse de l'extrait n'a point été soluble, tandis que les autres principes se sont parfaitement unis, & ont rendu cette liqueur bilieuse un peu plus fluide; j'ai aussi remarqué le même effet dans l'autre portion de bile, dans laquelle j'avois mis la poudre.

J'ai réduit en cendre l'osmonde soumise à ces expériences, j'en ai fait la lessive avec de l'eau distillée; & cette lessive filtrée & évaporée m'a encore donné une portion de sel en raison de 20 grains pour chaque once de cendre. Ce sel attire l'humidité de l'air, & il se décompose au moyen de l'alcali fixe, & de l'acide vitriolique; le premier précipite la terre calcaire, & le second dégage le sel

marin de manière que ce n'est que du sel marin calcaire, dont aucun que je sache n'a encore découvert la présence. C'est à ce sel qu'à mon avis on doit attribuer en grande partie les vertus médicinales qui ont rendu cette plante recommandable.

Il résulte de ces expériences que les principes de l'osmonde sont solubles dans l'eau & dans le suc gastrique, & qu'il n'y a que la partie résineuse qui résiste à l'humeur bilieuse. Enfin que tous les autres principes se trouvent combinés avec un sel marin calcaire. M. Fourcroy a donné sur les qualités & vertus médicinales de ce sel un excellent mémoire qui a pour titre : *Recherches sur la préparation, les propriétés médicinales & l'administration du sel marin calcaire* inséré dans le V. vol. de la société R. de Médecine. C'est lui qui a été le premier à en faire usage, & à observer que c'est un des meilleurs dissolvans. Il l'a prescrit avec avantage dans les affections scrofuleuses, & dans les obstructions du mesentère, & il a reconnu qu'il est anthelmentique & d'un bon usage dans les paralysies. La dose qu'il en emploie est de 12 jusqu'à 14 grains dissous dans de l'eau distillée, & il répète cette dose plusieurs fois par jour. Lorsqu'il lui arrive d'en faire usage pour des sujets d'un âge plus mûr, il en augmente la dose jusqu'à un gros. Il a aussi employé ce sel extérieurement pour ôter les opilations, pour ramollir & dissiper les concrétions des humeurs lymphatiques. Il en recommande beaucoup l'usage en diverses maladies, faisant néanmoins observer avec raison de ne pas le mêler avec des substances qui par leur plus grande affinité avec quelqu'un de ses principes ayent la force

de les séparer, comme les sels vitrioliques, certains sels tartareux, & acéteux, les sels végétaux, le sel de seignette, la terre foliée de tartre, les substances alcalines, les savons, le suc de certains végétaux comme du borax, du cerfeuil, de la laitue, & de l'oseille sauvage.

La même précaution semble nécessaire dans l'usage de l'osmonde, puisque c'est à ce sel surtout que doivent s'attribuer les propriétés médicinales de cette plante. Il est connu des Médecins que quelques eaux minérales doivent en grande partie leur efficacité au sel marin calcaire qu'elles contiennent, ainsi qu'il a été reconnu par M. le Roi de Montpellier qui dans son analyse des eaux de Balaruc regarde particulièrement ce sel commun comme un principe actif de ces eaux. Notre confrère M. le Docteur Bonvoisin dans l'analyse qu'il a donnée des eaux d'Aix fait particulièrement mention du sel marin calcaire dont ces eaux sont chargées, & il croit qu'il a beaucoup de part à leurs effets salutaires.

De ces expériences sur la racine de l'*osmonda regalis*, il me paroît pouvoir conclure que la partie astringente, le fer, & le sel marin calcaire doivent être regardés comme les principes les plus actifs de cette plante. Quoique le fer, & le principe astringent se trouvent dans bien d'autres plantes, leur différent état de combinaison, la différente proportion dans les différens végétaux, l'union particulière avec certains principes peuvent les rendre plus actifs dans certaines plantes que dans d'autres. L'on sait par expérience que selon la variété des corps & la diversité des causes morbifiques, ces principes sont doués de

qualités différentes comme anti-spasmodiques, apéritives, purgatives, céphaliques, fébrifuges, narcotiques, anti-septiques, détersives &c. Les effets de l'osmonde sont particuliers dans le rachitis, lors néanmoins que l'humeur celtique n'est point la cause de cette maladie. Elle est propre, comme l'observation nous l'apprend, à desopiler les viscères, à dissoudre quelques concrétions particulières, ou les epaississemens de l'humeur lymphatique, à donner aux parties solides plus de vigueur, & d'énergie, à augmenter la circulation des humeurs, à détruire & dissiper celles qui forment les obstructions des glandes conglobées, ou des glandes lymphatiques du mesentère, servant de trajet aux vases chylifères, glandes qui dans les enfans rachitiques sont souvent opilées; c'est même à ces opilations que de fameux Médecins attribuent en grande partie la cause du rachitis. Enfin ces principes de l'osmonde sont très-efficaces pour corriger les symptômes d'une maladie, suivis ordinairement d'une fiévre lente, ou de l'hydropisie, qui mettent fin à la vie, si on n'a soin d'y apporter au plutôt les remèdes les plus convenables.

APPLICATIONS

DES FORMULES DU PLUS COURT CHEMIN SUR LE SPHÉROÏDE ELLIPTIQUE.

PAR M. L'ABBÉ DE CALUSO

Lu le 18 décembre 1791

Dans notre volume précédent page 325 j'ai donné un Mémoire pour la navigation sur notre sphéroïde, tâchant d'y conduire à une pratique facile par une analyse rigoureuse, comme je crois que l'exigent les progrès des Mathématiques & l'état actuel de la Science du calcul. Je l'ai fini par la recherche du plus court chemin, qui m'étoit indispensable pour compléter ma théorie; mais qui n'est guère qu'une question de pure curiosité pour un pilote, tandis que les calculs de la courbe qui a cette propriété d'être la plus courte entre deux points sur la surface d'un sphéroïde, sont d'une utilité très-réelle en plusieurs questions astronomico-géographiques, surtout lorsqu'on a porté par des opérations géodésiques la mesure la plus scrupuleuse à une étendue considérable de pays; ce qui n'est plus de nos jours un cas bien rare, & selon toute apparence le sera encore moins à l'avenir. Mais l'application de mes formules à ces questions m'auroit trop écarté de mon sujet. Me bornant donc alors à quelques remarques générales sur la nature & les principales propriétés de la courbe dont j'avois dû donner les équations, je me contentai d'indiquer § 34 le passage aux recherches de ce qu'on appelle la *Perpendiculaire à la Méridienne*. Je vais partir de là pour achever

mon travail sur la courbe du plus court chemin par ses applications les plus intéressantes. Sans répéter ce que j'ai démontré dans mon dernier Mémoire, j'y renverrai au besoin en citant ses articles, comme ils y sont notés, en chiffres Arabes, au lieu que pour celui-ci je me servirai des nombres Romains.

II. Ayant fait le grand axe des méridiens $=1$, b le petit, l'excentricité $=e$; &

λ, λ' désignant les latitudes de deux points,

V, V' leurs longitudes,

φ, φ' les arcs de la courbe la plus courte qui les joint, commençant à son intersection avec l'équateur;

c le rayon du plus haut parallèle qu'elle atteint, égal au co-sinus de l'angle qu'elle fait avec l'équateur;

x le rayon du parallèle de λ sur le sphéroïde,

α, β les arcs des tangentes ct & t, ayant fait $t=\sqrt{\frac{1-x^2}{x^2-c^2}}$;

& faisant, pour abréger les formules, $\sqrt{(x^2-c^2)(1-x^2)}=X$; enfin désignant par α', β', t', X' les mêmes fonctions de λ'; j'ai trouvé en général (28)

$$V=\alpha-\tfrac{1}{2}ce^2\beta-\tfrac{ce^4}{16}\left((1+c^2)\beta+X\right)-\&c.$$

(39) $$\varphi=\beta-\tfrac{1}{4}e^2\left((1+c^2)\beta+X\right)$$
$$-\tfrac{e^4}{64}\left((3+2c^2+3c^4)\beta+(3+2c^2+2x^2)X\right)-\&c.$$

& par conséquent

$$V'-V=\alpha'-\alpha-\tfrac{1}{2}ce^2(\beta'-\beta)-\tfrac{ce^4}{16}\left((1+c^2)(\beta'-\beta)+X'-X\right)-\&c.$$

$$\varphi'-\varphi=\beta'-\beta-\tfrac{1}{4}e^2\left((1+c^2)(\beta'-\beta)+X'-X\right)-\&c.$$

& j'ai remarqué (34) que pour avoir le plus court chemin qui d'un point donné va couper perpendiculairement un méridien donné, il n'y avoit qu'à faire V' — V le double de la différence des longitudes du point & du méridien, & $\lambda' = \lambda$; ce qui abrégeoit de moitié le calcul que je venois de détailler pour le plus court chemin entre deux points à des latitudes différentes.

En effet lorsque $\lambda' = \lambda$, α' n'étant autre chose que le second arc de la même tangente $ct' = ct =$ tang. α, nous aurons $\alpha' = 180° - \alpha$, $\alpha' - \alpha = 180° - 2\alpha$. De même $\beta' - \beta = 180° - 2\beta$. D'ailleurs $X' - X = 0$. Donc, nommant ζ le complément de α, θ celui de β, P l'angle au pôle, différence des longitudes du point & du méridien, D leur distance, ou le plus court chemin, nous aurons

$$P = \frac{V' - V}{2} = \zeta - \tfrac{1}{2} ce^2\, \theta - \frac{ce^4}{16}(1 + c^2)\,\theta - \&c.$$

$$D = \frac{\varphi' - \varphi}{2} = \theta - \tfrac{1}{4} e^2 (1 + c^2)\theta - \frac{e^4}{64}(3 + 2c^2 + 3c^4)\theta - \&c.$$

& le calcul de quatre suites sera réduit à deux beaucoup plus simples que celles dont elles sont les différences, parce que l'égalité de X' & X y fait évanouir la partie des termes la plus nombreuse & la plus embarrassante.

III. D'où l'on peut tirer un autre avantage auquel j'attache quelque prix, quoiqu'il soit de pure spéculation, & c'est de développer la loi de la formation des termes de nos séries. Elles sont si convergentes pour notre sphéroïde, que les termes que j'en ai donnés aux §§ 28 & 39, vont déjà beaucoup plus loin qu'on puisse jamais souhaiter pour la pratique. Mais ce n'est que lorsqu'on se voit bien

le maître de continuer une série aussi loin qu'on le veut, que l'on s'en trouve parfaitement satisfait & disposé à en regarder la somme à l'infini comme une grandeur absolument connue dans le genre des fonctions transcendantes. C'est pourquoi je ne crois pas inutile d'ajouter ici que pour la valeur de P, qui se réduit à $P = \zeta - \theta S$, en nommant S la somme de tous les termes multipliés par $-\theta$, qui étoient multipliés par $-\beta$ dans la valeur de V; après avoir intégré encore un terme $\frac{3\cdot5\cdot7\,ce^2}{2\cdot4\cdot6\cdot8\cdot10}\cdot\frac{t(1+c^2t^2)^4}{(1+t^2)^5}$, pour être bien sûr de mon fait, j'ai trouvé que la série, qui peut se développer & ordonner comme il suit,

$$\begin{aligned}
S = \tfrac{1}{2}ce^2 &+ \tfrac{1}{16}ce^4 + \tfrac{3}{128}ce^6 + \frac{25ce^8}{2048} + \frac{245ce^{10}}{32768} + \&c.\\
&+ \tfrac{1}{16}c^3e^4 + \tfrac{1}{64}c^3e^6 + \frac{15c^3e^8}{2048} + \frac{35c^3e^{10}}{8192} + \&c.\\
&+ \tfrac{3}{128}c^5e^6 + \frac{15c^5e^8}{2048} + \frac{63c^5e^{10}}{16384} + \&c.\\
&+ \frac{25c^7e^8}{2048} + \frac{35c^7e^{10}}{8192} + \&c.\\
&+ \frac{245c^9e^{10}}{32768} + \&c.\\
&+ \&c.
\end{aligned}$$

pouvoit se présenter sous cette autre forme

$$\begin{aligned}
S = \tfrac{1}{2}ce^2 &+ \tfrac{1.1}{2.4}e^2A + \tfrac{3.3}{4.6}e^2B + \tfrac{5.5}{6.8}e^2C + \tfrac{7.7}{8.10}e^2D + \&c.\\
&+ \tfrac{1.1}{2.4}c^2e^2A + \tfrac{1.3}{2.6}e^2A' + \tfrac{3.5}{4.8}e^2B' + \tfrac{5.7}{6.10}e^2C' + \&c.\\
&+ \tfrac{3.3}{4.6}c^2e^2A' + \tfrac{1.5}{2.8}e^2A'' + \tfrac{3.7}{4.10}e^2B'' + \&c.\\
&+ \tfrac{5.5}{6.8}c^2e^2A'' + \tfrac{1.7}{2.10}e^2A''' + \&c.\\
&+ \tfrac{7.7}{8.10}c^2e^2A''' + \&c.\\
&+ \&c.
\end{aligned}$$

où en général chaque majuscule désignant le terme précédent dans la même ligne horizontale, les lettres A, A', A" &c. en descendant au premier terme d'une ligne inférieure conservent leur signification du premier terme de la ligne supérieure ; & il est aisé d'y voir la loi des coefficiens numériques, qui pour les premiers termes de chaque ligne sont les mêmes que pour celui de la première sous lequel ils se trouvent, & pour les termes intermédiaires, il faut toujours en descendant verticalement diminuer de deux les premiers facteurs, gardant les seconds.

Pour la valeur de D, qui se réduit à $\theta\Sigma$, en faisant

$$\begin{array}{rl}\Sigma = 1 - \frac{1}{4}e^2 - \frac{3}{64}e^4 - \frac{5e^6}{256} - \frac{175e^8}{16384} - \&c. \\ - \frac{1}{4}c^2e^2 - \frac{1}{32}c^2e^4 - \frac{3c^2e^6}{256} - \frac{25c^2e^8}{4096} - \&c. \\ - \frac{3}{64}c^4e^4 - \frac{3c^4e^6}{256} - \frac{45c^4e^8}{8192} - \&c. \\ - \frac{5c^6e^6}{256} - \frac{25c^6e^8}{4096} - \&c. \\ - \frac{175c^8e^8}{16384} - \&c. \\ - \&c.\end{array}$$

la série déployera la formation de ses termes tout-à-fait comme S en écrivant

$$\begin{aligned}\Sigma = 1 &- \tfrac{1.1}{2.2}\, e^2 A + \tfrac{3.1}{4.4}\, e^2 B + \tfrac{5.3}{6.6}\, e^2 C + \tfrac{7.5}{8.8}\, e^2 D + \&c.\\ &- \tfrac{1.1}{2.2} c^2 e^2 A + \tfrac{1.1}{2.4}\, e^2 A' + \tfrac{3.3}{4.6}\, e^2 B' + \tfrac{5.5}{6.8}\, e^2 C' + \&c.\\ &+ \tfrac{3.1}{4.4} c^2 e^2 A' + \tfrac{1.3}{2.6}\, e^2 A'' + \tfrac{3.5}{4.8}\, e^2 B'' + \&c.\\ &+ \tfrac{5.3}{6.6} c^2 e^2 A'' + \tfrac{1.5}{2.8}\, e^2 A''' + \&c.\\ &+ \tfrac{7.5}{8.8} c^2 e^2 A''' + \&c.\\ &+ \&c.\end{aligned}$$

Dans ces suites les deux données c, e, la première la même pour tous les points d'une même courbe de ce genre, la seconde pour toutes celles du même sphéroïde, ayant toutes deux pour limite le rayon de l'équateur $= 1$, il est aisé de voir que ces suites sont toujours convergentes, quelque grand qu'on veuille supposer l'aplatissement du sphéroïde, & par conséquent que l'on doit rejeter toute méthode qui limite la solution au cas que e soit petit; d'autant plus qu'on ne sauroit la réduire à des équations plus simples que $P = \zeta - \theta S$, $D = \theta\Sigma$, ni avoir les données S, Σ par un calcul plus court que par celui des premiers termes de nos suites.

J'appelle S, Σ des données, parce qu'il faut qu'elles le soient, au moins indirectement, pour que ces équations appartiennent à une courbe déterminée. C'est ainsi que pour l'ellipse, par exemple, on regarde communément les axes comme donnés, quoiqu'il faille commencer par les chercher, lorsqu'on veut résoudre quelque problème au moyen de cette courbe.

IV. Au reste pour la pratique les circonstances les plus naturelles du cas le plus intéressant sont qu'ayant en toises, ou en telle autre mesure que ce soit, la distance TM d'un point T à une méridienne AB, & la distance MO de la perpendiculaire TM à un point O dont on connoît la latitude, on demande la latitude de T, & sa longitude à compter de AB.

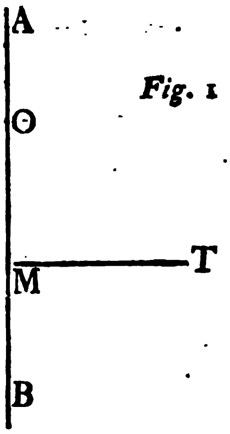


Fig. 1

Mais comme pour ce problème on doit supposer la figure & la grandeur de la Terre connues, on pourra toujours réduire la distance MT en parties de degré de l'équateur, & déduire de la latitude de O celle de M, point de la plus haute latitude que la courbe atteigne, puisque c'est celui où elle coupe le méridien à angles droits. Or, en appelant cette latitude Λ, comme au § 30, on y peut voir que moyennant tang. $\Gamma = b$ tang. Λ on aura cos. $\Gamma = e$.

Cela posé, avec c on a S & Σ; & ayant en parties de degré de l'équateur $MT = D = \theta\Sigma$, on en tirera $\theta = \frac{D}{\Sigma}$ puis cot. $\zeta =$ cos. Γ cot. θ; puisque ζ & θ sont les complémens de α & β dont les tangentes sont ct & t (II). C'est tout ce qu'il faut pour la longitude $P = \zeta - \theta S$; & l'on aura la latitude λ moyennant tang. $\lambda =$ tang. Λ cos. ζ, puisque sin. $\alpha =$ tang. λ cot. Λ (30).

Au lieu de D, si avec Λ qui donne c, S, Σ, on avoit λ, on trouveroit P & D en cherchant d'abord ζ moyennant cos. $\zeta =$ tang. λ cot. Λ, puis θ moyennant tang. θ = cos. Γ tang. ζ. Ainsi la latitude de M étant donnée, soit

avec la distance MT, soit avec la latitude de T, on trouve directement avec la même facilité l'autre de ces deux grandeurs & la longitude de T.

V. Mais si cette longitude étoit donnée avec Λ, pour trouver λ & D directement il faudroit tirer les valeurs de ζ & θ des deux équations $P = \zeta - \theta S$, & $\text{tang.}\,\theta = \cos.\Gamma.\,\text{tang.}\,\zeta$. Or mettant cette valeur dans la formule générale qui donne l'arc moyennant sa tangente, on auroit bien

$$\zeta = \text{tang.}\,\zeta - \tfrac{1}{3}\,\text{tang.}^3\zeta + \tfrac{1}{5}\,\text{tang.}^5\zeta - \&c.$$

$$S\theta = S\cos.\Gamma\,\text{tang.}\,\zeta - \tfrac{1}{3}\,S\cos.^3\Gamma\,\text{tang.}^3\zeta + \tfrac{1}{5}\,S\cos.^5\Gamma\,\text{tang.}^5\zeta - \&c.$$

& supposant P exprimé en parties du rayon $= 1$,

$$\zeta - S\theta = P = (1 - S\cos.\Gamma)\,\text{tang.}\,\zeta - \tfrac{1}{3}\,(1 - S\cos.^3\Gamma)\,\text{tang.}^3\zeta + \tfrac{1}{5}\,(1 - S\cos.^5\Gamma)\,\text{tang.}^5\zeta - \&c.$$

Enfin par le retour des suites

$$\text{tang.}\,\zeta = \frac{P}{1 - S\cos\Gamma} + \frac{(1 - S\cos^3\Gamma)P^3}{3(1 - S\cos\Gamma)^4} + \frac{5(1 - S\cos.^3\Gamma)^2 - 3(1 - S\cos\Gamma)(1 - S\cos.^5\Gamma)}{15(1 - S\cos\Gamma)^7}P^5 + \&c.$$

série dont on peut faire usage quand P est petit. Mais pour en juger en général on remarquera qu'elle est toujours un peu moins convergente de ce qu'elle devient pour la sphère, où $S = 0$, $\text{tang.}\,\zeta = P + \tfrac{1}{3}P^3 + \tfrac{2}{15}P^5 + \&c.$ $\zeta = P$. Or par un calcul facile on peut voir que celle-ci, lorsque $P = \tfrac{3}{2}$, près de 86°, devient $\text{tang.}\,\zeta = \tfrac{3}{2} + \tfrac{9}{8} + \tfrac{81}{80} + \&c.$ & l'on sent qu'à mesure que P approche de 90° elle doit cesser de converger très-fort, puisque la somme va s'approchant de $\text{tang.}\,90^\circ = \infty$. On peut trouver pour une autre fonction de ζ ou de θ une série qui converge lorsque P est grand. Mais je n'en saurois espérer une solution commode & vraiment générale, quoique notre cas soit des plus simples, où il faille introduire les séries des valeurs

relatives des arcs & de leurs fonctions pour en éliminer quelqu'une avec son arc. Cette élimination doit amener le plus souvent, après un long calcul, à des expressions si compliquées, qu'à peine pourroit-on en tirer quelque parti dans de certaines limites & se contentant d'approximations très-imparfaites. C'est pourquoi sans se donner beaucoup de peine pour trouver une solution insuffisante, il vaut mieux dans de semblables cas en chercher une indirecte.

Pour le nôtre on pourroit d'abord faire $\zeta = \frac{P}{1 - S \cos \Gamma}$. Mais sans cela, S étant toujours si petit que $\zeta = P + \theta S$ n'est guère plus grand que P, & une petite erreur sur θ devient insensible sur θS, que l'on commence par la fausse supposition de $\zeta = P$, & moyennant tang. θ = tang. ζ cos Γ on aura une valeur fort approchante de θS qui, ajoutée à P, donnera une valeur de ζ avec laquelle cherchant θ, & θS l'on aura cette dernière valeur aussi exacte qu'il le faut pour en conclure les vraies valeurs de ζ & θ.

Si l'on vouloit pour ces corrections les fluxions, on a $\dot{\zeta} = \frac{\dot{P}}{1 - \frac{S \cos \Gamma \cdot \cos^2 \theta}{\cos^2 \zeta}}$. Mais le procédé ordinaire des fausses positions me semble le plus expéditif pour ζ & θ; d'où l'on passe à tang. λ = tang. Λ cos. ζ, & $D = \theta \Sigma$.

VI. Au reste nous avons jusqu'ici supposé Λ connu, ce qui donne c, S, Σ par un calcul aussi simple que direct. Il ne sera guère plus long, mais indirect lorsque, sans Λ, deux de ces trois termes λ, P, D étant donnés, on demande le troisième.

Commençons par le cas le plus utile, lorsqu'on a la mesure de MT, & la latitude de T (*fig.* 1.). Une des données étant $D = \theta\Sigma$, pour en tirer θ, j'observe que la première ligne, sans comparaison la plus importante, de la valeur de Σ (III) ne dépend point de c; qu'elle est absolument la même qui se trouve multipliée par cos. x au § 17 pour la rectification de l'ellipse, & dont j'ai donné la somme $= 0{,}99783667$ &c. supposant, comme toujours, le rapport des axes $= \frac{230}{231}$. J'observe que de tout le reste de la valeur de Σ il n'y a guère que $\frac{1}{4} c^2 e^2$ qu'on puisse avoir scrupule de négliger; que ce terme, toujours plus petit que $\frac{1}{4} e^2 = 0{,}002159718$ &c. pourroit bien être pour chaque cas individuel déterminé *proxime* par la connoissance qu'on aura toujours de la latitude de M à peu de minutes près; mais que sans cela, faisant $c^2 = \frac{1}{2}$, ce qui donne la valeur moyenne de $\Sigma = 0{,}996755$, on aura toujours, moyennant $\frac{D}{0{,}996755}$, ou log. $D + 0.0014116 = \log. \theta$, une première valeur de θ fort approchée. Or (39) $\frac{\sin.\gamma}{\sin.\Gamma} = \sin.\beta = \cos.\theta$. Il n'y aura donc qu'à chercher γ moyennant b tang. $\lambda = \text{tang.}\gamma$, puis $\sin.\Gamma = \frac{\sin.\gamma}{\cos.\theta}$, pour avoir une première valeur de $\cos.\Gamma = c$, avec laquelle corrigeant θ, puis sin. Γ & c, on passera au calcul de S, & de $\cot.\zeta = \cos.\Gamma \cot.\theta$ pour avoir enfin $P = \zeta - \theta S$.

Au lieu de corriger Γ par la même égalité de $\sin.\Gamma = \frac{\sin\gamma}{\cos\theta}$ qui en a donné la première valeur approchée, on peut chercher avec la valeur corrigée de θ $\sin.\zeta = \frac{\sin.\theta}{\cos.\gamma}$ pour en dé-

duire cos. $\Gamma = \cot. \zeta$ tang. θ. On verra que sin. $\zeta = \frac{\sin. \theta}{\cos. \gamma}$ en faisant attention que tang. $\gamma = b$ tang. $\lambda = b$ tang. Λ cos. ζ $=$ tang. Γ cos. ζ. Or sin. $\gamma =$ sin. Γ cos. θ. Donc $\frac{\sin. \gamma}{\text{tang.} \gamma}$ $= \frac{\sin. \Gamma \cos. \theta}{\text{tang.} \Gamma \cos. \zeta}$. Mais cot. $\zeta =$ cos. Γ cot. θ. Donc

$$\cos. \gamma = \frac{\sin \gamma}{\text{tang } \gamma} = \frac{\sin. \Gamma \cos. \theta}{\text{tang } \Gamma \cos \zeta} \times \frac{\cot \zeta}{\cos \Gamma \cot \theta} = \frac{\sin \theta}{\sin. \zeta}.$$

Si avec D l'on avoit P, pour trouver λ, on commenceroit de même par supposer $\theta = \frac{D}{0{,}996755}$; & comme dans la même hypothèse de $c^2 = \frac{1}{2}$ on auroit S $= 0{,}00306$ &c., on auroit P $+ 0{,}0038$ pour première valeur approchante de ζ qui donneroit $c =$ tang. θ cot. ζ assez exact pour le calcul de Σ & S pour en déduire les vraies valeurs de θ & ζ & cos. $\gamma = \frac{\sin \theta}{\sin \zeta}$, cot. $\lambda = b$ cot. γ.

VII. Reste un seul cas, lorsque les données sont λ & P; dans lequel j'ai recours à un moyen que j'aurois aussi pu employer pour les précédens, quoiqu'avec moins d'avantage, & c'est de chercher d'abord la latitude qu'auroit M sur la sphère. Cette valeur supposée de Λ, qui donne $\zeta =$ P, fournit celles de c & de S plusque suffisamment approchée pour en déduire, moyennant tang. ζ cos. $\Gamma =$ tang. θ, une valeur de θS dont l'erreur sera insensible sur P $+ \theta$S $= \zeta$. Avec cette valeur de ζ & cos. ζ cot. $\lambda =$ cot. Λ on portera aussi loin que l'on veut la précision dans le calcul de c, θ, Σ, & $\theta\Sigma =$ D.

Il est vrai que pour cela, lorsque ζ est petit, le calcul au moyen de son co-sinus ne seroit pas trop propre sans le secours des Tables à dix figures. Mais ceux qui ne les

ont pas, peuvent avec la première valeur de $\zeta = P + \theta S$ chercher sin. $\theta =$ sin. ζ cos. γ (VI) pour avoir, moyennant cette seconde valeur de θ, avec plus grande précision celle de $\zeta = P + \theta S$, corriger en conséquence encore θ, s'il le faut, & en conclure bien surement cos. $\Gamma =$ tang. θ cot. ζ.

Je devrois peut-être épargner de dire que dès que l'on a Γ, on a Λ, au moyen de cot. $\Lambda = b$ cot. Γ. Mais je ne veux pas laisser d'observer que si, Λ & λ étant données, l'on demandoit ζ avec plus de précision qu'on ne peut en attendre du logarithme de son co-sinus, on peut avoir son sinus; puisque $\cos.\zeta = \frac{\text{tang}\,\lambda}{\text{tang}\,\Lambda}$ donne $\sin.^2\zeta = 1 - \frac{\text{tang}^2\lambda}{\text{tang}^2\Lambda} = \frac{\text{tang}^2\Lambda - \text{tang}^2\lambda}{\text{tang}^2\Lambda}$.

Or en général on sait que $\text{tang.}^2 A - \text{tang.}^2 B = \frac{\sin(A+B)\sin(A-B)}{\cos^2 A \cos.^2 B}$

Donc $\sin.\zeta = \frac{\sqrt{\sin.(\Lambda+\lambda)\sin(\Lambda-\lambda)}}{\text{tang}\,\Lambda\cos.\Lambda\cos.\lambda} = \frac{\sqrt{\sin.(\Lambda+\lambda)\sin(\Lambda-\lambda)}}{\sin.\Lambda\cos.\lambda}$.

VIII. Il seroit trop long de donner des exemples de chacun de ces six cas. Je me bornerai à un du dernier.

Que l'on demande la *Perpendiculaire* de notre observatoire à la méridienne de celui de Paris, supposant le nôtre 5° 20' 35" plus oriental, à 45° 4' 7" de latitude.

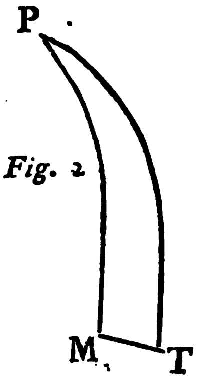


Fig. 2

Dans le triangle sphérique PTM (*fig.* 2) rectangle en M, faisant PT = 44° 55' 53", P = 5° 20' 35", tang. PT cos. P = tang. PM donne PM = 44° 48' 23",9, c'est-à-dire que sur la sphère le plus court chemin de notre observatoire au méridien de Paris iroit le couper à la latitude de 45° 11' 36",1.

Je supposai d'abord $\Lambda = 45^\circ, 11' 40''$. Mais le calcul se trouvant ainsi tout de suite trop fort approché des valeurs exactes, afin que l'exemple pût servir à juger de la méthode, je l'ai refait en employant pour Λ la latitude précise de $45^\circ 11' 36'',1$ trouvée pour la sphère. Elle m'a donné $\Gamma = 45^\circ 4' 9''$, $\log. c = 9.8489608$, & dans la supposition conséquente de $\zeta = P = 5^\circ 20' 35''$, $\theta = 3^\circ 46' 44'',6 = 13604'',6$; & par le seul premier terme de S, $\theta S = 41'',5$, $P + \theta S = \zeta = 5^\circ. 21' 16'', 5$; $\Lambda = 45^\circ 11' 38''$, $\Gamma = 45^\circ 4' 10'',6$, $\log. c = 9.8489567$, $\theta = 3^\circ 47' 13'',86 = 13633'',86$; $\theta S = 41'',670$ (on est sûr des millièmes en calculant les termes de S qui sont multipliés par e^2 & par e^4) $P + \theta S = \zeta = 5^\circ 21' 16'',67$ valeur exacte avec laquelle corrigeant par les parties proportionnelles les logarithmes qui m'ont donné les autres, je trouve $\Lambda = 45^\circ 11' 38'',032$; $\Gamma = 45^\circ 4' 10'', 635$; $\theta = 3^\circ 47' 13'',978$; $\Sigma \theta = \theta - 44'',210 = 3^\circ 46' 29'',768 = 226',4961 = D$; c'est-à-dire que la distance de notre observatoire à la meridienne de Paris est de 226 milles, 496 pas & un dixième, en adoptant les milles marins égaux aux minutes de l'équateur (6 & 8).

Cette distance est assez grande pour que l'on puisse juger par cet exemple du degré d'approximation qu'on aura d'abord dans les fausses suppositions de nos solutions indirectes, en bornant ces questions aux cas utiles qui ne s'étendent pas plus loin que les mesures géodésiques exactes. C'est déjà quelque chose que de les porter à 95 lieues communes de côté & d'autre d'une méridienne, & avec cela nous voyons qu'à une latitude moyenne l'excès de la vraie

valeur de Λ sur celle qu'on trouve par la trigonométrie sphérique n'est pas tout-à-fait de 2″. Un calcul aisé sur une supposition si peu fausse ne sauroit céder qu'à une solution directe rigoureuse. Mr. du Séjour a généralement recours à un grand cercle de la sphère inscrite qui auroit cet avantage si ce cercle étoit la projection du plus court chemin sur le sphéroïde comme il peut sembler le supposer (V. *Mémoires de l'Académie de Paris* année 1778 p. 82 & suivantes, pag. 153 &c.) mais ce seroit aussi une fausse supposition.

IX. En retranchant Λ de 48° 50′ 14″, latitude de l'observatoire de Paris, on trouve d'abord sa distance au point où sa méridienne est coupée par notre perpendiculaire, de 3° 38′ 36″ du méridien. Mais pour avoir cette distance en milles en toute rigueur il faudroit recourir à la rectification de l'ellipse. On peut s'en épargner la peine moyennant la table des *distances à l'équateur* pag. 368 de notre volume précédent; & le calcul en sera aussi aisé qu'exact si l'on réduit d'abord les minutes & les secondes en décimales de degré, & l'on a égard aux secondes différences. En appelant d les décimales du degré de latitude, D le degré intercepté qui est la différence première des distances, δ la différence de ce degré au suivant, qui est la seconde différence des distances, on sait qu'il faut ajouter $Dd - \frac{(1-d)d\delta}{2}$ à la distance qui répond dans la Table au degré de latitude. Comme cette formule est d'ailleurs d'un usage très-fréquent, quelqu'un, peut-être, ne sera pas fâché de trouver ici une petite Table des valeurs de $\frac{(1-d)d}{2}$, qui abrège le calcul.

Ainsi pour 45° 11′ 38″,03 = 45°,193898 on a

d	$\frac{(1-d)d}{2}$	d
0,05	0.024	0,95
0,10	0,045	0,90
0,15	0,064	0,85
0,20	0,080	0,80
0,25	0,091	0,75
0,30	0,105	0,70
0,35	0.114	0,65
0,40	0,120	0,60
0,45	0,124	0,55
0,50	0,125	0,50

$d = 0{,}1938{,}8$; $D = 59876$; $\delta = 14$; $Dd = 11609{,}74$; $\frac{(1-d)d\delta}{2} = 0{,}08 \times 14 = 1{,}12$ à retrancher de Dd. Reste 11608,6 à ajouter à 2682998 pour avoir la distance 2694606,6 de Λ à l'équateur. On trouve de la même manière 2912829,8 pour celle de l'observatoire de Paris, dont retranchant celle de Λ, reste 218223,2 pour la distance de M à cet observatoire; c'est-à-dire que OM (*fig.* 1) est de 218 milles & 223 pas.

X. Reste à savoir la direction de TM en partant de T, ou l'angle de notre méridien avec notre perpendiculaire à celui de Paris; lequel angle étant nommé μ, nous avons (37) $\text{tang.}\,\mu = \frac{\text{tang.}\,\alpha}{\sin.\,\gamma} = \frac{\cot.\,\zeta}{\sin.\,\gamma}$; $\cot.\,\mu = \sin.\,\gamma\ \text{tang.}\,\zeta$. Cette analogie pourroit suffire pour trouver μ non seulement dans notre cas, mais dans tous les précédents, puisque dans tous on a pu voir qu'on avoit, ou l'on pouvoit trouver γ & ζ. Mais pour ne devoir jamais employer deux analogies lorsqu'une suffit, voyons s'il n'y en a pas d'aussi simples entre les fonctions de μ & des autres élémens de notre calcul.

Pour cela, ayant $\text{tang.}\,\mu = \frac{c}{\sqrt{(x^2 - c^2)}}$ (37) j'en tire $x^2\,\text{tang.}^2\mu - c^2\,\text{tang.}^2\mu = c^2$; $x\,\text{tang.}\,\mu = c\sqrt{(1 + \text{tang.}^2\mu)} = c\ \text{séc.}\,\mu$; $\frac{x\,\text{tang.}\,\mu}{\text{sec}\,\mu} = x\ \sin.\,\mu = c$; c'est-à-dire (30) $\cos.\,\gamma\,\sin.\,\mu = \cos.\,\Gamma$.

Je divise le premier membre par $\sin.\,\gamma\ \text{tang.}\,\mu$, & le second par $\cos.\,\Gamma\ \cot.\,\theta = \cot.\,\zeta = \sin.\,\gamma\ \text{tang.}\,\mu$, & j'ai $\cot.\,\gamma\ \cos.\,\mu = \text{tang.}\,\theta$.

De plus $\cos.\Gamma \cot.\theta = \sin.\gamma \text{ tang.}\mu$ me donne $\cos.\Gamma \cot.\theta \cot.\mu = \sin.\gamma = \sin.\Gamma \cos.\theta$ (VI) d'où je déduis $\cot.\Gamma \cot.\mu = \sin.\theta$.

Mais (VI) $\sin.\theta = \sin.\zeta \cos.\gamma = \frac{\sin\zeta \cos.\Gamma}{\sin.\mu}$. Donc $\cot.\Gamma \cot.\mu = \frac{\sin\zeta \cos.\Gamma}{\sin.\mu}$, $\cos.\mu = \sin.\zeta \sin.\Gamma$.

Enfin de $\cos.\Gamma = \text{tang.}\theta \cot.\zeta$, & $\cot.\Gamma = \sin.\theta \text{ tang.}\mu$, en divisant je tire $\sin.\Gamma = \frac{\cot\zeta \cot\mu}{\cos.\theta} = \frac{\cos.\mu}{\sin.\zeta}$ par la formule précédente. Donc $\frac{\cos.\zeta}{\cos.\theta} = \sin.\mu$.

Ayant le choix entre plusieurs de ces formules, j'ai préféré d'employer $\cos.\mu = \text{tang.}\gamma \text{ tang.}\theta = b \text{ tang.}\lambda \text{ tang.}$ pour déduire plus immédiatement d'une des premières données λ ce dernier résultat, & j'ai trouvé $\mu = 86^\circ\ 12'\ 42'',7$; Ce qui nous apprend que pour attraper par le chemin le plus court le méridien de Paris il nous faudroit marcher d'abord vers l'Ouest $3^\circ\ 47'\ 17'',3$ Nord. Sur la sphère ce seroit $3^\circ\ 47'\ 59''$, mais la méridienne de Paris nous seroit plus proche, l'arc de grand cercle TM n'étant que de $3^\circ\ 46'\ 3'',12$, ou 226 milles & 52 pas.

XI. Maintenant supposons μ donné avec un de ces quatre termes Λ, λ, P, D. Nous aurons quatre autres cas.

Et pour les deux premiers, lorsqu'avec μ l'on a une des latitudes Λ, ou λ, en cherchant d'abord l'autre, ces deux cas se trouvent réduits au second que nous avons résolu directement (IV). Mais sans y avoir recours, si Λ est donné, au moyen de $\text{tang.}\Gamma = b \text{ tang.}\Lambda$, j'ai $\cos.\Gamma$, & $\sin.\zeta = \frac{\cos\mu}{\sin.\Gamma}$; $\sin.\theta = \cot.\Gamma \cot.\mu$ pour le calcul de ζ — θS

$= \text{P}$, $\theta\Sigma = \text{D}$, & $\frac{\cos.\mu \cot.\theta}{b} = \text{tang.}\,\lambda$. Si la donnée est λ j'emploie $\frac{b \text{ tang } \lambda}{\cos \mu} = \cot.\theta$, $\sin.\mu \cos.\theta = \cos.\zeta$; $\sin.\theta$ $\text{tang.}\,\mu = \cot.\Gamma$; $b \cot.\Gamma = \cot.\Lambda$. L'article précédent fournit plusieurs autres analogies pour ces mêmes calculs.

Mais si la donnée avec μ est P, ou D, il faudra se contenter d'une solution indirecte.

Ayant P, l'on supposera d'abord $\zeta = \text{P}$ pour parvenir, par un premier calcul de $\frac{\cos.\mu}{\sin \zeta} = \sin.\Gamma$, $\frac{\cos.\zeta}{\sin.\mu} = \cos.\theta$, à une valeur approchante de θS, laquelle ajoutée à P donnera une valeur assez exacte de ζ pour trouver par un second calcul les vraies valeurs de θS, & $\text{P} + \theta\text{S} = \zeta$, & par conséquent de θ, Γ &c. &c.

Ayant D, l'on supposera $\log.\theta = \log.\text{D} + 0.0014116$, comme au § VI, pour avoir une première valeur approchante de θ, &, au moyen de $\sin.\theta \text{ tang.}\,\mu = \cot.\Gamma$, une de $\cos.\Gamma$ qui donne Σ & $\frac{\text{P}}{\Sigma} = \theta$ assez exact pour recommencer le calcul avec succès.

XII. Ainsi nous avons la solution de tous les cas d'un triangle formé par des courbes les plus courtes sur le sphéroïde elliptique, ayant un angle au pôle, & l'un des deux autres droit; avec cette différence qu'elle est directe en quatre cas; indirecte en six; & l'on peut remarquer qu'à un cas près, ce désavantage est pour des questions qui n'ont guère lieu dans la pratique, ne partant pas des données dont on peut le plus aisément se procurer la connoissance la plus exacte; ou plutôt devons-nous dire qu'en pratique

on ne sauroit avoir besoin de solutions indirectes, rien n'étant plus facile que de connoître la latitude du point M, au moins autant qu'il faut pour un calcul direct assez exact pour la pratique. Mais pour la généralité de la solution il est bon de remarquer aussi que lorsqu'elle est indirecte, quoiqu'il soit avantageux, pour abréger le calcul, que P soit petit, ce n'est cependant pas une condition nécessaire pour parvenir à des résultats aussi exacts d'après l'hypothèse de notre sphéroïde, qu'on les auroit pour l'hypothèse d'une sphéricité parfaite.

Cependant un calcul plus court & toujours direct n'est pas le seul avantage de la sphère sur le sphéroïde. La curvité de celui-ci n'étant pas la même de toute part, comme celle de la sphère, il exige quelque chose de plus dans les données. Si nous avons résolu tous les cas d'un triangle rectangle sur sa surface, c'est à condition qu'un des angles soit au pôle, tandis que dans la trigonométrie sphérique la supposition du pôle est toujours libre, on peut la promener où l'on veut. Et en général on sent que le rapport des parties d'un triangle fermé par des courbes les plus courtes sur le sphéroïde ne seroit pas déterminé sans des données qui en déterminent directement ou indirectement la situation rapport au pôle. Mais lorsque les données suffisent pour cela il est aisé de voir qu'en imitant le procédé de la trigonométrie sphérique, moyennant plusieurs triangles rectangles dont un angle soit au pôle, on pourra passer à la résolution des autres triangles sur le spheroïde. Je ne me bornerois pas à l'observer, si je ne croyois plus ennuyeux qu'utile d'entrer dans le détail de chaque cas d'une spéculation qui d'ail-

leurs ne sauroit être difficile à ceux qui liront ce mémoire. Il leur sera facile aussi de voir qu'en faisant $b = 1$, $e = 0$, & par conséquent $\Gamma = \Lambda$, $\gamma = \lambda$, $S = 0$, $\Sigma = 1$, $\zeta = P$, $\theta = D$, on pourroit tirer de nos formules une trigonométrie sphérique, comme celle d'Euler pag. 223. du volume de l'Académie de Berlin pour l'année 1753. Je passerai donc à une remarque plus particulière à mon sujet.

XIII. Nous avons trouvé (X) $\cos. \gamma \sin. \mu = \cos. \Gamma$, ou $x \sin. \mu = c$. C'est donc là une analogie générale pour tous les points d'une même courbe de ce genre, que les sinus des angles, que fait la courbe avec le méridien, soient entr'eux en raison inverse des rayons de leurs parallèles, $\sin. \mu : \sin. \mu' :: x' : x$, tout comme sur la sphère où ces rayons sont les co-sinus des latitudes. Mais cette analogie nous deviendra plus intéressante en la changeant en un rapport direct par la substitution des sécantes aux co-sinus; puisque

$\frac{\sin. \mu}{\sqrt{(1 + \tang.^2 \gamma)}} = \sin. \mu \cos. \gamma$, avec $\tang. \gamma = b \tang. \lambda$,

nous donne $\cos. \Gamma = \frac{\sin. \mu}{\sqrt{(1 + b^2 \tang.^2 \lambda)}} = \frac{\sin. \mu'}{\sqrt{(1 + b^2 \tang.^2 \lambda')}}$;

$$\sin.^2 \mu + b^2 \sin.^2 \mu \tang.^2 \lambda' = \sin.^2 \mu' + b^2 \sin.^2 \mu' \tang.^2 \lambda;$$

$$b^2 = \frac{\sin^2 \mu' - \sin.^2 \mu}{\sin.^2 \mu \tang.^2 \lambda' - \sin.^2 \mu' \tang^2 \lambda};$$

ce qui nous apprend que moyennant la mesure des deux angles de deux méridiens avec le plus court chemin qui joint deux de leurs points de latitude connue & différente, on pourroit déterminer le petit axe b, ayant suppposé le grand $= 1$, & par conséquent leur rapport $\frac{b}{a}$ en nommant a le grand & b le petit.

Je crois que feu M. Euler a été le premier qui ait pensé à ce moyen. Il l'expose avec soin dans le volume de Berlin pour l'année 1753. pag. 277-293, & je ne saurois mieux faire que d'y renvoyer mon lecteur, me bornant à quelques éclaircissements dont les moins curieux pourront se contenter.

XIV. Qu'on imagine des jalons sans grosseur, par exemple, composés de deux perches cylindriques égales & parallèles, l'une à coté de l'autre, sans se toucher, mais pas plus écartées de ce qu'il faut pour faire passer à travers d'un peu loin la visuelle, & prendre pour jalon sans grosseur le milieu de l'ouverture entre les deux perches.

Et soit une suite de jalons exactement à plomb à d'assez petites distances, par ex. de cent en cent toises, avec cette condition que quatre jalons qui se suivent, regardés du point qui se trouve à leur milieu, soient toujours alignés dans une même droite de niveau, le niveau étant placé toujours à la même hauteur sur celui de la mer.

La ligne tracée par ces jalons, ne s'écartant jamais d'une ligne droite que précisément ce qu'il faut pour ne se point détacher de la surface du sphéroïde en suivant la tangente, sera évidemment le chemin le plus court.

Je ne parlerai pas des difficultés qu'on rencontreroit presque par tout, s'il étoit question de le conduire effectivement à une distance considérable; ni je chercherai jusqu'à quel point dans la pratique on pourroit porter l'exactitude soit du tracement de la ligne, soit de la mesure des angles qu'elle feroit avec les deux méridiens de ses points extrèmes. On sent qu'il est aisé d'en déterminer la direction assez bien pour que l'erreur sur la distance soit insensible;

puisque l'excès du rayon sur le co-sinus de cinq minutes n'est encore que d'environ $\frac{1}{1000000}$. Mais une erreur seulement de quelques secondes en sens contraire dans les deux angles μ' & μ ne seroit point du tout indifférente sur la valeur de b, ou le rapport des axes. Si ces angles ne sont ni petits, ni grands, entre 30° & 60°, ce rapport sera moins douteux, & d'autant que la ligne du plus court chemin s'étendra plus loin, supposons à cinquante, à cent lieues. Cependant, malgré que je ne sois pas porté à désespérer qu'on ne puisse un jour ce qu'on ne pourroit aujourd'hui, je doute fort qu'on soit jamais en état d'employer ces angles à cet objet avec une juste confiance. Mr. Euler ne le pensoit pas lui-même; & c'est dommage, d'autant plus que ce seroit le moyen de connoître par des opérations & des mesures faites dans un seul pays les proportions du sphéroïde elliptique le plus approchant de la courbure de notre globe en cette partie précisément où ce pays se trouveroit, la figure de la terre affectée de son irrégularité, telle qu'il conviendroit la supposer dans les calculs des mesures de ce pays.

XV. Au reste, comme la formule que nous avons donnée pour déduire de ces angles la valeur de b, quoique plus simple que celle d'Euler, ne se présente pas sous une forme bien commode pour le calcul à l'aide des tables des logarithmes, je noterai encore que multipliant le numérateur & le dénominateur par $\frac{\cot.^2 \lambda}{\sin.^2 \mu'}$, & faisant $\frac{\sin \mu}{\sin. \mu'} = \sin. \varepsilon$: $\frac{\tan g \lambda \cot. \lambda'}{\sin. \varepsilon} = \sin. \eta$, elle se réduit à $b = \cos. \varepsilon$ tang. η cot. λ.

Lorsqu'on auroit ainsi déterminé b, si l'on n'avoit pas seulement tracé, mais mesuré le plus court chemin, on passeroit au calcul de $\frac{\cos\mu \cot\lambda}{b} = \text{tang.}\theta'$; sin. θ tang. $\mu = \cot. \Gamma$; cot. Γ cot. $\mu' = \sin. \theta'$; $e^2 = 1 - b^2$, $\Xi = 1 - \frac{1}{4} e^2(1 + c^2)$ — &c. $\theta\Xi = D$, $\theta'\Xi = D'$, pour avoir $D - D'$, distance des deux points des latitudes λ & λ' en parties de degré de l'équateur; & la mesure de cette distance, effectuée en toises, pieds, ou ce qu'on voudra, donneroit la valeur de ces parties, & par conséquent le degré de l'équateur & la grandeur de la Terre.

Il y auroit bien des choses à dire encore; mais je ne me suis proposé de donner que les applications les plus intéressantes de mes anciennes formules.

Je profite de cet espace pour corriger quelques fautes qui se sont glissées dans l'impression des feuilles précédentes de ce Mémoire.

Pag. 103 l. 9 $\frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot ce^8}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10}$ *lisez* $\frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot ce^{10}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10}$

107 l. 23 *effacez* très-fort

106 l. 17 $\frac{D}{0,966755}$ *lisez* $\frac{D}{0,996755}$

SUR LE DÉCREUSEMENT DE LA SOIE

PAR M. L'ABBÉ JEAN BAPTISTE VASCO.

Lu le 22 mai 1791.

Les Commissaires que l'Académie a nommés pour travailler au perfectionnement des teintures, ayant déjà porté à un certain point leurs recherches sur la teinture bleue de la laine, ont cru devoir s'occuper de celle des soies, des fils & des cotons pour se mettre au plutôt en état de lui présenter le résultat de leurs travaux sur ces différens objets. Dans ce but je me suis chargé d'examiner les méthodes que les Auteurs les plus estimés ont communément proposées ou employées pour le décreusement de la soie (opération préalablement nécessaire à toutes sortes de teintures), & de les soumettre en même tems aux expériences les plus exactes. J'avoue que des difficultés inattendues m'ont causé bien souvent les plus grands embarras, mais malgré tous les obstacles que j'ai rencontrés, j'ai continué mon travail, & je l'ai porté à un tel degré qu'il me semble avoir presque rempli ma tâche. Voici les avantages & les désavantages qui m'ont paru résulter des différens procédés que j'ai examinés.

Le décreusement de la soie a pour but divers effets plus ou moins importans, suivant les divers usages que l'on veut faire de la soie décreusée, & surtout suivant les différentes couleurs qu'on veut lui donner.

Le premier effet que l'on se propose d' obtenir par la cuite ou le décreusement de la soie, est d'en séparer la matière étrangère, surtout la gommeuse. Il est vrai que c'est à cette matière que la soie doit en grande partie la force qu'elle a de résister à une violente tension, mais l'étoffe que l'on en fait, sans l'en avoir auparavant dépouillée, se coupe facilement dans les plis à cause de sa roideur. Il est probable que cette matière soit fort nuisible à la teinture, parce qu'en absorbant les parties colorantes elle doit les empêcher de pénétrer dans la substance de la soie en nombre suffisant pour la teindre.

Dans les filatures la soie seroit fort endommagée par les ingrédiens, dont on se serviroit pour la dégager de cette substance qui lui est étrangère, parce que le fil en devant être soumis à de forts tiraillemens dans le moulinage, elle seroit moins en état d'y résister, & souffriroit un plus grand déchet. Ces ingrédiens sont pourtant très-utiles, & même nécessaires pour donner aux étoffes la souplesse qui les rend moins sujettes à se couper. D'après ces principes il semble qu'il seroit à propos de n'employer dans les métiers que de la soie crue, & de réserver le décreusement pour les étoffes. Il paroît que la soie crue résisteroit beaucoup mieux au devidage qu'on doit lui faire subir, à la tension de la chaîne, & aux frottemens de la navette & des mains. Mais puisque l'on n'est point dans l'usage de faire des étoffes de soie crue, & de les décreuser aprés qu'elles sont faites, il est à présumer que de plus grands inconvéniens, tenant au mécanisme de la fabrication, s'opposent à cette méthode. Il est inutile que je

me jette dans des conjectures sur la nature de ces inconvéniens : je risquerois de tomber dans de grandes erreurs par mon peu d'expérience sur la fabrication des étoffes.

L'autre but qu'on se propose dans le décreusage de la soie, est de la décolorer ou de la blanchir, la couleur en étant communément jaune : ce blanchîment est nécessaire non seulement pour les étoffes qu'on veut employer en blanc, mais encore pour celles qu'on veut teindre en différentes couleurs.

M. De la Val pense que toutes les couleurs, que les corps opaques transmettent à l'œil, viennent de la réflexion des rayons qui tombent sur un fond blanc, & qui sont séparés dans leur retour par la différente surface extérieure dont il est recouvert. Quoiqu'il en soit de cette opinion, il est certain, suivant la pratique générale de tous les Maîtres teinturiers, que les couleurs plus ou moins claires & plus vives exigent un fond blanc, & que les plus obscures soutiennent sans être endommagées un fond tirant sur le jaune, à moins que le mélange des rayons jaunes qui réfléchissent du fond avec d'autres qui réfléchissent de la superficie, ne fasse changer la teinte, comme il en arriveroit dans le rouge qui passeroit à l'orangé, & dans le bleu qui s'approcheroit du verd. Le blanchîment de la soie est donc une condition nécessaire, mais non pas aussi généralement que la souplesse.

Enfin il faut que la soie devienne luisante dans cette opération; c'est surtout dans cet éclat que consiste la beauté de bien des étoffes ; & si la soie ne l'a point acquis par le décreusement, l'expérience commune des teinturiers fait assez voir qu'elle ne sauroit l'acquérir par aucun autre moyen.

Quelque méthode que l'on adopte pour obtenir ces trois conditions dans le décreusement de la soie, l'enlèvement de la matière étrangère ne peut que lui faire perdre de son poids; elle doit aussi perdre de sa force par deux raisons. En premier lieu parce que les ingrédiens dont on se sert pour le décreusement, peuvent avoir quelqu'action sur la substance même de la soie, ou l'altérer en quelque façon. En second lieu parce que la matière étrangère qui colloit les uns aux autres les brins dont les fils sont composés, étant détrempée, tous ces brins se détachent, & se rompent ainsi plus facilement l'un après l'autre, de manière que le fil entier devient beaucoup plus foible qu'il n'étoit lorsque les brins qui le formoient, étoient collés ensemble.

La force de la soie a un rapport intime avec son extensibilité. Tirée avec quelque effort & ensuite abandonnée à elle-même, elle ne se réduit plus en se raccourcissant à la première mesure, mais elle reste un peu alongée: encore moins les fils de la chaine peuvent-ils se raccourcir, lorsqu'ils sont déjà tramés. Les Fabricans font beaucoup d'attention à cette qualité de la soie. Comme ce n'est pas au poids qu'ils vendent les étoffes, mais à la mesure, ils trouvent un grand avantage dans celle qui prend & retient une plus grande extension; mais si elle est préférable par l'avantage qu'elle a de fournir des pièces d'étoffe plus longues, d'un autre côte ces étoffes pourroient être de moindre durée, la soie devenant plus foible quand elle acquiert trop d'extension. La soie qui semble préférable à tous égards est donc celle qui prend plus d'alongement sans s'affoiblir.

On sait que c'est surtout de la qualité originaire des cocons, de la manière de filer & de mouliner la soie que cela dépend; mais le décreusement n'y auroit-il pas aussi quelque part?

Il faut encore avoir égard à la dépense nécessaire pour le décreusement de la soie, parce que ce qui est le plus parfait n'est pas toujours ce qui convient le mieux. Une méthode plus dispendieuse que celle qu'on emploie ordinairement, pourroit peut-être procurer un plus parfait décreusement de la soie, mais peut-être aussi les acheteurs des étoffes ne voudroient-ils pas se conformer au plus haut prix qu'elle entraîneroit. Les organsins de Vaucanson étoient sans doute beaucoup plus parfaits que les meilleurs qu'on ait jamais su fabriquer en Piémont; cependant les Fabricans ne voulurent point se soumettre à l'augmentation de prix provenant de leur plus parfait moulinage. C'est dans tous ces détails qu'il faut entrer en examinant les différentes méthodes qu'on peut employer pour décreuser la soie, c'est-à-dire qu'il faut considérer les différens résultats 1.° de la souplesse, 2.° de la blancheur, 3.° de l'éclat, 4.° du déchet du poids, 5.° de la diminution de force, 6.° de l'extensibilité, 7.° des frais. De là les différentes circonstances semblent exiger une différente méthode: c'est à voir laquelle est la meilleure dans chaque cas; l'examen successif de toutes celles qui ont été proposées & employées, va nous apprendre à faire ce choix.

§. I.

De l'eau seule.

L'eau bouillante en grande quantité suffit seule pour séparer de la soie toute matière étrangère, & pour la rendre souple. Quelque méthode que l'on suive en la décreusant, elle perd communément un quart de son poids en prenant la souplesse convenable. C'est précisément ce qu'en a perdu celle que j'ai fait bouillir pendant deux heures dans une grande quantité d'eau ; une plus longue coction n'a pas produit un plus grand effet, & le déchet du poids a été le même. J'ai voulu comparer l'action de l'eau distillée avec celle de l'eau de puits, ou de fontaine. J'ai donc fait bouillir pendant deux heures deux échevaux d'organsin de la même qualité & de la même couleur, pesant chacun 24 grains, l'un dans de l'eau distillée, & l'autre dans de l'eau de fontaine; ce dernier est devenu bien souple tandis que le premier s'est trouvé presqu'aussi roide que la soie crue. Quant à la blancheur, on ne l'obtient jamais parfaitement avec de l'eau seule : j'ai pourtant vu la couleur jaune de la soie diminuer dans l'eau de puits ou de fontaine , & se changer en jaune-paille assez clair, ce qui n'est point arrivé à la soie cuite dans de l'eau distillée : au contraire elle s'est trouvée d'un jaune livide & fort laid.

De même l'éclat de la soie cuite dans de l'eau de fontaine a été bien vif, tandis que celle qui a été cuite dans de l'eau distillée n'en a point pris du tout.

Le poids de la soie décreusée dans de l'eau de fontaine a diminué d'un quart, ce qui est commun à toutes les soies bien cuites, & il n'a diminué que du douzième dans de l'eau distillée. Ce n'est pas là un avantage, puisque la diminution d'un quart du poids est une circonstance qui accompagne toujours le décreusement nécessaire de la soie, & que les méthodes qui lui conservent un plus grand poids, lui laissent aussi ses plus grands défauts, provenans de sa roideur & de sa crudité.

A l'égard de la force, il est difficile de mesurer les degrés qu'elle en perd dans les différentes méthodes qu'on peut employer pour le décreusement. La durée des étoffes peut dépendre d'un grand nombre de circonstances très-compliquées qui ne sauroient être soumises au calcul, & ce n'est que par une longue expérience qu'on peut parvenir à connoître qu'une étoffe faite d'une telle qualité de soie décreusée & teinte de telle manière, s'use en plus ou moins de tems qu'une autre de différente qualité originaire; ou différemment décreusée & teinte. On peut cependant présumer que les fils de soie qui soutiennent un plus grand poids avant de se rompre, sont réellement plus forts que ceux qu'un plus petit poids est capable de rompre. C'est d'après cette considération que j'ai entrepris une suite assez nombreuse d'expériences pour déterminer l'influence que les différentes méthodes de décreuser la soie peuvent avoir sur sa force.

Dans le cours de ces expériences j'ai appris en premier lieu que les divers essais d'organsin, quoique tous de la même finesse, ne sont pourtant pas tous comparables

entr'eux (1). La qualité originaire des cocons, la différente manière de filer ou de mouliner la soie, les inégalités qu'on rencontre dans les instrumens de la filature & dans le moulin, font que deux essais de soie du même titre, quoique crus, se trouvent propres à soutenir des poids différens, & que la soie la plus grossière ne soutient pas toujours un plus grand poids, quoique cela soit régulièrement ainsi. Cette réflexion m'a porté à comparer toujours la force d'un essai en cru avec celle qui lui reste après le décreusement pour déterminer la quantité relative de celle qui se perd dans les différentes expériences. Un fil de soie capable de soutenir un certain poids sans se déchirer, subit en le soutenant un tiraillement, qui le fait rompre quelques minutes après sans y ajouter un nouveau poids. Cette circonstance mettoit un nouvel embarras aux expériences, parce qu'il m'auroit été difficile de calculer le tems que j'aurois employé à ajouter peu à peu un nouveau poids pour juger avec quelque fondement de la force relative des fils.

J'ai cru pouvoir rendre mes résultats moins incertains par la méthode suivante. J'ai fait un nœud à l'écheveau d'essai pour en réduire la longueur à la mesure déterminée d'un pied de Paris. Je l'ai attaché à une baguette de verre, j'en ai tiré un seul fil, auquel j'ai suspendu moyennant un crochet, un vase qu'il pouvoit soutenir commo-

(1) Je donne le nom d'essai à ce fil de la longueur de 400 aunes qu'on met sur l'asple de l'éprouvette, & dont le poids en grains détermine dans le commerce la finesse de la soie, ou comme l'on dit communément le titre. On dit que la soie est au titre par ex. de 24 ou de 30 deniers, lorsque l'essai qu'on ôte de l'éprouvette pèse 24 ou 30 grains.

dément. Par le bec d'une fiole je versois de l'eau dans le vase jusqu'à ce que le fil cassât : en procédant ainsi dans toutes les expériences, j'ai cru pouvoir m'assurer, si non du poids absolu que chaque fil est capable de soutenir, au moins du poids relatif indiquant la force comparée des différens fils soumis à l'expérience.

En rompant successivement douze fils de chaque essai de soie crue, j'ai marqué le poids qu'ils soutenoient, & c'est ainsi que j'en ai tiré le poids moyen qui en indiquoit la force. J'ai remarqué bien souvent des différences considérables dans les poids qui rompoient les différens fils du même essai : je n'ai point tenu compte de ces poids qui m'ont paru étranges en plus ou en moins ; ces accidens devant s'attribuer à quelque cause étrangère, à laquelle on ne doit point faire attention en examinant la force moyenne d'une qualité donnée de soie. Ainsi ayant trouvé dans une expérience différens poids depuis 8 onces jusqu'à 12, si j'en rencontrois quelqu'un beaucoup au-dessous de huit, ou beaucoup au-dessus de 12, je le négligeois, & je mettois un autre fil à la place. De cette manière j'ai aussi observé de combien s'est alongé chaque fil avant de se rompre ; & de l'extension moyenne qu'ont prise les 12 fils qui ont été examinés, j'ai conjecturé l'extensibilité des fils de différente espèce ou de différente finesse, ou qui ont été décreusés en différente manière.

En appliquant cette méthode à l'examen de la force que conserve la soie que l'on fait bouillir dans beaucoop d'eau de puits toute seule, j'ai reconnu en premier lieu sur un essai de 30 grains que deux heures de coction l'ont af-

foiblie de quasi 21 pour 100, & que continuant la coction pour une heure & demie (quelqu'accident m'a empêché de la porter plus loin), elle s'est trouvée affoiblie de plu de 27 pours 100; encore deux heures de coction l'ont rendue en apparence plus forte, puisqu'elle ne s'est plus trouvée affoiblie que de 26 pour 100, mais autant de tems lui a fait perdre en tout le 28 pour 100 de sa force. La singularité de la 3.^e expérience m'a fait soupçonner quelqu'erreur; c'est ce qui m'a engagé à la refaire jusqu'à 3 fois, & j'ai toujours trouvé une augmentation de poids, & le nombre de 26 pour 100 est le résultat moyen des trois fois que j'ai répété l'expérience du déchirement des fils cuits pendant 5 heures & demie. C'est plutôt dans la seconde expérience, qu'il s'est glissé quelqu'erreur, mais de l'ensemble de tous ces faits il me paroît qu'on peut conclure, que l'eau toute seule en grande quantité ôte à la soie toujours plus de sa force, en bouillant jusqu'à 3 ou 4 heures, & qu'après ce terme la diminution n'en est plus guère considérable.

Il est vrai que par une autre expérience que j'avois faite auparavant sur cinq essais de 49 grains chacun, j'avois trouvé que le fil cru ayant soutenu avant de se rompre le poids moyen de 18 onces & 216 grains, celui que j'avois fait bouillir pendant 3 heures, n'avoit perdu guère plus que le 40 pour 100 de sa force, & que les trois autres avoient perdu l'un le 56, le second le 67 & le troisième le 72 pour 100, après avoir bouilli l'un six heures, l'autre 9 & le troisième 12; mais deux circonstances peuvent avoir contribué à ces particularités; l'une est la différente qualité

de la soie de ces essais, & l'autre le frottement qu'avoient dû subir ceux que j'avois fait bouillir plus long-tems pour en dévider les fils, inconvénient que j'ai évité dans les expériences suivantes. En effet dans une autre expérience faite sur trois essais de 54 grains chacun, le premier qui étoit cru, ayant soutenu le poids moyen de 13 onces & 216 grains, le second après une coction de deux heures a perdu le 28 pour 100 de sa force, & le troisième après l'avoir fait bouillir pendant 4 heures n'en a perdu que le 16.

Toutes ces irrégularités font voir combien on doit se garder de juger d'après un petit nombre d'expériences, faites sur une matière qui ne se trouve que fort rarement bien égale & homogène. En attendant il est à propos de remarquer que la soie qui est plus fine, s'affoiblit en bouillant dans l'eau communément moins que celle qui est plus ordinaire. Un essai au titre de 24 deniers non seulement n'a rien perdu de sa force, mais il en a acquis le 14 pour 100, après une coction de deux heures dans de l'eau pure de fontaine, & de deux heures dans de l'eau de savon (nous verrons dans la suite quelle peut être l'influence du savon), un second au titre de 27 deniers a perdu, en bouillant deux heures, le 18 ½ pour 100, un troisième de 30 deniers le 20, un quatrième de 49 deniers le 31, & un autre de 59 le 28 pour 100.

Je n'ai point comparé la force de la soie cuite dans de l'eau distillée avec celle de la soie cuite dans de l'eau de fontaine; cette comparaison m'a paru inutile, parce que j'ai reconnu que pour décreuser & blanchir la soie avec de l'eau distillée, il en faudroit une quantité bien plus grande que celle que les Teinturiers ont coutume d'en employer.

L'extensibilité que retient la soie cuite dans la seule eau bouillante, ne sauroit être déterminée que par comparaison à celle de la soie crue. Le grand nombre d'observations que j'ai faites à ce propos, m'a appris que la soie crue à quelque titre qu'elle fût, prenoit toujours le même alongement. Dans dix expériences sur des essais à différens titres depuis 24 jusqu'à 57 deniers, j'ai trouvé que la longueur des fils, préalablement réduite dans chaque expérience à un pied de Paris, ou à 144 lignes, a augmenté dans chacun à peu près de 32 lignes, ce qui fait un alongement qu'on peut évaluer au 22 pour 100. Le plus petit alongement a été de 29 lignes, & le plus grand de 35; mais la suite des alongemens intermédiaires depuis 29 jusqu'à 35 n'a répondu en aucune manière à la finesse de la soie; celui des essais aux titres de 24 & de 57 deniers ayant été également de 31. Ce n'est pas que l'on rencontre autant d'uniformité dans chaque fil. Dans chaque expérience faite sur les 12 fils, j'ai remarqué tantôt plus & tantôt moins de variation entre l'alongement d'un fil, & celui d'un autre. Mais le résultat moyen des 12 fils a été dans chaque expérience, comme je l'ai dit, presqu'uniforme quelque fût le titre de la soie. On voit par-là que l'alongement ne répond en aucune manière à la force, puisque on le trouve le même dans un fil qui soutient 20 onces que dans celui qui n'en peut soutenir que quatre ou cinq. Quant à l'effet de l'eau bouillante, le peu d'expériences que j'ai faites, me font croire que deux heures de coction diminuent l'extensibilité dans toutes les qualités de la soie, mais non pas suivant une loi constante, ni proportionelle-

ment à sa qualité. En effet les essais aux titres de 27 & de 30 deniers ont eu après deux heures de décreusement 11 lignes moins d'alongement que lorsqu'ils étoient crus : dans un autre au titre de 49 il ne diminua que de huit lignes ; celui de 54 s'est trouvé moins alongé de 12 lignes. En général l'alongement qui auroit été de 22 pour 100 dans le fil cru, après deux heures de coction n'est plus qu'environ de 14 & demi.

Je n'ai rien à ajouter sur les frais du décreusement de la soie dans la seule eau bouillante. Si quatre, six, ou tout au plus huit heures suffisent pour dégager la soie de toute matière étrangère, & pour lui donner la souplesse convenable sans qu'elle perde considérablement de sa force : si la soie ainsi décreusée, quoiqu'elle ne soit pas assez décolorée, est susceptible d'une belle teinture & durable, cette méthode seroit sans doute une des moins dispendieuses. En décreusant la soie par les méthodes communément employées, l'on ne peut faire aucune épargne de bois, puisqu'on fait bouillir la chaudière pas moins de huit heures. Il ne resteroit plus qu'à voir, s'il vaut mieux employer plus d'eau & moins de tems, puisque la soie est plutôt décreusée dans une plus grande quantité d'eau. Mais il ne sera pas difficile aux Teinturiers de calculer quelle est la manière la plus économique.

Je n'omettrai point de rapporter les recherches & les expériences de M. l'Abbé Collomb (1) pour cuire la soie

---

(1) Voyez *Journal de physique* pour l'an. 1785 T. 27 pag. 95.

cave, de l'eau bouillante seule. Tandis qu'il s'occupoit à d'autres recherches, il reconnut par hasard que la soie cuite pendant 3 heures dans de l'eau commune, commençoit à s'assouplir : il la fit bouillir deux autres fois autant de tems, & elle se trouva souple & éclatante, quoique tirant sur le jaune, & réduite aux trois quarts de son poids. C'est de là qu'il eut occasion de relever l'erreur de M. Macquer (1), qui assure que la substance dont la soie doit être dégagée, résiste absolument à l'action de l'eau, & qu'elle n'est ni gomme, ni résine, ni gomme-résine. Si M. Macquer au lieu de s'en tenir aux rapports d'autrui, eût fait bouillir lui-même la soie dans de l'eau, il auroit observé qu'elle perd un quart de son poids & beaucoup de sa couleur. Ayant mis dans un même vase contenant de l'eau de puits, quatre essais de 48 grains chacun, & les y ayant fait bouillir, le premier pendant deux heures, le second pendant quatre, le troisième pendant six & le quatrième pendant huit, j'ai trouvé l'eau jaune & transparente. Je l'ai mise en évaporation, & j'en ai tiré 38 grains d'une substance sèche qui avoit toutes les apparences de la gomme : le total de la soie avoit perdu un quart de son poids, c'est-à-dire 48 grains sur 192, dont dix pouvoient être de cette substance volatile, qui abonde dans la soie suivant les analyses chimiques de M. Macquer.

Ensuite M. l'Abbé Collomb (2) jugea à propos d'abré-

(1) Voyez *Art de la teinture en soie* dans la Description des arts & métiers T. IX. edit. de Neufchatel.

(2) Ibid. T. IX. pag. 7 not. 52.

ger le tems de la cuisson, en augmentant l'intensité de la chaleur de l'eau bouillante, & cela au moyen de la machine de Papin. Je n'entrerai point ici dans le détail de ses expériences. Je me contenterai de faire observer que l'épargne du tems & du bois ne pourra que difficilement compenser les dépenses, & les dangers qui suivroient de l'emploi que l'on feroit en grand d'une machine de Papin, propre à y cuire à la fois, comme c'est l'usage parmi nos Teinturiers, jusqu'à cinq cents livres & plus de soie. D'ailleurs M. Collomb ne détermine point la quantité proportionelle d'eau qu'on doit employer pour cette cuisson, soit dans une chaudière ouverte, soit dans des vases clos. Il n'a donné les détails que d'une seule expérience, par laquelle je m'apercois qu'il a employé dans la machine de Papin presque 50 parties d'eau sur une de soie. Quant à moi j'ai obtenu une cuisson parfaite avec 27 parties d'eau, & une cuisson presque parfaite avec 12 parties seulement dans 4 heures.

Laissant donc à part le projet de la machine de Papin qui ne paroît pas bien plausible, & s'en tenant aux chaudières ouvertes, les expériences de M. l'Abbé Collomb se trouvent d'accord avec les miennes à démontrer que l'eau bouillante seule, en quantité & en tems convenable, suffit pour dégommer la soie, & pour la rendre souple & luisante. M. l'Abbé Collomb a observé de plus que la soie cuite dans la seule eau bouillante se teint en noir plutôt, & aussi bien que celle que les Teinturiers sont dans l'usage de cuire dans l'eau de savon. Un Auteur Italien anonyme, dans un petit ouvrage sans frontispice, sans date de tems & de lieu,

mais qui porte au commencement le titre suivant. *Saggio di sperienze diretto a migliorare le tinte delle sete in nero*; rapporte qu'ayant fait bouillir pendant huit heures de la soie dans de l'eau pure de fontaine, il a trouvé qu'elle a perdu le quart de son poids, & environ le 44 pour 100 de sa force, & qu'elle est restée jaunâtre. Comme il n'a indiqué ni la quantité d'eau qu'il a employée relativement au poids de la soie, ni sa qualité, ni son titre, ni les procédés qu'il a suivis pour déterminer la force comparée de la soie cuite en différentes manières, son expérience ne peut être facilement comparée avec les miennes. Il paroît néanmoins que de l'ensemble de ses résultats on peut conclure que la cuisson de la soie dans de l'eau bouillante seule, mérite une attention particulière; elle peut être dans bien des circonstances très-avantageuse.

§. II.

De l'eau avec du savon commun.

C'est le dissolvant qu'on emploie dans toutes les manufactures pour dégommer & pour blanchir la soie, ce qui est une forte présomption en sa faveur; mais les méthodes de l'employer ne sont pas tout-à-fait les mêmes par tout. On doit considérer la qualité du savon & de l'eau, la quantité relative de ces deux dissolvans & de la soie, & le plus ou moins de tems qu'on doit tenir la soie dans ce bain. Avant de rapporter mes expériences sur cette méthode, il est à propos que j'indique en abrégé, selon les ren-

seignemens que j'ai pu en avoir, l'usage des Teinturiers de Turin, & celui des fabriques de France suivant la description que M. Macquer a donnée *de l'art de la teinture en soie.*

Quant à la qualité du savon ils préfèrent tous celui qui passe pour le meilleur, c'est-à-dire celui qui est le plus compacte, & qui est composé de doses bien proportionnées. L'on vante beaucoup celui de Marseille : nos Teinturiers le préfèrent communément, quoique plus cher, à celui de Nice; d'autres assurent avoir reçu de quelque fabrique de Nice du savon égal en bonté à celui de Marseille, mais ce dernier est généralement préféré. Sur quoi fonde-t-on cette préférence? Seroit-ce qu'une moindre dose de savon de Marseille produit le même effet qu'une plus grande dose de celui de Nice? Seroit-ce que la cuisson & le blanchîment de la soie réussit mieux avec le savon de Marseille qu'avec celui de Nice? Comme je n'ai fait des expériences que sur le premier, je ne saurois rien dire de précis à cet égard.

M. Macquer recommande d'employer de l'eau qui soit propre à dissoudre facilement le savon, & telle lui paroît l'eau de la Seine; nos Teinturiers font usage de celle qui est plus à leur portée, sans trop s'embarasser de sa qualité, & nous en verrons en son lieu la raison.

Il n'est pas bien aisé de déterminer la quantité relative d'eau, de savon & de soie qu'on a coûtume d'employer dans les différentes fabriques. M. Macquer ne dit rien de la quantité de l'eau, & quant à celle du savon il la fixe à 20 pour 100 du poids de la soie pour les couleurs com-

mûnes, & à 30 ou à 40 pour 100 pour celles qui exigent un fond blanc, & surtout pour le bleu d'indigo, à 60 pour 100 pour le rouge de carthame ou saffranum, quoiqu'ailleurs il se contente du 50; & au 60 pour 100 en deux fois pour les soies qu'on veut employer en blanc.

Les Teinturiers de Turin distinguent la soie qu'on veut employer en blanc de celle qu'on veut teindre. A l'égard de la première ils emploient 12 ou 13 onces de savon pour douze onces de soie, les uns dans une cuite, & les autres en deux. Pour la soie que l'on doit teindre en différentes couleurs, ils en emploient communément le 25 pour 100, excepté dans quelques teintures qui demandent un fond blanc, comme le bleu clair & le rouge de carthame: car dans ces cas ils se règlent, comme s'ils devoient employer la soie en blanc. Ce sont là les doses déterminées en gros, parce que les Maîtres teinturiers, faisant usage pour les soies à teindre du bain qui reste des soies décreusées pour les mettre en blanc, il est trop difficile de déterminer exactement la quantité de savon relativement à la soie qu'ils emploient dans chaque opération.

La quantité relative de l'eau est beaucoup moins uniforme dans les différentes fabriques que celle du savon. Il est des Fabricans qui pour décreuser 500 liv. de soie, ne mettent que 25 *brentes* d'eau, d'autres en mettent 30, d'autres 40 & d'autres 50, ce qui répond à environ 61, 84, 114, 131 livres d'eau pour une livre de soie. Telle est la différente proportion de l'eau qu'on emploie communément dans nos différentes fabriques pour décreuser la soie qu'on veut teindre. Pour celle qu'on veut mettre en blanc,

les proportions varient aussi considérablement. Quelqu'un m'a assuré que dans ce cas au lieu de 500 liv. de soie, il n'en met que 100 dans la chaudière, & d'autres qu'ils en mettent 300.

Le tems du décreusement est fort long chez nos Teinturiers: c'est de 8 à 9 heures, & ils ne l'abrègent que lorsque quelque circonstance les oblige à diminuer la proportion ordinaire du poids de la soie à la quantité de l'eau. Les François suivant M. Macquer, font cette opération en 3 heures & demie ou quatre, ce qui me porte à croire qu'ils emploient ordinairement beaucoup plus d'eau que nous relativement au poids de la soie.

Mes premières expériences sur l'usage du savon, par rapport au décreusement & au blanchîment de la soie, ont eu pour but d'examiner quelle est la qualité d'eau la plus propre à cet effet par la comparaison de l'eau distillée à l'eau commune de puits & de fontaine. Autant cette dernière m'a paru meilleure que l'eau distillée, lorsqu'on ne cuit la soie qu'avec de l'eau, autant l'eau distillée m'a paru préférable en l'employant en grande quantité avec du savon. J'ai fait bouillir pendant 2 heures un essai de 45 grains dans 24 onces d'eau distillée avec 30 grains de savon, & il a perdu 11 grains de son poids, il s'est parfaitement décreusé, & il s'est trouvé aussi souple, luisant & blanc que par tout autre moyen. J'ai encore fait bouillir dans le même bain pendant 4 heures un autre essai du même poids, & il a été un peu moins parfait que le premier, tandis qu'un autre essai ayant été cuit pendant un tems égal dans de l'eau de puits avec 15 grains de savon, n'a perdu que

9 grains de son poids, s'est trouvé moins souple, sans éclat & d'un jaune clair-obscur.

Ces avantages de l'eau distillée disparoissent, lorsqu'on ne l'emploie qu'en petite quantité, suivant l'usage des Teinturiers de Turin. Ayant fait bouillir pendant 2 heures dans 648 grains d'eau de fontaine avec 14 grains de savon un essai de 56 grains, il a perdu environ 13 grains de son poids, & il s'est trouvé souple & d'un beau blanc éclatant. Peut-être auroit-il été plus parfaitement décreusé, si la coction avoit duré quelque tems de plus. Mais dans cette occasion il m'est arrivé ce que j'avois déjà éprouvé bien de fois, c'est que la soie se trouvant déjà suffisamment décreusée, le bouillonement de l'eau l'a rejetée avec tant de violence, qu'il l'a poussée hors du matras. Au contraire un essai de poids égal, c'est-à-dire de 56 grains, cuit pendant 2 heures dans la même quantité d'eau distillée avec la même dose de savon, n'a perdu que 9 grains de son poids, & s'est trouvé roide, jaune & sans éclat.

Si l'activité de l'eau de fontaine qu'on a employée en petite quantité, n'eût pas été plus grande que celle de l'eau distillée mais seulement égale, l'explication en auroit été facile. Les sels contenus dans l'eau commune, soit de puits, soit de fontaine, & surtout la sélénite, décomposent & détruisent le savon. En effet j'ai vu bien des fois que l'eau de fontaine employée en grande quantité à proportion du savon, perdoit après une courte coction sa couleur laiteuse, & devenoit transparente; que le savon tout décomposé alloit s'attacher en grumeaux au parois, à la surface & au fond du vase; ce qui n'arrivant point dans l'eau dis-

tillée, le savon conserve toute sa force pour blanchir la soie. Mais si l'eau est en petite quantité, & que celle du savon soit grande, la portion de savon qui se décompose est très-petite, parce qu'elle est proportionnée au peu de sélénite que l'eau renferme, & le reste du savon conserve toute sa force, & tient l'eau dans sa couleur laiteuse & son opacité convenable.

Mais ce n'est pas là une raison satisfaisante de l'avantage de l'eau de fontaine sur l'eau distillée, employée en petite quantité à moins qu'on ne veuille supposer que les sels contenus aussi en petite quantité dans l'eau commune, sont propres non seulement à contrebalancer, mais même à surpasser l'activité de la portion de savon décomposée. Mais si cela étoit, il en devroit arriver autant lorsqu'on met beaucoup d'eau. Cependant j'ai observé, que même la soie mal décreusée dans de l'eau distillée seule, (par comparaison à d'autre soie mieux décreusée en circonstances égales dans de l'eau de fontaine) étant recuite avec addition de savon a surpassé de beaucoup en souplesse & en éclat celle qui a été recuite avec la même quantité de savon dans l'eau de fontaine. En attendant que d'autres plus versés que moi dans la Chimie expliquent ce phénomène, je conclus que lorsque l'économie permet d'employer beaucoup d'eau pour le blanchîment de la soie, l'eau distillée est propre à produire plutôt & avec moins de savon que l'eau commune, le plus parfait décreusement, le blanchîment & l'éclat.

Quant au déchet du poids de la soie cuite dans le savon, il s'est trouvé quelquefois plus petit que le quart, mais

jamais plus grand, même en employant, soit plus de savon, soit plus d'eau, soit plus de tems à la faire bouillir.

L'Anonyme Italien dont j'ai fait mention, a marqué la perte d'un tiers du poids pour un essai de 36 grains, cuit deux fois avec 12 grains de savon commun. Peut-être a-t-il inutilement prolongé la coction plus qu'à l'ordinaire, c'est-à-dire plus de 8 heures.

La force qui restoit à la soie décreusée avec le savon a été si variable, que je n'y ai jamais pu découvrir une loi constante ni à l'égard de la quantité du savon employé, ni à l'égard du tems de la coction, ni par rapport à la finesse de la soie.

En examinant avec la méthode ci-devant exposée, la force de la soie cuite comparativement à celle de la soie crue, j'ai trouvé que dans un essai de 24 deniers elle a diminué de 23 pour 100; qu'un autre pareil avoit augmenté en force de 14 pour 100, & qu'un autre de 27 en a perdu le 27 pour 100. De trois essais de 34 deniers chacun, l'un a perdu le 8, un autre le 10, & le troisième le 20 pour 100: de deux de 56, l'un en a perdu le 19 & l'autre le 49.

Il y a donc apparence que la soie décreusée avec du savon s'affoiblit plus ou moins selon sa qualité, de même que celle qu'on décreuse dans l'eau seule. Les plus grandes différences se trouvent probablement dans la force de la soie crue, laquelle suivant la différente qualité du gluten qui lui reste dans le tirage peut paroître plus ou moins forte. On voit par-là que la comparaison de la force qui reste à la soie cuite, après qu'elle a perdu tout ce gluten, ne peut nous donner de règle juste. En effet l'observation m'ap-

prend que l'irrégularité des poids absolus que soutient la soie cuite est beaucoup plus petite, puisque les 24 deniers ont soutenu depuis 80 jusqu'à 100, & les 56 depuis 110 jusqu'à 133. L'Anonyme Italien a marqué dans son petit tableau l'affoiblissement de la soie cuite avec du savon, & c'est de 33 $\frac{1}{2}$ pour 100. Le résultat moyen de toutes mes expériences n'arrive pas au 16 pour 100.

L'alongement s'est trouvé beaucoup plus régulier. Dans les différentes expériences que j'ai faites sur des essais crus à divers titres, il n'a varié que depuis 20 jusqu'à 24 pour 100, & quant aux essais décreusés avec du savon que depuis 11 jusqu'à 19; d'où l'on voit que l'alongement moyen des essais crus ayant été d'environ 22 pour 100, & celui des essais cuits de 16, le déchet moyen d'extensibilité a été d'environ 6 pour 100.

Les frais du décreusage de la soie avec le savon dépendent surtout du prix du savon ou de celui du bois. Nous avons vu qu'en employant beaucoup d'eau on peut épargner beaucoup de tems. C'est aux Teinturiers à comparer le bois nécessaire pour faire bouillir une plus grande quantité d'eau en moins de tems, avec ce qu'il en faut pour faire bouillir une plus petite quantité d'eau pendant un tems plus long. Ils pourront ainsi choisir le système qui leur paroîtra le plus économique par rapport au bois; & comme nous avons aussi observé qu'en employant beaucoup d'eau, surtout distillée, on peut faire une grande épargne de savon, l'on pourra préférer cette méthode, lorsque le savon est fort cher, & le bois à bon marché.

La variété des méthodes adoptées par les Teinturiers de Turin à l'égard de la quantité relative de l'eau & de la

soie, donne lieu à soupçonner qu'ils n'ont pas tous fait sur cela des expériences exactes & des calculs bien sûrs. Il semble que le prix du bois & du savon, & la facilité d'avoir de l'eau étant les mêmes pour tous, ils devroient à cette heure avoir tous adopté une méthode uniforme.

§. III.
De l'eau avec de l'alcali tout seul.

Les Fabricans de Lyon sembloient satisfaits de leurs méthodes pour décreuser & pour blanchir la soie: mais ayant remarqué qu'ils ne pouvoient parvenir à la rendre d'un blanc aussi vif & aussi éclatant que celle de la Chine, qui passe pour être décreusée sans savon, ils ont souhaité une nouvelle méthode plus propre à cet effet.

L'Académie de Lyon proposa ce sujet en 1761, & couronna en 1762 le mémoire de M. Rigaud de St. Quintin. Cet Auteur croyant que la cause du défaut de blancheur & d'éclat de la soie ne pouvoit se rapporter qu'à l'huile contenue dans le savon dont on se sert pour la décreuser, proposa de n'employer que de l'alcali de soude en dose convenable, en sorte qu'il ne puisse point diminuer la force de la soie. Cette méthode fut alors généralement applaudie, mais elle fut bientôt abandonnée par tous les Fabricans sans qu'on en sache la raison. M. le Comte Saluces, notre Confrère, donna en 1767 le 20 décembre un mémoire, inséré dans le IV. Vol. de notre Académie qui a pour titre *Miscellanea Taurinensia*, où il prouve que les alcalis fixes employés en petite dose, ne

produisent pas un grand effet, & qu'ils affoiblissent; ou même détruisent la soie, si la lessive est plus forte.

Le résultat de mon expérience confirme l'assertion de M. le Comte. J'ai mis un essai de 49 deniers dans 4 onces d'eau avec 6 grains de sel de soude cristallisé très-blanc. Après l'avoir fait bouillir pendant 4 heures, je l'ai tiré du bain, je l'ai lavé & essuyé, & j'ai trouvé qu'il avoit diminué d'un quart de son poids, & qu'il avoit toute la souplesse & l'éclat ordinaires; ce qui prouve qu'il étoit convenablement décreusé, mais il a conservé une couleur jaune-paille, & s'est trouvé affoibli de 32 pour 100.

L'Anonyme Italien ayant fait bouillir 36 grains de soie avec 18 grains de sel de soude, a trouvé qu'il s'étoit perdu $\frac{5}{12}$ du poids, & $\frac{4}{9}$ ou environ 44 pour 100 de la force.

§. IV.
De l'eau avec des savons mols, acides & alcalins.

M. le Comte Saluces dans l'idée que le défaut du savon commun venoit de la trop grande abondance d'huile combinée avec l'alcali caustique de soude, crut devoir employer un savon liquide, formé avec de l'alcali de soude non caustique, & en conséquence contenant une plus petite dose d'huile. Il assure que l'expérience a eu les plus heureux succès, mais il n'a décrit ni la méthode qu'il a suivie, ni les différentes proportions qu'il a gardées de l'alcali & de l'huile, ni les expériences qu'il a faites pour examiner la force que la soie avoit conservée.

Je n'ai fait qu'une seule expérience d'après cette métho-

de. J'ai plongé dans de l'huile d'olive un essai de 40 grains, ensuite l'ayant bien exprimé, je l'ai fait bouillir dans 960 grains d'eau distillée avec 6 grains de sel de soude cristallisé; quelque tems après la soie s'est trouvée presque blanche, mais on voyoit surnager sur le bain une quantité considérable d'huile qui ne s'étoit point combinée; ensuite j'ai changé le bain en y substituant quarante autres deniers d'eau distillée, avec six autres grains de sel de soude.

Après quelque tems la soie m'a paru bien décreusée, mais il surnageoit encore un peu d'huile sur le bain: j'y ai plongé un morceau de savon, & en moins d'un quart d'heure il a débarrassé le bain & la soie de tout le reste de l'huile.

Ayant lavé & essuyé la soie, je reconnus qu'elle étoit parfaitement décreusée: elle avoit perdu le quart de son poids, elle étoit souple & assez blanche, mais peu luisante, & si foible qu'elle n'étoit plus capable de soutenir la moitié du poids qu'elle soutenoit auparavant.

Je n'ai point examiné la force d'un autre essai de 28 grains, que j'ai fait cuire pendant l'espace interrompu de 24 heures dans de l'eau presque bouillante avec du savon fait de sel de soude & d'huile commune, combinés suivant la dose d'une saturation apparente. Je n'ai trouvé rien autre dans mon journal, si non que la soie avoit aussi perdu le quart de son poids, & qu'elle étoit d'un blanc gris légèrement jaune. J'ai encore éprouvé le savon liquide extemporané avec de l'huile & de la lessive de cendre commune, mais l'expérience n'a eu qu'un mauvais succès, tant par rapport à la couleur, que par rapport a la force de la soie.

Je ne prétends point opposer mes expériences à celles de mon respectable Confrère. Je me réserve d'en faire d'autres

plus variées & plus exactes avant de prononcer. Dans une expérience que j'ai faite avec des savons acides, mon résultat a été conforme à celui de M. le Comte Saluces, puisque j'ai trouvé comme lui que ces savons n'ont aucune efficacité pour décreuser & pour blanchir la soie.

§. V.

De l'eau avec du borax.

L'Anonyme dont j'ai fait mention, étoit de sentiment que l'huile mêlée à la soude dans le savon, nuit à la blancheur & à l'éclat de la soie, & que d'ailleurs la soude seule est par elle-même si active pour cet effet qu'il faut en émousser l'activité pour ne pas endommager la soie. Dans cette persuasion il s'est engagé à chercher quelqu'autre combinaison de l'alcali marin pour pouvoir la substituer utilement au savon. Il crut l'avoir trouvée dans le borax. Il rapporte que 36 grains de soie, qu'il a fait bouillir (il ne dit pas combien de tems) avec 24 grains de borax, ont été fort bien décreusés, & qu'il y en a eu dix de perdus; que le déchet de la force n'a été que de $\frac{1}{9}$ ou de 11 pour 100, & que la soie avoit ce luisant qui la rend propre à recevoir les plus brillantes couleurs.

Cette découverte m'ayant paru mériter la plus grande attention, j'ai fait un grand nombre d'expériences pour examiner l'action du borax; en voici les résultats. J'ai fait bouillir un écheveau pendant 2 heures dans 24 onces d'eau contenant 34 grains de borax, & la soie est devenue presque blanche & brillante, ne tirant plus que très-légèrement sur le jaune: elle étoit assez bien décreusée,

quoiqu'elle n'eût pas perdu plus de 3 ½ pour 100 de son poids, & la force au lieu de diminuer a augmenté plus de 8 pour 100. Cette singularité m'ayant fait soupçonner quelqu'erreur, j'ai examiné de nouveau le poids soutenu par 12 autres fils, mais les résultats en ont été les mêmes. S'il y a quelqu'erreur, il faut donc qu'elle se soit glissée dans l'examen des poids soutenus par la soie avant qu'elle fût cuite. Je n'ai cependant pas trouvé dans mon journal la moindre trace de doute sur cette expérience. Quoiqu'il en soit, j'ai fait une autre expérience sur deux essais de soie de la même qualité, dont l'un étoit préparé au fort apprêt, & l'autre au petit apprêt, & après deux heures de coction ils ont perdu tous les deux un peu moins du quart de leur poids. L'un & l'autre sont devenus souples & brillans, mais celui du petit apprêt plus que l'autre. La couleur a été dans tous les deux d'un jaune plus chargé que dans la première expérience. L'essai au fort apprêt a été affoibli de 20 pour 100, & celui au petit apprêt de 22. Je n'étois pas encore fort satisfait, j'ai donc voulu répéter l'expérience en employant de l'eau distillée, & des essais de 29 grains, toutes les autres circonstances égales; le succès a été le même pour les deux apprêts que celui de l'expérience précédente, quoique le vase s'étant cassé, la soie n'ait bouilli que pendant une heure & demie. Quant à la diminution de la force, elle s'est trouvée beaucoup plus petite, l'essai du fort apprêt ne s'étant affoibli que de 8 ½ pour 100, & celui du petit apprêt de 10 ½.

La différence de l'alongement de la soie cuite avec le borax à celui de la soie crue, n'a pas été fort considéra-

ble. Sans parler de la première expérience qui peut être suspecte, dans les deux autres il n'y a pas eu une grande diversité; l'alongement moyen de la soie crue a été de 21 à 22, & celui de la soie cuite de presque 17; il a donc diminué de 4 ou 5 pour 100.

La plus grande difficulté qu'on puisse rencontrer pour adopter cette méthode, est le prix qui semble un peu fort. Le borax se vend parmi nous depuis 45 jusqu'à 55 sols la livre. A ne s'en tenir qu'au plus petit prix, le seul borax dont on doit employer 8 onces sur 12 de soie, coutera 30 sols; le prix sera donc triple de celui que les teinturiers exigent ordinairement, y compris leur profit.

§. VI.

De l'eau avec du sel marin.

Suivant la même maxime de faire usage de l'alcali marin comme de l'ingrédient le plus convenable, mais adouci avec toute autre substance que de l'huile, j'ai essayé de décreuser la soie avec le sel marin qui est à un très-bas prix. Je n'ai point fait sur cette méthode un nombre suffisant d'expérieneces: de deux que j'en ai faites, l'une a été sans effet, la soie s'étant brûlée; ainsi il ne m'en reste qu'une sur laquelle on puisse compter. J'ai donc fait bouillir 56 grains de soie avec autant de sel marin pur dans 672 grains d'eau de puits. Cinq heures après j'ai trouvé que le poids de la soie avoit diminué exactement d'un quart, elle avoit acquis une souplesse & un éclat, qu'elle n'avoit pas étant crue; elle avoit pris un brillant jaune-paille au lieu

qu'étant crue, elle étoit d'un jaune-gris livide & fort laid, couleur qui, suivant les Teinturiers, ne permet point à la soie de recevoir par le décreusement l'éclat ordinaire. Le déchet de sa force a été d'environ 20 pour 100, & celui de son extensibilité n'a pu arriver au 3 pour 100.

§. VII.
De l'esprit de vin.

Le décreusement & le blanchîment de la soie sont deux opérations fort différentes entr'-elles, quoiqu'on les fasse communément en même tems, & par la même opération. La soie, mise long-tems en infusion à froid dans les alcalis ou dans le savon, perd sa roideur, comme M. Neret l'a observé, & moi après lui, sans perdre beaucoup de sa couleur. Au contraire la couleur jaune la plus intense de la soie devient presque blanche par l'action continuelle de la lumière du soleil. C'est là une observation que j'ai faite non seulement à l'égard de la soie, mais encore par rapport aux cocons. C'est dans la vue d'obtenir en même tems la souplesse & le blanchîment de la soie que nous avons parlé jusqu'à présent des méthodes de la décreuser. Mais comme il est des circonstances, où la souplesse loin d'être nécessaire, est même nuisible, & que l'on vante beaucoup la blancheur de la soie crue de la Chine, M. Rigaud, dont j'ai fait ci-devant mention, a fait bien des recherches sur cet objet, & s'est flatté d'avoir trouvé dans l'esprit de vin, mêlé à un peu d'acide marin, l'agent le plus propre pour blanchir la soie. On trouve dans l'Encyclopédie méthodique la

description de cette méthode avec des remarques & des additions de M. Neret (1). Elle consiste à faire digérer la soie dans un bain composé d'esprit de vin commun, tel qu'il ne laisse qu'un sixième de flegme, & d'un trente-deuxième d'acide marin fumant. Il faut une chaleur de 15 à 20 degrés de Réaumur, & 24 heures de tems, ou moins, si la chaleur est plus grande. Pour blanchir la soie il est à propos de changer souvent le bain, ou d'employer même vers la fin de l'esprit de vin rectifié, autrement elle reste un peu jaunâtre ou verdâtre.

Voulant reconnoître l'avantage de cette méthode, j'ai commencé mes expériences par l'esprit de vin rectifié en y ajoutant un trente-deuxième d'acide marin fumant. En peu de tems la soie a perdu sa couleur jaune, & le bain de jaunâtre qu'il étoit auparavant, est devenu bientôt vert. Pour blanchir parfaitement la soie, une longue immersion n'est point suffisante, je n'ai jamais obtenu par ce moyen qu'un blanc sale & sans éclat. La soie n'a perdu que peu ou point du tout de son poids, conservant toute sa roideur. La force a diminué dans un essai au titre de 40 deniers un peu moins que le 10 pour 100 : un autre semblable, mais originairement blanc, a gagné presque le 2 pour 100.

J'ai mis dans un semblable bain, mais avec double dose d'acide marin, de la soie que j'avois déjà fait bouillir dans de l'eau pure, & qui par conséquent avoit déjà perdu en partie sa couleur naturelle : elle est devenue plus roide &

(1) Voyez *Encyclopédie méth. manufactures, arts, & métiers.* T. 1 édit. de Paris pag. 78.

plus blanche, mais elle n'a jamais pris un beau blanc vif & brillant. Celle que j'avois fait bouillir pendant deux heures a acquis dans l'esprit de vin le 19 pour 100 de force; celle dont la coction avoit duré 4 heures, n'en a acquis que 2 $\frac{1}{2}$ pour 100. L'alongement de la soie digérée dans l'esprit de vin rectifié a toujours été plus petit que celui de la soie crue; mais celle que je n'avois fait bouillir que dans de l'eau pure, a regagné en la faisant digérer dans l'esprit de vin, un peu de l'extensibilité qu'elle avoit perdue.

Ayant observé que pour donner à la soie un blanc passable, quoiqu'encore légérement entremêlé de jaune & de vert, il faut dix livres d'esprit de vin rectifié sur une livre de soie, je devois naturellement conclure qu'une méthode très-dispendieuse n'auroit produit qu'un petit effet, & d'après cette conclusion il m'est venu dans l'idée d'examiner l'action de l'esprit de vin de commerce beaucoup moins cher que l'esprit de vin rectifié, mais je l'ai trouvé si foible que je n'ai pu en obtenir en cinq jours, même après plusieurs changemens de bain, ce que j'avois obtenu dans peu d'heures de l'esprit de vin rectifié, en sorte que l'emploi de celui-ci seroit encore moins dispendieux que celui de l'esprit de vin ordinaire.

Conclusion.

Ce que je viens d'exposer semble fournir quelques conséquences utiles; il faut surtout avoir attention à l'usage que l'on veut faire de la soie avant de choisir la méthode la décreuser. Si l'on veut faire des étoffes de soie teinte

en cru, le meilleur parti seroit d'employer les soies des cocons blancs; elles n'ont pas à la vérité la blancheur & l'éclat de celle de la Chine, elles sont pourtant plus propres que les soies jaunes à prendre une teinture quelconque. Si l'on n'a point de soies filées en blanc, il sera utile de blanchir la soie jaune avec de l'esprit de vin rectifié. Un essai que j'avois ainsi préparé, avoit pris dans la composition du bleu de Saxe une très-belle couleur. Mais si l'on veut fabriquer des étoffes de soie blanche & crue, il n'y a d'autre expédient, lorsqu'on les veut d'un beau blanc, vif & éclatant, que celui de se procurer de la soie de la Chine, ou de la soie tirée avec soin, comme on pratique en Piémont, des cocons blancs & bien choisis.

Mais il est rare que l'on fabrique des étoffes de soie crue; on les fait presque toutes de soie décreusée & souple, pour qu'elles ne se coupent point. A cet effet il semble qu'il est très-important de distinguer les couleurs qu'on veut leur donner.

Si on les veut en blanc, je ne connois point de meilleur agent pour y réussir que le savon le plus parfait, tel qu'on croit celui de Marseille. Mais puisque beaucoup d'eau qu'on fait bouillir avec peu de savon, fait dans peu de tems le même effet que beaucoup de savon dans peu d'eau & pendant plus long-tems, c'est aux Teinturiers à calculer ce qui est plus économique dans les différentes circonstances.

La teinture demande pour quelques couleurs un fond blanc ou presque blanc. Dans ce cas l'expérience apprendra aux Teinturiers à combiner avec la plus petite dépense la manière d'obtenir la préparation la plus convenable. Mais

pour quelques couleurs, surtout pour le noir, il n'est point nécessaire d'avoir un fond blanc : on n'a qu'à bien décreuser & à bien assouplir la soie pour la réussite de l'opération. Quant au décreusement, rien de plus facile que d'en connoître le degré nécessaire: il n'y a qu'à voir si la soie a perdu le quart de son poids. Quelque méthode que l'on suive, le déchet est toujours le même, ainsi que nous l'avons vu, & comme je l'ai encore trouvé dernièrement en décreusant de la soie blanche. C'est ordinairement avec peu de savon, c'est-à-dire en raison de 20 ou de 25 pour 100, que les Teinturiers François & ceux de Turin décreusent la soie; mais que n'évitent-ils cette dépense ? ne seroit-il pas plus avantageux de n'employer simplement que de l'eau bouillante, puisqu'elle est aussi propre à décreuser parfaitement la soie dans un tems convenable, & à lui donner l'éclat dont elle est capable suivant sa qualité primitive? Peut-être cette méthode n'est-elle point en usage, parce que les Teinturiers devant teindre en toutes sortes de couleurs, ils se servent utilement, pour décreuser la soie que l'on veut teindre, des restes de l'eau savonnée où l'on a décreusé la soie pour le blanc. Ce seroit peut-être dans une fabrique destinée uniquement à teindre en noir qu'on pourroit trouver quelqu'avantage à épargner le savon, ou à lui substituer pour les soies peu brillantes & de couleur livide le sel marin qui est beaucoup moins cher.

Le tems ne m'a point encore permis de comparer les différens résultats des méthodes que je viens d'exposer, avec l'effet qui en doit suivre dans la teinture en différentes couleurs. Je me propose de faire dans peu cette expérience,

& d'en indiquer le succès. Je me flatte en attendant que les gens de l'art pourront tirer quelqu'avantage de celles que je viens de rapporter, soit pour épargner des essais inutiles dans l'idée d'examiner des méthodes, qui, d'après la lecture de mon mémoire, leur pourront paroître peu convenables, soit pour mieux combiner leurs expériences en grand sur la différente manière d'employer les méthodes qui sont déjà reconnues pour les meilleures.

Si on s'engage à répéter mes expériences, & qu'ayant plus de loisir & plus de moyens que moi, on veuille en faire d'autres analogues, il faut observer en premier lieu que le fil soit de la plus grande égalité possible: les résultats en seront alors plus comparables. On rencontre de très-grandes différences dans le diamètre d'un fil qui n'est que de la longueur de 400 aunes, & cette différence va même assez souvent jusqu'au double. Pour avoir de la soie de la plus grande égalité, il faut qu'elle soit tirée d'une filature qui soit en grande réputation, & qu'elle n'excède point le titre de 32 deniers. Plus la soie est fine, plus elle est communément égale. On fera bien de tirer de la même botte d'organsin un grand nombre d'essais sur l'éprouvette, & de ne choisir que ceux qui se trouvent d'un poids exactement égal pour les soumettre à différentes expériences. Si l'on en fait sur de l'organsin au fort apprêt, & sur de l'organsin d'une qualité semblable, mais travaillé au petit apprêt, l'on trouvera une différence très-grande dans les résultats, surtout par rapport au déchet de force qui est plus grand dans le petit apprêt. Ces remarques pourroit être très-utiles aux Fabricans d'étoffes.

Les Négocians ne sont pas d'accord entr'eux sur la couleur de la soie. Celle qui est d'un jaune-pâle mais brillant, est communément régardée comme la meilleure. Quelquefois ils préfèrent la blanche, mais d'un beau blanc vif & brillant, & on ne s'en sert que pour quelques usages seulement. Mes expériences font voir que la soie blanche dans son décreusage ne perd pas moins de son poids que la soie jaune. Mais il sera aussi facile en multipliant les expériences comparées sur le fil blanc & sur le jaune de titre égal, il sera facile, dis-je, de reconnoître si le blanc ne seroit pas encore sujet à un plus grand déchet de force; ce qui rendroit raison de sa moindre réputation dans le commerce. Voilà l'exposé de mes foibles essais sur le décreusage de la soie; j'ai indiqué les objets sur lesquels on peut faire des expériences en plus grand nombre, & avec plus de soin. Heureux, si j'excite d'autres a faire mieux.

I. TABLEAU.

Ce tableau avec le suivant indique de quelle manière d'après le déchirement successif de 12 fils du même écheveau d'organsin, l'on a calculé l'alongement & le poids soutenu par chaque fil avant de se rompre, soit dans la soie crue, soit dans la soie cuite.

Fil double d'organsin au titre de 27 deniers $\frac{1}{4}$ & de la longueur de 144 lig.

SOIE CRUE.

Ordre des fils déchirés.	*Leur longueur au moment de leur déchirement.*	*Poids qu'ils soutenoient avant de se rompre.* onc.	grains
1	182	6	408
2	178	7	384
3	178	6	96
4	181	7	408
5	170	5	288
6	176	5	456
7	183	7	384
8	173	4	432
9	182	7	288
10	172	6	312
11	173	5	384
12	177	7	0
Somme	2125	78	384
Longueur moyenne	$177\frac{1}{12}$ *Poids moyen*	6	320
Longueur originaire	144		
Augmentation	$33\frac{1}{12}$		
qui répond à environ	23 pour 100.		

II. TABLEAU.

LA MÊME SOIE CUITE PENDANT 2 HEURES.

Ordre des fils déchirés	*Longueur au moment du déchirement.*	*Poids soutenu avant le déchirement* onc.	grains
1	168	5	552
2	169	5	456
3	167	5	360
4	167	5	456
5	168	5	432
6	163	4	456
7	161	4	480
8	168	4	432
9	170	5	384
10	167	5	24
11	163	5	240
12	163	4	504
Somme	1994	64	168
Longueur moyenne	166 + 1/6 *Poids moy.*	5	206
Longueur originaire	144		
Augmentation	22 + 1/6		
qui répond à environ	15 + 1/3 pour 100.		

La différence du poids moyen soutenu par le fil cru au poids soutenu par le fil cuit, c'est-à-dire l'affoiblissement de la soie, est donc d'une once & 126 grains.

Il résulte donc que par cette coction de la soie son extensibilité a diminué d'environ 7 2/3 pour 100, & sa force un peu plus de 18 pour 100.

III. TABLEAU.

Servant pour indiquer la différente extensibilité, & la différente force qui répondent à la différente finesse de l'organsin cru.

Titres de l'organsin.	*Alongement des fils de la longueur d'un pied de Paris en lignes*	*Poids soutenu par le fil avant son déchirement.*	
		onces	grains
24	31	5	360
27	33	6	312
29	31	7	384
30	32	7	384
34	33	9	0
35	32	8	144
40	30	11	216
41 *blanc*	33	8	528
49	32	18	72
50	30	12	96
54	29	14	360
56	35	13	480
57	31	13	480

Remarques.

1.° J'ai dit au commencement que le titre de l'organsin est déterminé par le poids d'un fil de la longueur de 400 aunes; & que suivant le langage du commerce, l'organsin est au titre de 24, de 30, de 40 &c. deniers, lorsque le fil de la longueur de 400 aunes pèse 24, 30, 40 &c. grains. Dans mes expériences je me suis servi d'essais tirés de l'instrument destiné à l'épreuve du titre, qu'on nomme éprouvette; ils étoient par conséquent de la longueur de 400 aunes: ce qui a dû occasioner des différences sensibles dans les résultats du même titre, c'est qu'ils venoient indistinctement de toutes sortes de moulins, que je ne connois pas.

2.° L'on voit que l'alongement ne varie point sensiblement suivant la différence du titre. Mais la force va en augmentant à mesure que les fils sont plus gros. On voit cependant des irrégularités dans cette progression; auxquelles doit avoir contribué 1.° La différente qualité de la soie. 2.° Que le poids marqué dans le tableau est tantôt le résultat d'une expérience seule, tantôt de plusieurs. 3.° Quelque défaut d'exactitude. Dans mon journal même je trouve des soupçons sur l'exactitude de l'expérience par laquelle le fil de 49 deniers a soutenu le poids extraordinaire de 18 onces & 72 grains.

IV. TABLEAU.

Ce tableau indique le déchet de poids, d'extensibilité & de force qu'a subi la soie décreusée par différentes méthodes.

Méthodes de décreusage.		Déchet sur chaque 100. de poids	d'extensibilité	de force
Soie décreusée dans beaucoup d'eau de fontaine sans aucun ingrédient.	pendant 2 heures	25	$7\frac{1}{2}$	21
	pendant 8 heures	25	$7\frac{1}{2}$	28
Décreusée avec du savon	dans de l'eau distillée: 45 grains de soie pendant 2 heur. dans 30 grains de savon	25		
	dans de l'eau distillée: 45 grains pendant 4 heur. dans le bain restant .	25		
	dans de l'eau de fontaine: 45 grains pendant 4 heur. dans 15 grains de savon.	20		
	25 grains pendant 3 heur. dans 5 grains de savon .	20	3	8
	25 grains pendant 3 heur. dans 15 grains de savon.	21	3	$9\frac{2}{3}$
Décreusée avec deux tiers de son poids de borax.	pendant 2 heur. dans de l'eau de fontaine . .	24	$5\frac{1}{2}$	21
	pendant 1 heur. $\frac{1}{2}$ dans de l'eau distillée . .	24	$7\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{2}$
Esprit de vin.	Un essai de 25 grains dans une once d'esprit de vin rectifiée avec 18 grains d'acide marin fumant après 24 heur. d'immersion .	3		
	Un essai de 27 grains traité de la même manière après 21 heur.	0	5	10
	Un autre essai semblable de soie blanche après 2 jours d'immersion	0	3	0

Remarques.

1. J'ai omis dans ce tableau les résultats des moyens dont on a reconnu l'insuffisance pour décreuser la soie: tels sont les savons acides & alcalins mous, les alcalis purs, l'esprit de vin de commerce, le sel marin.

2.° Je n'ai point marqué dans les résultats la différence provenante de l'organsin travaillé à fort apprêt, & à petit apprêt, quoiqu'elle ait été très-grande. La diminution de force est beaucoup plus grande au petit apprêt, qu'au fort apprêt. Je n'ai marqué que le terme moyen résultant des deux ensemble.

3.° Les résultats du décreusement avec le savon ont été fort différens entr'eux & bien douteux. C'est la raison pourquoi je n'en ai marqué que le petit nombre de ceux qui sont les plus sûrs.

V. TABLEAU.

De la diminution du poids de la soie & de la force des fils qu'a trouvé l'Auteur anonyme, suivant les différens procédés qu'il a employés pour la décreuser.

SOIE CRUE

Dont le poids étoit de 36 grains, & dont le fil soutenoit 9 onces de poids.

	elle pesoit grains	*un fil soutenoit* onces
Après une coction de 8 heures dans de l'eau de fontaine	27	5
Décreusée deux fois avec 12 grains de savon commun	24	6
Cuite avec 18 grains de sel de soude	21	5
Cuite deux fois successivement avec 24 grains de cire punique de M. le Chev. Lorgna.	24	$4\frac{1}{2}$
Exposée pendant 5 heures à la vapeur de l'esprit de vin	27	$6\frac{1}{2}$
Exposée pendant 5 heures à la vapeur de l'eau	30	7
Cuite avec 24 grains de borax	26	8
Un fil de soie décreusée auparavant avec du savon commun & infusée pendant 24 heures dans la décoction de noix de galle		5
Un fil de soie décreusée avec du savon commun & infusée à froid pendant 24 heures dans la solution de vitriol de Mars, où l'on avoit mis $\frac{1}{12}$ d'acide vitriolique		$5\frac{1}{2}$
Un fil de soie teinte dans le bain commun en noir		5
Un fil de soie teinte dans le bain en noir, selon la méthode de l'Auteur		6

SUR LA VARIOLITE DU PIÉMONT

PAR M. LE COMTE MOROZZO.

La pierre dont je vais donner la description est le *lapis variolarum* de Vallerius, le *lapis variolites viridis verus* de Faujas de St. Fond, la *variolite de la Durance* de Desmest, le *gamaïcu* des Americans (1). Lu le 17 Novembre 1791.

Aldrovandi reconnut de ces pierres aux environs de Lucques: on en trouve aussi depuis quelque tems en Corse, en Suisse & aux Pyrenées. A l'égard du Piémont, le lit de la Doire étoit le seul endroit où l'on en remarquât depuis quelques années, lorsque M. le Docteur Bonvoisin & moi nous en avons rencontré dans le Sangon, petite rivière qui tire sa source de la montagne de Coasse; l'on assure qu'il y en a encore dans la haute vallée du Po; c'est particulièrement de celles de la Doire que je vais tracer l'origine.

Les variolites qu'on trouve, soit dans le lit de cette rivière près de Turin, soit dans le gravier à quelques pieds de profondeur, se présentent sous la forme de cailloux roulés, preuve qu'elles ont été amenées par les eaux à des époques très-reculées (2). En remontant la Doire j'en ai

(1) Cette pierre nous fut apportée pour la première fois de l'Amérique par les Pères Jésuites; d'après les vertus qu'on lui attribuoit, on la pendoit au cou des personnes attaquées de la petite vérole: on prétendoit aussi opérer bien des guérisons par le moyen de cette pierre dans quelques maladies des brebis, mais depuis long-tems ces amulettes ont perdu leur credit.

(2) L'on ne sera pas surpris de trouver grand nombre de ces pierres dans notre Ville, puisque c'est de la Doire qu'on prend les cailloux pour la paver.

trouvé à Colegno, soit dans le lit de la rivière, soit cimentées dans le gravier endurci: ce n'est pourtant qu'à l'entour de Suse qu'on en revoit beaucoup, mais du seul côté de la vallée de la Doire, car dans celle de la Cenisia on n'en a point rencontré jusqu'à présent. Il est à remarquer que celles qui sont répandues dans la plaine près de la Ville, ont encore la forme de pierres roulées, quoiqu'elles conservent plus d'aspérités, & soient moins lisses que celles des environs de notre Capitale.

J'étois empressé de découvrir la montagne d'où elles se détachent. Nos Naturalistes en rapportoient généralement l'origine au Mont-Genèvre, d'où la Doire tire sa source: cette opinion n'avoit, je crois, d'autre fondement si non que l'autre côté de la montagne, & la vallée de la Durance près du col de Cervières vers Briançon, sont les seuls endroits de la France, où selon le témoignage de MM. Buffon & Desmarets l'on en ait trouvé jusqu'à présent.

Pour vérifier le fait, j'ai remonté la Doire, & à peine me suis-je trouvé à une petite distance de Suse que le chemin qui conduit de cette Ville à Chaumont, m'a présenté une grande quantité de variolites soit dans son pavé, soit dans les masures qui servent de clôture aux près: elles étoient moins roulées avec des faces irrégulières, ce qui m'annonçoit que je ne devois pas être bien éloigné de leur source.

Il me paroissoit difficile que les gros blocs qu'on en trouve à côté du chemin, y eussent été amenés par la Doire, car elle en est plus basse de 30 à 40 toises, & en est séparée par un monticule; j'ai donc cru qu'il en falloit rechercher l'origine dans la montagne à côté.

En effet en remontant à gauche du chemin, j'en ai vu en quantité & en gros blocs dans le premier torrent que l'on rencontre depuis Suse, & qui vient décharger ses eaux dans le Gelassa, & en continuant de remonter, j'en ai trouvé des blocs encore plus gros, dont quelques-uns avoient jusqu'à plusieurs toises de largeur. La pierre qui borde le ruisseau, est calcaire.

Le second torrent nommé Gelassa en présente aussi beaucoup & en grosses pièces : on en voit aussi fréquemment dans le chemin qui est au-dessus du village des Gravières du côté de Chaumont, soit dans le pavé, soit dans les masures, de même qu'en parcourant un troisième torrent. Comme dans ces trois torrens qui sont à gauche du chemin de la vallée, savoir sur la droite de la Doire, on trouve toujours des variolites à une élévation de plus de 300 toises, il étoit tout naturel de conclure qu'elles se détachoient de cette chaîne de montagnes, je veux dire du col des Fenêtres, & du col de Fatières, qui donnent la source à ces torrens, comme en effet j'ai eu lieu de le constater.

En examinant la constitution de cette montagne, depuis la Doire jusqu'à plus de 300 toises d'élévation, on reconnoît que la pierre y est calcaire: ensuite on commence à y apercevoir des ardoises qui forment une couche assez élevée, & on rencontre au-dessus des serpentines stéatiteuses, & des schistes micacés (1). C'est à cette hauteur que les

(1) M. le Chev. Napion avoit déjà fait cette remarque intéressante, que la pierre calcaire étoit au-dessus des schistes & des granits. *Voy. Mém. de l'Acad.* vol. 1 pag. 358.

variolites se détachent. Cela ne feroit-il pas croire que la pierre variolite est une transition de la serpentine à une espèce de *gabro* ?

Je ne doute pas qu'on en puisse trouver aussi de l'autre côté de la montagne, savoir dans la vallée au-dessus de Fenestrelles : c'est ce que je tâcherai d'eclaircir, lorsque j'en aurai le loisir.

M. le Chev. de Robilant dit que l'on trouve des variolites dans la haute vallée du Po près du Mont-Viso (1). Or nous savons que cette montagne dont le sommet est calcaire, contient à une moindre élévation beaucoup de serpentine, ce qui confirmeroit mes conjectures.

La pierre des variolites en grandes masses varie beaucoup de couleur : on en trouve de la violette, de la rouge, de la bleuâtre, de couleur d'ardoise, & fort souvent de ces couleurs mélangées.

La dureté en est aussi fort différente ; celles qui approchent de la stéatite sont plus tendres, au lieu que celles qui ont pour matrice une espèce de *gabro* sont plus dures. On en trouve de très-grosses avec les grains variolitiques noirs, liées avec du quartz, dont la plus grande partie font feu avec le briquet.

Dans plusieurs de ces variolites roulées les grains variolitiques sont intacts, tandis que le reste de la pierre paroît en partie decomposé (2). Ce qui prouve que les grains variolitiques sont d'une plus grande dureté que le reste de la pierre.

---

(1) V. Mém. de l'Acad. *vol.* I *p.* 242.

(2) Quelques-unes dans leur décomposition présentent de l'ocre martiale.

Quelques-unes de ces variolites contiennent de l'argent natif, tant en paillettes que ramifié. J'en ai éprouvé au barreau aimanté plus de cent morceaux, soit en blocs, soit en cailloux, & aucune ne l'a attiré. Je ne prétends pourtant pas exclure le fer de leur composition, puisqu'on peut en obtenir du bleu de Prusse, mais j'ai lieu de croire qu'il y est en très-petite quantité, & qu'il n'est point minéralisé.

On prétend que les Romains ont exploité dans cette montagne une mine d'argent qu'on appelle à présent l'*Arnoldière* ou l'*Argentière*: on en voit encore les galeries, qui sont en partie comblées; M. le Chev. Napion n'y a cependant reconnu que des indices de galène de plomb.

Je dois faire observer que les gros blocs que l'on rencontre en remontant ces torrens, ne sont pas entièrement de la pierre variolite, mais des espèces de poudingues d'une très-grande dureté, dans lesquels il y a quantité de pierres variolites, cimentées avec d'autres pierres de la nature, en partie, de la serpentine, du jaspe, de la stéatite dure, & en partie d'autres pierres quartzeuses, toutes d'une forme arrondie comme les cailloux, & liées avec un ciment pierreux, aussi très-dur, qui fait feu avec l'acier en beaucoup d'endroits.

Ce qui, selon mon avis, mérite quelqu'attention, est que dans le ciment pierreux qui lie les différentes pierres, on observe en beaucoup d'endroits des variolites très-bien formées, un peu petites à la vérité, mais très-ressemblantes à celles qui sont dans les pierres roulées où elles sont enclavées.

Je tiens un de ces poudingues variolitiques qui pèse environ 50 rubs, & dans lequel on compte plus de 40 pier-

res variolites à découvert très-bien marquées, & dont le ciment est rempli de taches variolitiques.

Une observation essentielle à faire est qu'en cassant des morceaux de ce ciment pierreux variolitique, l'on ne reconnoît plus dans la cassure les taches variolitiques à la profondeur d'un demi-pouce de la surface tandis que, soit dans les pierres roulées qui sont cimentées dans ces blocs, soit dans celles que l'on trouve isolées, toute la pierre présente d'un bout à l'autre de la cassure les variolites qui font pour ainsi dire la substance de la pierre.

Voilà donc la formation de ces poudingues à trois époques bien éloignées l'une de l'autre.

1° Les petits grains variolitiques plus durs ont dû exister avant le ciment qui a formé la pierre, & c'est par quelqu'événement arrivé à notre globe que ces pierres ont été détachées & arrondies.

2° Les pierres variolites enclavées dans ce bloc sont antérieures au ciment pierreux qui les a liées dans le poudingue.

3° La formation des grains variolitiques dans le ciment du poudingue forme la troisième époque. Ceux-ci sont sans doute les plus récens; on pourroit même soupçonner qu'ils se forment encore actuellement.

Nous sommes, il est vrai, très-peu avancés dans la connoissance de la formation des pierres dures, mais puisque la nature forme sous nos yeux différentes productions calcaires, pourquoi n'agira-t-elle pas de même à l'égard des pierres plus dures? (1) Le tems en fera peut être la seule

(1) V. le mém. du Docteur Bonvoisin sur la pierre hydrophane dans le 1 vol. de l'Acad. p. 475.

différence: celui-ci n'est rien pour elle, & beaucoup pour nous, dont les sens ne sont pas accoutumés à considérer des espaces si grands. Parmi la grande quantité de variolites que j'ai recueillies, il y en a quelques-unes dont la pierre ressemble beaucoup aux basaltes, c'est probablement pour cela que M. Demeste, en parlant des variolites de la Durance, dit que ces pierres sont des galets ou masses rondes d'un basalte grisâtre ou d'un vert brun.

Wallerius a mis cette pierre *lapis variolarum* ou *variolitae* dans la classe des basaltes. Je pouvois bien soupçonner que nos variolites avoient la même origine que les basaltes, d'après la comparaison que j'en ai faite avec la lave de Volcano, l'une des îles de Lipari, dans laquelle on observe des taches variolitiques très-ressemblantes à celles des nôtres. Les taches que cette lave présente sont blanchâtres, circonscrites & point confuses, leur centre est aussi d'une couleur plus foncée & fauve; la seule différence que l'on observe est que les grains variolitiques qui se voient à l'extérieur, au lieu d'être protubérans comme dans les nôtres, sont au contraire fort aplatis & même concaves, ce qui suffit pour faire voir que ces derniers sont l'ouvrage du feu. Mais il y a beaucoup de questions parmi les Naturalistes sur la formation du basalte: les uns le regardent comme un produit volcanique, les autres comme un ouvrage de l'eau, & quelques-uns, entre lesquels M. le Commandeur Dolomieu (1) & le Chev. Napion (2) croient

---

(1) Voyez *journal Physique*. T. XXXVII ann. 1790 part. 2 pag. 193.

(2) V. *Biblioteca oltremontana* ann. 1791 vol. II. p. 253.

très-possible qu'il se forme, soit de l'une, soit de l'autre manière.

J'avois pensé que l'examen des différentes pierres qui composent cette montagne, m'auroit fourni des lumières pour porter là-dessus mon jugement, mais l'ayant parcourue attentivement d'un œil accoutumé aux productions des volcans, je n'y ai pas reconnu le moindre indice de substance volcanique.

Il pourroit paroître que l'analyse comparée de nos pierres avec les véritables basaltes, seroit encore la meilleure méthode pour décider la question, mais quel succés peut-on se promettre d'après les expériences de Bergman & de Faujas de St. Fond, puisque ces Auteurs ont obtenu les mêmes produits des basaltes décisivement volcaniques, & de ceux qui paroissent être formés par voie humide ?

Je me dispenserai de donner l'analyse de notre variolite qui varie beaucoup, selon les différens morceaux que l'on en soumet à l'expérience : parce que M. le Docteur Bonvoisin qui y travaille depuis long-tems, en a fait l'objet d'un mémoire qu'il va nous donner bientôt: il nous fera aussi part de ses vues sur la formation de cette pierre, & des expériences très-intéressantes qu'il a faites, & qu'il a eu la complaisance de me communiquer.

Je me contenterai de dire qu'elle est un composé de quartz, de mica, de stéatite renfermé dans un fond de serpentine: & qu'il y en a quelques unes qui contiennent du fer & de l'argent.

SUR LES PRINCIPES CONSTITUANS

DE LA MINE D'ARGENT GRISE.

PAR M. LE CHEVALIER NAPION.

La mine d'argent grise (1) a été si différemment décrite par les Minéralogistes qu'elle m'a paru assez intéressante pour fixer les idées qu'on doit en avoir, & pour éviter la confusion & les méprises dans lesquelles on peut tomber, faute de la bien connoître. Lu le 24 novemb. 1791.

Selon M. Cronstedt, il paroît que la mine d'argent blanche qu'il décrit au §. 171 est la vraie mine d'argent grise, communément appelée *Fahlerz* par les Minéralogues allemands, & au contraire il semble que la mine d'argent grise qu'il décrit après, ne peut jamais être cette espèce de mine, puisque il assure qu'en la raclant, elle donne une poussière rouge, couleur que ne donne jamais la vraie mine d'argent grise.

M. Wallerius décrit la mine d'argent grise avec un peu plus de précision, en admettant que l'antimoine forme

(1) J'appelle *Mine d'argent grise* le *Fahlerz* des Allemands, parce que c'est sous cette dénomination que celui-ci est généralement reconnu en France & parmi nous. Du reste je crois qu'on pourroit mieux l'appeler *Mine de cuivre antimoniale*; car l'argent y manque quelquefois, & par conséquent il est accidentel. M. Werner a été le premier à classifier les *Fahlerz* parmi les seules mines de cuivre.

quelquefois une de ses parties constituantes, mais cependant il la confond aussi avec la mine d'argent blanche.

Il paroît même que M. Bergman & son commentateur M. Mongez n'ont pas bien connu la vraie mine d'argent grise, puisque le premier s'en rapporte à ce que dit Cronstedt, & que le second considère le Fahlerz comme une variété de la mine d'argent blanche: d'ailleurs M. Bergman décrit la mine d'argent grise parmi la classe des mines d'argent, & en même tems parmi celles de cuivre, répétition absolument inutile, & même défectueuse par la confusion qu'elle jette dans un système.

M. Kirwan dans sa minéralogie a suivi aveuglement ce qui a été dit par Cronstedt & Bergman, en classifiant aussi cette mine parmi celles d'argent, & parmi celles de cuivre, & MM. Brunnich & Gherard dans leurs systèmes de minéralogie, dernièrement imprimés en allemand, ont fait la même chose.

Les différentes dénominations que les Mineurs donnèrent à cette mine furent, selon moi, surement la première cause de cette confusion; en quelque endroit de la Hongrie & de la Bohême, comme aussi au Hartz, on l'appelle *Veissgültigerz*, *Veissgülden*, ou simplement *Veisserz*, dénominations, qui dans le fond sont toutes des synonymes allemands de mine d'argent blanche, & qui cependant sont appliquées par les Saxons à des mines bien différentes.

Si cette confusion a duré jusqu'à nos jours, c'est que les Minéralogistes jusqu'à présent n'avoient pas fait assez d'attention aux caractères extérieurs des minéraux qu'ils decrivoient, & même ils ne les avoient pas suffisamment ana-

lysés, seuls moyens dont la réunion peut donner une idée exacte de chaque fossile.

Persuadé par l'expérience de cette vérité, je tâcherai de donner ici les caractères extérieurs de la mine d'argent grise, selon la méthode pratiquée par M. Werner, & d'y réunir l'analyse chimique que j'en ai faite, croyant ces deux objets absolument nécessaires pour rendre dorénavant uniforme l'idée que l'on doit avoir de cette mine.

La mine d'argent grise est ordinairement d'une couleur grise d'acier; quelques variétés s'approchent déjà du gris de plomb, & d'autres du noir de fer; quelquefois elle prend à sa surface une couleur d'acier trempé.

Elle se trouve massive, disséminée, & souvent cristallisée en pyramides trièdres simples, qui ont pour l'ordinaire les bords coupés en biseau, & tous les angles pointus à 3 faces, qui sont mises sur les faces de la pyramide: ces faces du pointement pouvant être plus ou moins grandes, donnent lieu à différentes modifications de cette cristallisation, de sorte que quelquefois les faces de la figure fondamentale du cristal se perdent totalement.

La surface des cristaux est toujours très-brillante, mais dans l'intérieur elle l'est moins.

Sa fracture est dense & rabouteuse en petit, de sorte cependant que dans quelque variété elle s'approche de la fracture conchoïde imparfaite.

Les fragmens sont irréguliers, mais non pas bien aigus.

Elle est demi-dure.

Raclée, elle donne une poussière noirâtre.

Elle est aigre.

Facile à casser, & pesante.

Il est bon d'observer qu'à mesure que la couleur de la mine est plus claire, elle est moins luisante dans l'intérieur.

Un caractère empirique qui sert aussi à la reconnoître, c'est qu'elle se trouve presque toujours avec la pyrite cuivreuse, ou couverte d'efflorescences verdâtres & bleuâtres.

La mine d'argent grise dont je vais donner l'analyse, venoit de la vallée de Lanzo, & le filon d'où elle fut tirée, se trouve près de ceux de cobalt qu'on exploite à présent avec succés; comme je n'ai pas eu le loisir de visiter cet endroit, je ne pourrai rien dire de satisfaisant sur la position locale, & sur les circonstances du filon & du minéral.

Les échantillons qu'on m'a remis, étoient massifs & couverts d'une croûte ocreuse, dans laquelle on voyoit par-ci par-là des efflorescences cuivreuses bleues & vertes; leur couleur intérieure étoit d'un gris de plomb qui s'approchoit du noir de fer, & les autres caractères extérieurs s'accordoient avec ceux que j'ai décrits.

Un petit morceau de cette mine, exposé à la flamme du chalumeau, ne tarda pas à se fondre en répandant une fumée sulfureuse & arsenicale; cependant il présenta en peu de tems un globule de cuivre ductile.

Après ça j'en ai pesé deux quintaux bien pulverisés, & je les ai mis à calciner séparément, de sorte que l'un y resta quelque-tems de plus que l'autre. Ayant revivifié chacun d'eux dans deux creusets avec du flux noir, selon la méthode ordinaire, le quintal plus calciné m'a donné un régule de cuivre qui se laissoit aplatir sous le marteau, en

se gerçant pourtant vers la circonférence, & qui a pesé 22 pour $\frac{0}{0}$. L'autre qui étoit moins calciné, a présenté un régule très-cassant d'une couleur blanche, qui a pesé 43 livres. J'ai dissous ce dernier régule dans l'acide nitreux; la dissolution étoit d'une couleur bleue foncée; & il resta au fond du matras un résidu blanc qui s'est totalement dissous dans l'acide marin : en versant dans cette dissolution du foie de soufre volatil, elle a donné d'abord un précipité rougeâtre abondant, preuve incontestable que c'étoit de l'antimoine qu'elle contenoit.

Enfin par l'essai à la coupelle, un quintal de cette mine m'a donné 8 onces d'argent, qui soumises au départ ne contenoient point d'or.

Voilà les essais que j'ai faits par la voie sèche. Pour examiner plus de près les principes constituans de cette mine, je fis les expériences suivantes.

1. *expérience*

Après avoir réduit en poudre très-fine une quantité de notre mine, j'en ai mis 20 deniers pesant dans un matras, & j'y ai versé dessus de l'eau-forte ordinaire, bien purifiée à plusieurs reprises, jusqu'à ce qu'elle ne dissoût plus rien du mélange : cette dissolution qui se fit à une chaleur légère, ne manifesta presque point d'effervescence; à sa surface il nageoit une écume jaune tenace qui étoit du soufre, & le résidu qui resta au fond du matras, & qui étoit très-considérable, avoit une couleur rougeâtre.

Toutes les dissolutions nitreuses furent réunies ensemble & mises à côté ; & le résidu bien lavé & séché pesa 12 deniers & 6 grains.

Pour reconnoître la nature de ce résidu rougeâtre, j'en ai préparé une certaine quantité de la même façon, & l'ayant examinée avec les réagens & au creuset, j'ai trouvé que c'étoit une espèce de soufre doré d'antimoine.

Il est donc très-remarquable, que l'union du soufre avec l'antimoine soit dans cette mine en circonstances différentes de ce qu'on rencontre dans les autres mines antimoniales, c'est-à-dire que le soufre soit si adhérent à l'antimoine qu'il puisse le défendre de l'action de l'acide nitreux, qui sans cela le calcineroit parfaitement en le séparant du soufre, comme il arrive en général à toutes les mines d'antimoine.

2. *expérience*

Ayant exposé à la calcination sous un moufle & dans une capsule de porcelaine le résidu de l'expérience précédente, il s'exhala beaucoup de soufre qui puoit aussi l'arsenic. Quand la fumée antimoniale commenca à paroître, je retirai la capsule, & le résidu ainsi calciné ne pesa plus que 8 deniers & 12 grains, & il étoit d'une couleur grisâtre.

Quoique cette espèce de chaux antimoniale puisse encore contenir quelque très-petite portion de soufre, on pourroit cependant sans aucune erreur sensible la considérer comme une simple chaux d'antimoine, & dans ce cas la

quantité de métal qui lui seroit correspondante, seroit de 8 deniers & 8 grains, puisqu'on sait par les expériences de Mr. de Morveau, que 100 parties de régule d'antimoine en donnent 104 après la calcination.

Après avoir pétri avec du savon de Venise cette chaux antimoniale, je l'ai mêlée avec du flux noir, & réduite dans un creuset garni de brasque. J'obtins ainsi un régule d'antimoine qui pesa 7 deniers & 9 grains, mais comme dans la réduction des métaux par la voie sèche on perd presque toujours une partie considérable du métal revivifié, surtout quand ils sont volatiles, je crois que la quantité déduite de la proportion qui court entre la chaux & le régule métallique, seroit peut-être plus approchante du vrai contenu en antimoine.

3. *expérience*

Pour éviter la longueur des opérations, toute la dissolution nitreuse (1. *exp.*) fut partagée en 4 parties égales: sur une de ces parties je versai quelques gouttes d'huile de vitriol, & je l'exposai ainsi au feu jusqu'à ce que tout l'acide nitreux fût évaporé; sur le résidu je versai de l'eau distillée en abondance, & ensuite peu à peu autant d'acide vitriolique qu'il m'en fallut pour redissoudre tout le cuivre; dans cette opération il ne resta aucun dépôt au fond du matras, ce qui fait voir que la dissolution nitreuse, & par conséquent la mine, ne contenoit pas du plomb.

Ayant ainsi changé la dissolution nitreuse en vitriolique, j'en ai précipité tout le cuivre avec des lames de fer doux,

que j'avois préalablement pesées exactement, & j'obtins un denier & 12 grains de cuivre, ce qui donne un total de 6 deniers dans les 20 deniers de mine; mais comme ces 6 deniers contiennent aussi 4 grains & 3 granots & demi d'argent, ainsi qu'on peut le déduire de l'essai à la coupelle, il resteroit pour le total en cuivre 5 deniers, 20 grains, & 19 granots & demi.

4. *expérience*

Sur la liqueur restante qui contenoit encore le fer de la mine, & celui des lames introduites dans l'expérience précédente, j'ai versé à parfaite saturation de l'alcali minéral caustique, & en ôtant du poids de toute la chaux précipitée le poids de la chaux qui étoit correspondante au fer dissous des lames, j'ai eu le poids de la chaux de fer appartenante à la mine; en calculant ainsi d'après les expériences de Bergman sur les précipités métalliques, j'ai trouvé que cette quantité de chaux étoit correspondante à 12 grains, & 2 granots & demi de fer en état métallique, ce qui donne un total de 2 deniers & 10 grains dans les 20 deniers de mine soumis à l'analyse.

5. *expérience*

Pour examiner si la mine recéloit quelque terre soluble dans les acides, j'ai versé sur une des 4 parties de la dissolution nitreuse mentionnée (1. *exp.*) autant de prussite de potasse qu'il en fallut pour précipiter tout ce qu'elle conte-

noit de métallique: ensuite j'ai achevé de neutraliser la liqueur filtrée avec l'alcali minéral, & j'ai séparé ainsi une terre légère du poids d'un grain & 8 granots, qui traitée avec l'acide vitriolique se comporta comme la terre de l'alun, ce qui donne dans les 20 deniers de mine, 5 grains & 8 granots de terre alumineuse.

6. *expérience*

Il me restoit encore à déterminer la quantité d'arsenic que notre mine contenoit; & qui dans la 1.re expérience étoit resté avec le résidu, & ensuite s'étoit dissipé dans la 2.de avec le soufre.

Pour obtenir mon but, j'ai dissous 5 deniers de mine dans de l'eau régale faite avec trois parties d'eau-forte sur une d'acide marin; cette dissolution contenoit le cuivre, le fer, l'arsenic, & seulement une partie de l'antimoine, parce que une grande partie étoit réstée dans le résidu en état de soufre doré, comme dans la première expérience.

Pour séparer entièrement l'antimoine de cette dissolution j'y ai ajouté de l'acide nitreux pur & concentré, en faisant ensuite évaporer la liqueur mélangée jusqu'à un certain point, & séparant par le filtre la chaux d'antimoine oxigénée qui s'étoit formée: après avoir répété deux fois cette opération, la dissolution ne donna plus aucune trace d'antimoine, & ne contenoit que le cuivre, le fer & l'arsenic de la mine dissoute, ce dernier surement en état d'acide arsenical. Ayant changé cette dissolution nitreuse en vitriolique comme dans la 3.me expérience, j'en ai précipité le

cuivre & l'arsenic par le fer : ce précipité bien lavé & séché pesa 1 denier & 16 grains, & ce poids multiplié par 4 donne un produit de 6 deniers & 16 grains pour le cuivre & l'arsenic contenus dans 20 deniers de notre mine. En ôtant donc de ce poids le poids de cuivre pur obtenu dans l'expérience 3.^{me}, on aura un reste de 19 grains, & 4 granots & demi pour l'arsenic contenu dans les 20 deniers de mine, qui s'est volatilisé avec le soufre dans la 2.^{de} expérience, de qui par conséquent il faut le déduire. Que cet excès de poids fût de l'arsenic, je n'en pus pas douter, puisque le precipité cuivreux ainsi obtenu, exposé au feu dans un creuset, laissa échapper des vapeurs arsenicales.

Les produits de cette analyse furent ainsi sur 20 deniers.

Cuivre . . .	5 .	20 .	19½	*exp.* 3.
Argent . . .	0 .	3 .	4½	
Fer	2 .	10 .	0	*exp.* 4.
Antimoine . .	7 .	9 .	0	*exp.* 2.
Arsenic . . .	0 .	19 .	4½	*exp.* 6.
Soufre . . .	2 .	12 .	19½	*exp.* 2 & 6.
Terre alumineuse	0 .	5 .	8	*exp.* 5.
Total	19 .	8 .	8	

Si quelqu'un est surpris de la petite différence qui passe entre le poids des produits de l'analyse & celui de la quantité de mine soumise à l'examen, je lui ferai observer que malgré tous les efforts des Chimistes, nous sommes encore bien loin d'avoir atteint à une précision géométrique dans nos opérations, où la plus petite variation de circonstances, quelquefois inévitable, apporte dans les

résultats des différences sensibles, de sorte que je ne puis pas m'empêcher de dire que je regarde toujours avec méfiance les analyses de cette nature, dont les résultats sont tout-à-fait exacts.

Pour fixer entièrement les idées sur la mine d'argent grise, je fis quelques expériences sur une mine semblable qu'on trouve à Golnitz dans la haute Hongrie; les principes constituans de cette mine sont absolument les mêmes, mais ils diffèrent dans la proportion entr'eux, car elle contient une plus grande quantité d'arsenic & de fer, & beaucoup moins d'argent.

Le soufre y est aussi combiné d'une manière différente que dans la mine d'argent grise de Lanzo, car l'ayant traité avec l'acide nitreux & avec l'eau régale, comme dans les expériences 1.re & 6.me, jamais le résidu n'a contenu un atome de soufre doré, circonstances qui firent changer le procédé de mon analyse, dont je rendrai peut-être compte dans une autre séance.

En attendant, mes expériences font voir que le Fahlerz, ou mine d'argent grise, diffère essentiellement du Veissgültigerz, ou mine d'argent blanche des Saxons, puisque la première contient une grande quantité de cuivre, tandis que la dernière, selon l'analyse du célèbre Klaproth, n'en contient pas un atome; qu'au contraire le Veissgültigerz contient toujours de plomb, tandis que le Fahlerz n'en contient qu'accidentellement (1).

(1) Ce n'est qu'après avoir écrit ce mémoire que m'est parvenu le 4.e cahier du journal allemand de M Crell, où Mr. Klaproth de Berlin rapporte les produits de l'analyse des trois différentes sortes de *Fahlerz* de Kremnitz

Pour ce qui est de l'autre mine d'argent blanche, nommée Veisserz par les Saxons, & confondue par quelques Auteurs avec la vraie mine d'argent grise & le Veissgültigerz surmentionné, elle n'est autre chose qu'une pyrite arsenicale à petits grains, dans laquelle il se trouve accidentellement de l'argent, raison pour laquelle les Minéralogistes éclairés la rangent à présent dans la classe des mines d'arsenic: cette mine se trouve abondamment à *Braunsrdorf* en Saxe.

Comme les mines d'argent grises qu'on rencontre en Piémont & en Savoie, se trouvent rarement dans des circonstances favorables pour être traitées par la fusion, surtout à cause de la disette du plomb nécessaire qu'il faudroit se procurer à grands frais, étant indispensable pour retirer l'argent des cuivres noirs, ainsi les nouveaux procédés d'amalgamation mis en usage en Hongrie & en Allemagne,

---

de Nanslo en Cornwal & d'Andreasberg, sans donner cependant le detail de ses expériences. M. Klaproth a aussi trouvé comme moi beaucoup de cuivre & d'antimoine dans ces Fahlerz. Dans les deux derniers il a aussi trouvé du plomb, mais je ne sais pas comment l'arsenic lui ait échappé, car tous les Fahlerz que j'ai examinés jusqu'à présent, & même celui de Kremnitz, m'ont donné de l'arsenic par la sublimation: il est vrai qu'il y est en très-petite quantité, & c'est précisément par cette raison & par sa dissolubilité quand il est oxigéné, qu'il est très-aisé de le perdre.

A l'égard des Fahlerz qui contiennent du plomb, comme les deux d'Andreasberg & de Nanslo, on devroit à mon avis les considérer comme des variétés de cette mine: nous possedons aussi cette variété dans le Duché d'Aoste sur le territoire de la Thuille à l'endroit appelé *Planmottet*; cette mine a donné à l'essai un régule dont l'inférieure partie étoit de plomb qui se laissoit aplatir sous le marteau; la partie supérieure étoit un composé de cuivre & antimoine, & elle étoit très-cassante.

dont j'ai envoyé le détail au Bureau général des Finances, seroient dans nos circonstances en état de procurer des avantages considérables, si l'on trouvoit cette mine en assez grande quantité pour former un établissement.

Il faudroit seulement avoir attention en la calcinant avec le sel marin de conduire cette opération très-lentement, sans quoi l'on perdroit une bonne partie de l'argent; car ayant mis à calciner en circonstances égales & à une chaleur un peu forte deux quintaux de cette mine, dont l'un étoit mêlé avec $\frac{1}{10}$ de sel, celui-ci ne donna à l'essai que 5 onces & $\frac{1}{2}$ d'argent par quintal, tandis que l'autre en donna 8.

PARALLÈLE

DE LA LUMIÈRE SOLAIRE AVEC CELLE DU FEU COMMUN.

PAR M. L'ABBÉ ANTOINE-MARIE VASSALLI.

Lu le 17 novembre 1791

Il y a encore bien à désirer dans le parallèle qu'on a fait de la lumière solaire avec celle du feu commun. Celui que M. Senebier nous en a donné dans ses mémoires physico-chimiques, est sans contredit le plus complet, mais il ne regarde que quelques propriétés générales, qui sont communes aux deux espèces de lumière. Telles sont la réfraction, la réflexion, les couleurs primitives, la propriété de se condenser au moyen du miroir ardent, & celle de dégager l'air pur des feuilles vertes. M. l'Abbé Tessier a fait part au public d'un mémoire qui a pour titre: *Expériences propres à développer les effets de la lumière sur certaines plantes* (1). L'Auteur l'a divisé en deux articles, dans le premier il traite du penchant qu'ont vers la lumière les plantes qui ne jouissent point de l'air libre, & il y conclut que *ce penchant est en raison composée de leur jeunesse, de la distance où elles sont de la lumière, de la manière dont leurs germes ont été posés, de la couleur des corps devant lesquels elles croissent* (c'est-à-dire que le noir occasione la plus grande inclinaison, & le blanc la plus pe-

(1) V. Mém. de l'Acad. des Sciences de Paris pour l'année 1783. p. 133.

tire), *& du plus ou du moins de facilité que leurs tiges trouvent à sortir soit de terre, soit des autres matières sur lesquelles on a semé les graines.* Dans le second article en parlant de l'étiolement, il dit que comme les jeunes plantes penchent également vers la lumière directe ou réfléchie, de même elles conservent leur couleur verte à la faveur de l'une & de l'autre lumière, & que celle de la lune influe aussi sur cette couleur.

Je ne tombe point entièrement d'accord avec M. l'Abbé Tessier sur les faits, & moins encore sur les conséquences qu'il en tire; mais mon but n'étant pour à présent que d'indiquer les recherches qu'on a déjà faites touchant les deux espèces de lumières, il me suffit de rapporter que ce Physicien a observé que celle du feu commun colore les plantes.

Il restoit à voir si les deux lumières présentent en tout genre les mêmes phénomènes, & si elles produisent les mêmes changemens dans les corps qui sont soumis à leur action. Persuadé que cette recherche seroit très-utile pour l'avancement d'une partie de la Physique, je me suis occupé des effets de la lumière du feu commun sur la végétation, les teintures, les cristallisations & la lune cornée, en les comparant tous les jours avec ceux de la lumière du soleil.

§. I.

Des deux lumières à l'égard de la végétation.

Le colza, le millet, le bled, le turnips & le trefle sont les espèces de plantes qui ont formé l'objet de mes

expériences. L'obscurité accélerant, comme je l'ai dit ailleurs, la germination, pour les faire naître presqu'en même tems, après en avoir mis les graines dans une suffisante quantité d'eau, je les y ai laissées jusqu'à tant qu'elles eussent commencé à germer, ce qui est arrivé au bout de deux jours. Alors j'ai posé une égale quantité de ces graines sur trois plans de coton mouillé, qui flottoient sur l'eau contenue dans trois pots d'Angleterre d'égale mesure. J'ai placé un de ces pots dans une caisse parfaitement obscure, j'ai mis le second dans une caisse semblable, mais où je tènois jour & nuit de la lumière, & le troisième hors d'une fenêtre exposée au soleil, depuis son lever jusqu'à trois heures après midi. Ayant choisi trois thermomètres dont les changemens sont dans le même ambiant toujours uniformes, j'en ai placé un à côté de chaque pot. Je les visitois tous les jours soir & matin, ayant attention que les deux pots qui étoient dans les caisses, reçussent au matin pendant un tems égal la lumière du jour.

Le thermomètre de la caisse éclairée s'est trouvé constamment plus élevé que celui de la caisse obscure, depuis un degré & demi jusqu'à deux. Celui qui étoit placé hors de la fenêtre montoit pendant le jour plus de 15 degrés au-dessus des deux autres, & il descendoit pendant la nuit depuis quatre jusqu'à cinq degrés au-dessous. Les graines sémées dans le pot de la caisse obscure ont été les premières à germer. La germination a paru ensuite dans la caisse éclairée, & le jour après dans le vase placé hors de la fenêtre. Pendant deux jours les plantes qui étoient

dans l'obscurité, se sont élevées plus que celles qui se trouvoient dans la caisse éclairée, & celles-ci plus que les autres qui étoient hors de la fenêtre. Après ce terme celles qui étoient exposées à la lumière de l'huile, ont commencé à s'élever plus que celles qui se trouvoient dans l'obscurité. Pendant le tems de la première germination la couleur étoit blanche dans toutes, mais elle n'est demeurée telle que dans les plantes qui étoient privées de la lumière, les autres ont bientôt pris une nuance de vert avec cette différence néanmoins que dans quelques-unes du pot placé hors de la fenêtre les premières feuilles ont pris un rouge tirant sur le noir, & celles qui étoient exposées à la flamme de l'huile n'ont pris qu'une nuance de cette couleur.

En continuant mes observations je me suis assuré que les plantes qui jouissoient de la lumière de la flamme avoient cru plus que les autres, & que celles qui étoient placées hors de la fenêtre étoient d'une couleur plus chargée, mais toujours plus petites. Onze jours après les plantes étiolées de la caisse obscure ont commencé à tomber, & à se putréfier, pendant que celles de la caisse éclairée par la flamme continuoient de croître. Ayant tenu pendant 25 jours de la lumière dans cette caisse, & ensuite comparé le bled que j'y avois élevé avec celui des champs, je n'ai trouvé généralement d'autre différence, si non que la couleur de quelques plantes étoient plus foncée, & celle de quelques autres plus claire. Le millet & les autres plantes ont aussi paru avec leur couleur naturelle dans la caisse éclairée. Il n'en falloit pas davantage pour prouver que l'effet de la lumière de la flamme étoit le même que celui de la lumière

du jour quant aux couleurs des plantes. Je craignois néanmoins encore qu'on n'attribuât ces couleurs à la différente qualité de l'air ambiant, aux exhalaisons de la flamme, ou même à la plus grande chaleur plutôt qu'à la lumière: en conséquence quoique d'autres expériences faites dans un autre dessein m'eussent déjà persuadé du contraire, j'ai cru devoir écarter tout sujet de doute en refaisant l'expérience. Après avoir disposé de ces graines sur des plans semblables de coton qui surnageoient dans des pots remplis d'eau, j'ai mis un de ces pots hors de la fenêtre, un dans une chambre éclairée par la lumière de la fenêtre, mais où les rayons du soleil n'entrent jamais directement, un dans la caisse éclairée par la lumière de la flamme, & le quatrième dans une caisse obscure, mais contenant une petite lanterne sourde où j'avois caché de la lumière. Le succès de l'expérience a été que quoique la chaleur fût la même dans les deux caisses, les plantes de la caisse obscure se sont étiolées, & celles de la caisse éclairée se sont trouvées un peu plus colorées que celles de la chambre; celles de la fenêtre l'étoient plus que toutes. Il est donc évident que la lumière de la flamme produit dans les couleurs des végétaux les mêmes changemens que la lumière solaire.

§. I I.

Des deux lumières à l'égard des teintures.

Pour examiner les effets des deux lumières relativement aux teintures, j'ai pris environ une livre de teinture jaune, tirée de l'infusion de graines de trefle que j'ai fait

bouillir dans l'eau. J'ai divisé en trois bandes une feuille de papier bleu, & un morceau d'étoffe de laine de couleur rouge. J'ai pris trois gobelets de cristal, & j'ai mis dans chacun d'eux trois onces de teinture jaune; j'ai placé un de ces gobelets hors de la fenêtre, un dans la caisse obscure, & le troisième dans la caisse éclairée par la lumière de la flamme. J'ai arrangé semblablement les bandes du papier & de l'étoffe, & j'ai commencé l'observation. Je m'étois proposé de la faire tous les jours, mais voyant que les changemens étoient trop petits pour pouvoir les distinguer, j'ai jugé à propos de ne la faire que de deux en deux jours. La teinture jaune du gobelet qui étoit hors de la fenêtre, a été la première à s'affoiblir, & celle du gobelet qui se trouvoit dans la caisse éclairée a été la seconde à éprouver le même effet. La couleur de celle qui contenoit le gobelet placé dans la caisse obscure est demeurée la même. Le papier bleu a bien aussi souffert beaucoup plus hors de la fenêtre, mais il s'est pourtant décoloré dans la caisse éclairée; il n'y a eu que la bande de la caisse obscure qui ait conservé la couleur; il en a été de même des bandes de l'étoffe. J'ai eu quelque soupçon que la grande différence du changement de couleur entre les bandes placées hors de la fenêtre & celles de la caisse éclairée, pouvoit venir en partie de l'humidité de la nuit, réduite en vapeurs par les rayons solaires, ce qui m'a déterminé à répéter l'expérience en arrosant journellement d'eau les bandes que je tenois dans les caisses, & en effet dans celle qui étoit éclairée les couleurs se sont affoiblies plutôt qu'auparavant. J'ai donc cru pouvoir conclure que les deux lumières

agissent également sur les teintures. L'observation commune confirme l'expérience. On sait que les couleurs délicates souffrent considérablement aux bals, & autres assemblées où il y a de grandes illuminations.

§. III.
Des deux lumières relativement à la cristallisation.

J'ai observé une infinité de fois que la cristallisation penche vers la lumière, c'est-à-dire se fait plus abondamment vers elle. M. Chaptal assure que la végétation des sels ne s'opère que dans les parois des vases qui sont éclairées, & que la *végétation* est plus grande dans les points où la lumière a plus de force ; qu'au contraire elle est moindre ou nulle où la lumière est foible, & où les parois sont dans l'obscurité. J'ai voulu voir s'il en arriveroit de même à l'égard de la lumière de la flamme. Dans cette idée je me suis procuré deux livres de solutions salines bien chargées l'une de nitre, l'autre de sel commun. Ensuite ayant pris quatre gobelets, j'en ai mis trois onces dans chacun d'eux, & après en avoir placé un hors de la fenêtre à la distance d'une demi-aune de la muraille, l'autre dans une chambre éclairée par la lumière du jour, le troisième dans une caisse obscure, & le quatrième dans une caisse éclairée par la lumière de la flamme, j'observois journellement la marche de la cristallisation, & j'ai vu que dans le gobelet placé hors de la fenêtre, elle se faisoit tout à l'entour des parois; que dans le gobelet qui

se trouvoit dans la chambre, elle se faisoit en plus grande abondance du côté de la lumière; la même chose arrivoit, quoique moins distinctement, dans celui qui se trouvoit dans la caisse éclairée par la flamme, & que celle du gobelet qui étoit placé dans l'obscurité, répondoit à celle du gobelet qui étoit placé hors de la fenêtre.

Comme la cristallisation dans la caisse éclairée par la flamme, a bien été plus abondante vers la lumière, mais non pas assez distinctement, j'ai cru que la pellucidité du verre pouvoit y avoir quelque part, j'ai donc couvert tous les gobelets de papier bleu, (ce qui m'a donné par occasion une nouvelle preuve de l'influence de la lumière sur les teintures) j'ai fait dans le papier différentes ouvertures pour donner l'accès à la lumière, & j'ai remarqué que la cristallisation plus abondante répondoit aux ouvertures.

Ayant fait voir ces expériences à M. Fabry, Correspondant de l'Académie, il m'a excité un doute, c'est-à-dire que la plus abondante cristallisation pouvoit provenir de la plus grande chaleur vers la partie éclairée plutôt que de la seule lumière, & cela parce que dans la seconde expérience, le niveau de la solution nitreuse n'étant qu'à la moitié du gobelet, la cristallisation est pourtant parvenue à en surmonter le bord. Pour éclaircir ce doute, j'ai nouvellement employé la lanterne sourde, mais dans l'obscurité la cristallisation a toujours été à-peu-près égale tout à l'entour. Ce qui m'a convaincu que ce n'est pas à la plus grande chaleur que doit se rapporter la plus grande cristallisation qu'on a observée vers la lumière. De ces expériences il est donc aisé de comprendre que les effets de la lumière du so-

leil, & de celle de la flamme sont semblables à l'égard de la cristallisation.

§. IV.

De l'action des deux lumières sur la lune cornée.

On sait que la lune cornée est au nombre des corps les plus sensibles à la lumière du soleil. Pour voir si elle le seroit également à la lumière de la flamme, je m'en étois procuré une dose suffisante, que je conservois dans un gobelet rempli d'eau pour la garantir en attendant de l'action de la lumière. J'ai porté ce gobelet dans une chambre presqu'entièrement obscure, & après avoir versé l'eau dans un autre vase de verre, j'en ai pris avec un petit morceau de canne quatre portions, que j'ai mises sur quatre petits morceaux carrés de papier sans colle. J'ai placé un de ces carrés dans une caisse obscure, le second dans une caisse semblable avec la lumière ordinaire de l'huile, le troisième dans une chambre qui recevoit la lumière du jour, mais qui étoit inaccessible aux rayons solaires, & le quatrième hors de la fenêtre exposée au soleil. Cette dernière portion dans peu de secondes a passé successivement à la couleur grise, bleuâtre, de caffé clair & enfin de caffé un peu plus obscur qu'elle a conservé dans la suite; la portion qui étoit dans la chambre bien claire, mais à l'abri du soleil, n'a pris en trois heures qu'un gris cendré. Celle qui se trouvoit dans la caisse obscure est toujours demeurée très-blanche, & celle que j'avois exposée à la lumière de la flamme, n'a subi aucun changement

sensible pendant trois heures; elle n'a fait que devenir un peu grise en six heures, & un tant soit peu plus obscure en trente-six heures. Je ferai cependant remarquer que le fond de la caisse étoit couvert de papier bleu obscur; que les parois étoient noirâtres, & la flamme fort petite. Voyant que la lune cornée exposée à la lumière de la flamme avoit subi un si petit changement, j'en ai mis autant de portions égales sur quatre autres morceaux de papier, & les ayant placés dans les mêmes endroits, je n'ai fait qu'augmenter la flamme du double (je brûlois deux livres d'huile ordinaire dans 24 heures), & que couvrir intérieurement de papier blanc la caisse exposée à la lumière de l'huile. La lune cornée a pris au soleil successivement les mêmes couleurs. Tenue dans une parfaite obscurité elle est toujours restée entièrement blanche. Dans la chambre éclairée par la fenêtre, mais inaccessible au soleil, elle est devenue le premier jour grise, le second jour & les suivans elle s'est revêtue d'une couleur plus foncée : enfin elle a pris une couleur de caffé clair qu'elle a conservée tant qu'elle n'a pas été exposée au soleil, dont les rayons lui ont donné la même couleur que dans l'expérience précédente. La portion exposée à la lumière de la flamme est devenue en trois heures sensiblement grise, ensuite elle a paru d'un bleu gris qu'elle a conservé.

J'ai répété l'expérience en ôtant le papier blanc, dont la caisse étoit intérieurement recouverte, & je n'ai observé de changemens de couleur que quatre heures & un quart après que la lune cornée a été exposée à la même lumière que dans l'expérience ci-devant rapportée.

Voyant que la différente intensité de la lumière, soit directe, soit réfléchie, avoit produit une différence si sensible dans le changement de couleur, j'ai voulu éprouver la lumière de la flamme condensée au moyen d'une loupe. Pour cet objet j'ai placé à peu de distance d'une lampe allumée une loupe d'un pouce de diamètre & de trois de foyer, en sorte que le foyer tombât sur le centre de la lune cornée. Deux heures après j'ai examiné l'effet qui s'en étoit suivi, & j'ai trouvé que la partie qui répondoit au foyer de la loupe, avoit déjà pris une couleur noirâtre. Je suis persuadé qu'avec une plus grande flamme & une plus forte lentille on égaleroit les effets des rayons solaires.

En faisant ces expériences j'ai pris les plus grandes précautions, j'avois soin que la chambre fût parfaitement obscure, & lorsque je voulois m'assurer des changemens survenus aux portions de lune, je n'employois que la plus foible lumière, soit naturelle, soit artificielle, & ce n'étoit que pour quelques momens, tâchant que les portions de lune lui fussent également exposées, & qu'il y eût parité dans les autres circonstances. Il est donc clair que la lumière de combustion donne à la lune cornée la même couleur que la lumière du soleil, il y a seulement cette différence que la première exige plus de tems, & qu'elle ne produit pas une couleur aussi foncée que la dernière, mais beaucoup plus foncée que celle que donne la lumière du soleil bien foible; puisqu'une portion de lune cornée que j'avois tenue sur la cheminée d'une chambre sub-obscure n'a presque jamais rien perdu de sa blancheur, & que j'étois obligé de la comparer avec celle que j'avois tenue dans une par-

faite obscurité pour connoître le petit changement qu'elle avoit souffert. Mais comme, suivant l'avis de MM. Macquer, Fourcroy, & de quelques autres, cette préparation reprend son premier état au moyen d'une chaleur douce, j'ai voulu voir si le changement de couleur ne pourroit pas s'attribuer à la chaleur de la flamme. Cette chaleur n'étoit à l'endroit où j'avois tenu la lune cornée que de trois degrés & demi au-dessus de l'air ambiant. J'en ai donc exposé une portion enveloppée dans un morceau de papier à une chaleur de sept degrés au-dessus de celle de l'air ambiant. Voyant que cette chaleur n'avoit produit aucun changement pendant quelques heures, je l'ai exposée à la même chaleur dans un papier ouvert, mais tenu dans l'obscurité, & après avoir augmenté la chaleur je n'ai jamais observé le moindre changement. Enfin j'ai pris un fer de l'épaisseur de quatre lignes, de la largeur de quatre pouces & de la longueur de six, je l'ai fait chauffer à un point qu'il brûloit le papier. Ensuite l'ayant laissé refroidir jusqu'à ce qu'il ne l'allumât plus, j'ai enveloppé une portion de lune cornée dans du papier, & j'y ai appliqué le fer chaud. J'ai mis sur le fer une autre portion de lune cornée, enveloppée dans un papier ouvert. J'ai pris une troisième portion sur un papier que j'ai mis sur le fer en le couvrant d'une boîte noircie intérieurement de manière qu'il fût accessible à l'air & inaccessible à la lumière. La portion de lune qui étoit exposée à la lumière dans la chambre bien éclairée, a d'abord changé de couleur, devenant plus obscure que l'autre portion que je tenois dans la même chambre, mais loin du fer chaud. La

portion qui étoit couverte d'une boîte, où l'air avoit libre passage, & où la lumière ne pouvoit pénétrer, & l'autre qui étoit enveloppée sur le papier soumis au fer, n'ont point changé de couleur. Il est donc clair que les deux lumières du soleil & du feu commun produisent les mêmes effets : je me propose d'en tirer une autre fois les conséquences qui en découlent.

DE L'ACTION

DU FER, ET DU ZINC INCANDESCENS SUR L'AIR, ET LES AUTRES FLUIDES AÉRIFORMES.

PAR M. LE COMTE MOROZZO

Les expériences dont je vais rendre compte à l'Académie, ont été faites dès l'année 1785 (1), si j'ai différé jusqu'à présent de les publier, c'est dans l'idée de pouvoir les reprendre, & de donner à un sujet si intéressant toute l'attention qu'il paroît mériter. Lu le 4 mars 1792.

Voyant cependant que tout incomplètes qu'elles sont, elles pourroient répandre quelque jour dans les questions qui laissent les Physiciens encore chancelans entre la doctrine du phlogistique & celle de la nouvelle Chimie, je me suis rendu aux instances des Physiciens qui en sollicitoient la publication.

Elles ont pour objet d'examiner les changemens qu'éprouvent, soit l'air atmosphérique, soit quelques autres fluides aériformes, lorsqu'on les fait traverser dans un canon de fer incandescent, rempli de substances réputées riches en phlogistique, comme de la limaille de fer, des pointes de clous, ou du zinc &c.

L'appareil dont je me suis servi, est très-simple, & n'a pas besoin de figure; c'est un canon de fusil recourbé dans la partie du milieu qu'on fait entrer dans le fourneau, c'est dans cette partie que je mets de la limaille de fer, du zinc &c.

---

(1) J'en ai communiqué en 1785 les résultats à M. Senebier.

Les deux branches du canon sont assez longues pour qu'elles ne s'échauffent pas beaucoup ; à une extrémité il y a un tube de cristal mastiqué, aboutissant à l'appareil pneumato-chimique, il y a à l'autre extrémité un semblable tube qui est armé d'un double robinet pour y adapter une vessie.

Pour tirer de ces expériences les lumières qu'on se propose, il est nécessaire d'en examiner, comme j'ai fait, les produits à différentes époques ; sans cette précaution les fluides aériformes que l'on en obtient, restent mêlés, & les résultats sont incertains.

1. *expérience*

Le tout disposé, comme je viens de le dire, j'ai mis dans le canon deux onces de limaille grossière de fer bien pur & sans rouille ; je me suis assuré d'avance que l'air y avoit la circulation libre d'un bout à l'autre : j'y ai placé une vessie remplie d'air atmosphérique à l'extrémité, & j'en ai fermé le robinet (1).

Le feu mis au fourneau, au moyen de l'appareil pneumato-chimique, j'ai recueilli dans de petits flacons que j'avois soin de changer, les produits suivans,

1.° De l'air qui étoit de l'air commun.

2.° De l'air phlogistiqué qui a éteint la lumière.

3.° De l'air inflammable qui brûloit avec une flamme douce.

(1) Dans le cours de ces expériences, lorsque j'ai employé des vessies pleines d'air atmosphérique, je les ai toujours remplies avec un soufflet, & non avec la bouche, pour éviter tout reproche sur l'air des poumons.

4.° De l'air inflammable qui brûloit avec plus de vivacité.

Lorsque j'ai vu qu'il ne se développoit plus d'air, j'ai ouvert le robinet pour faire passer celui de la vessie dans l'appareil.

Puisque le canon ne contenoit presque plus d'air, il est très-naturel de juger qu'en pressant la vessie non seulement on en faisoit passer dans le flacon la quantité que l'on vouloit, mais que le canon en restoit aussi rempli.

J'ai donc pressé la vessie avec la précaution de ne faire passer dans le flacon que la quantité d'air qui occupoit à peu près la capacité du canon, & l'air obtenu a été

1.° A peu près égal en bonté à l'air commun.

2.° Trois minutes après, j'ai comprimé de nouveau la vessie, & l'air obtenu étoit phlogistiqué.

3.° Dix minutes après, j'ai pressé la vessie, & l'air obtenu a été de l'air inflammable qui brûloit avec une flamme léchante, douce & bleuâtre.

4.° Après une bonne demi-heure, ayant de nouveau pressé la vessie, j'ai obtenu de l'air inflammable qui faisoit une petite détonation.

5.° Une heure après, j'ai pressé la vessie, & l'air inflammable obtenu a fait une violente détonation.

2. *expérience.*

Le tout disposé comme dans l'expérience précédente, à la seule exception que j'avois mis dans la courbure du canon deux onces de zinc au lieu de la limaille, voici les produits que le feu a développés.

1.° De l'air commun.

2.° De l'air phlogistiqué.

3.° De l'air inflammable qui brûloit fort paisiblement avec une flamme claire.

Dès que j'ai vu qu'il ne se déployoit plus d'air, j'ai ouvert le robinet, & pressé la vessie; voici les produits obtenus.

1.° De l'air phlogistiqué qui éteignit la lumière.

2.° Dix minutes après, j'obtins de l'air inflammable qui brûloit avec une flamme léchante.

3.° Après une demi-heure, j'ai eu de l'air inflammable qui détonoit.

4.° Une heure après, j'ai obtenu de l'air inflammable qui faisoit une très-forte détonation, & dans le résidu duquel une bougie resta allumée.

De ces deux expériences il paroît résulter

1.° Que l'air atmosphérique chargé d'une petite portion de phlogistique passe à l'état d'air phlogistiqué (1).

2.° Qu'avec une plus grande quantité il devient de l'air inflammable.

3.° Que l'ayant saturé autant que je pouvois de phlogistique, il paroissoit prendre des caractères de l'air déphlogistiqué par la détonation qui s'opéroit dans cet air, & par l'aptitude d'entretenir la flamme après la détonation.

Je fus très-empressé d'examiner, si en augmentant l'intensité du feu je pouvois charger l'air atmosphérique d'une

(1) Nous avons vu que le zinc phlogistique l'air plutôt que le fer.

plus grande portion de phlogistique, & l'amener ainsi à l'état d'air déphlogistiqué : car j'ai un très-grand penchant à croire avec M. Brisson que l'air déphlogistiqué est le plus chargé de phlogistique.

J'ai donc imaginé l'appareil suivant.

3. *expérience*

J'ai mis quatre onces de pointes de clous de maréchal tortillés en spirale dans un long canon de fusil d'un pouce de diamètre, dont la culasse étoit bien soudée avec la vis. Ces clous occupoient l'espace de neuf pouces, & cela pour multiplier les surfaces, & laisser une libre circulation à l'air.

A l'orifice du canon j'ai adapté deux tubes de cristal bien mastiqués, qui portoient chacun un robinet pour y visser une vessie. J'ai placé deux vessies, l'une remplie d'air atmosphérique, & l'autre flasque. Le canon fut placé pour la longueur d'un pied dans un grand fourneau de forge, qu'on tenoit au moyen d'un gros soufflet toujours incandescent.

En commençant l'expérience j'ai ouvert les robinets des deux vessies : dès que le feu commença à être vif, je pressai alternativement les deux vessies pour faire traverser l'air de l'une à l'autre, & je continuai la même manœuvre pendant trois heures & demie.

Lorsque j'ai vu que le canon risquoit d'entrer en fusion, j'ai retiré l'appareil en fermant le robinet de la vessie, où j'avois recueilli tout l'air.

L'air contenu dans la vessie fut réduit à la moitié ; je l'ai transvasé dans les flacons par le moyen de l'appareil pneumato-chimique : voici ce que l'examen de cet air m'a fourni.

Une bougie introduite dans un flacon rempli de cet air l'enflamma avec violence, & produisit une très-forte détonation. Ayant remis la bougie dans le même flacon, elle resta allumée, mais comme il s'étoit passé environ 15 secondes entre la détonation & l'introduction de la seconde bougie, j'ai refait l'expérience ; j'ai pris un autre flacon rempli du même air, j'ai allumé deux bougies que je tenois à la main, j'ai plongé la première dans le flacon, & l'air en a été inflammé avec une violente détonation ; je plongeai dans l'instant l'autre (le tems employé n'a pas été de deux secondes), & elle brûla avec une flamme claire, & avec beaucoup plus de vivacité que dans l'air commun.

Je dois faire remarquer que cet air avoit une odeur empireumatique très-désagréable.

J'ai éprouvé cet air sur l'économie animale, un moineau renfermé dans cet air mourut dans 20 secondes: une bougie introduite dans le flacon après la mort de l'animal en inflamma l'air avec détonation; en ayant plongé une seconde que je tenois prête, elle brûla avec plus de vivacité que dans l'air commun.

Cette expérience me donna une nouvelle preuve de ce que j'avois observé dans les deux expériences précédentes, savoir que l'air atmosphérique chargé de beaucoup de phlogistique devient inflammable, & même qu'il acquiert la propriété de détoner, mais s'il paroît acquérir quelque pro-

priété de l'air déphlogistiqué quant à l'entretien de la flamme, il est au contraire très-funeste à la respiration animale : est-ce par l'odeur empireumatique qu'il se décèle ? est-ce qu'il n'est pas assez saturé de la matière du feu ? ou est-ce qu'il est dû à quelque autre raison? La consommation de presque la moitié de l'air employé est due à la calcination qui s'est opérée, soit dans le fer des clous, soit dans les parties internes du canon. Le résidu de l'air de la vessie n'étoit pas phlogistiqué, mais inflammable.

Pendant que j'étudiois pour trouver un appareil plus convenable pour changer & diversifier cette expérience, qui me paroissoit très-importante, j'ai continué dans le premier appareil quelques expériences sur l'air fixe, l'air nitreux, l'air inflammable & l'air déphlogistiqué, dont voici les résultats.

4. *expérience*

Même appareil de la 1 expér. J'ai mis deux onces de limaille de fer dans le canon, & j'ai rempli la vessie d'air fixe retiré de la poudre de marbre avec l'acide vitriolique. J'ai laissé rougir le canon, ayant ensuite ouvert le robinet, j'ai pressé la vessie pour chasser de la capacité l'air, qui étoit en partie phlogistiqué, en partie inflammable.

Quatre à cinq minutes après, ayant pressé la vessie, l'air obtenu a été de l'air inflammable, qui brûloit avec une flamme léchante, & qui n'avoit plus aucune propriété de l'air fixe.

Après une demi-heure, la vessie pressée, j'obtins de l'air inflammable qui faisoit une petite détonation.

5. *expérience*

J'ai mis deux onces de limaille de fer dans le canon, & rempli la vessie d'air inflammable retiré de la limaille par l'acide vitriolique, le reste de l'appareil, comme dans l'expérience précédente.

La vessie pressée, après que j'eus chassé l'air de la capacité, & lorsque le canon fut rougi, j'obtins dans le flacon de l'air inflammable, qui brûloit avec une flamme léchante & douce.

Après une demi-heure, la vessie pressée, j'obtins dans le flacon de l'air inflammable qui faisoit une forte détonation.

6. *expérience*

Dans le même appareil, & avec deux onces de limaille de fer dans le canon, & avec la vessie remplie d'air nitreux retiré du fer avec l'acide nitreux, j'obtins les résultats suivans.

Ayant chassé l'air de la capacité, deux minutes après que le canon fut incandescent, l'air obtenu étoit de l'air nitreux phlogistiqué, savoir il éteignoit la lumière, & n'étoit presque point rutilant.

Dix minutes après la vessie pressée, l'air examiné étoit de l'air inflammable, qui brûloit tranquillement avec une flamme verdâtre, & dont on ne reconnoissoit pas le moindre indice d'air nitreux.

Des circonstances particulières ne m'ont pas permis alors de pousser plus avant cette expérience, mais je ne doute pas que dans un plus long-tems on auroit aussi retiré de l'air inflammable détonant.

Ces expériences sur l'air fixe & l'air nitreux, confirment selon moi celles que j'ai faites sur la calcination du plomb & du mercure que j'ai publiées dans une lettre adressée à M. Macquer (1).

Si le résidu de l'air obtenu, soit de la calcination du plomb, que du mercure, a été de l'air respirable, c'est que ces métaux contenans très-peu de phlogistique n'en ont point gâté l'air, au lieu que dans celles-ci, où l'air étoit toujours en contact avec le fer abondant en phlogistique, il a été changé en air inflammable.

Il me restoit à examiner les résultats que m'auroit donnés l'air déphlogistiqué, après avoir passé par le canon incandescent rempli de limaille de fer.

7. expérience

Le canon avec de la limaille de fer, & la vessie remplie de gas déphlogistiqué retiré du nitre, le reste comme dans les expériences précédentes.

7 à 8 minutes après avoir chassé l'air de la capacité, je pressai la vessie, l'air en passant dans le flacon forma un nuage blanc très-dense, & il donna une odeur

(1) Lettre sur la décomposition du gaz méphitique & du gaz nitreux du 5 mai 1783 *chez* Briolo.

empireumatique insoutenable. L'air étoit inflammable, & ne produisit pas la moindre détonation. Un moineau enfermé dans un flacon de cet air, mourut dans l'instant, un autre dans un semblable flacon mourut dans 10 secondes. La bougie introduite après la mort de l'animal en inflamma l'air sans la moindre détonation, & s'éteignit à l'instant.

Tel est le rapport fidèlle des expériences que j'ai entreprises & que d'autres occupations ne m'ont point permis de suivre. Je dois ajouter que j'en ai été dégouté dans le tems, ne pouvant avoir des tubes de porcelaine, que je croyois nécessaires pour les répéter avec toute l'exactitude; car ayant éprouvé de faire passer l'air fixe, l'air nitreux & l'air inflammable dans des tubes de fer rempli de manganèse dans l'idée d'en améliorer l'air, j'ai eu un aperçu de la réussite de l'expérience, mais dès que le fer s'échauffoit, il se développoit de l'air inflammable, & me gâtoit l'air.

Personne ne sait plus que moi qu'il seroit nécessaire de continuer ces expériences, & de les varier pour en retirer des vérités utiles. Je ne manquerai pas de le faire, si j'en ai le tems.

En attendant, quelqu'imparfaites qu'elles soient, si elles parviennent à réveiller dans les Physiciens Chimistes l'envie de les répéter & de les suivre, mon but en sera également rempli, leur ayant présenté quelques nouveaux faits & des aperçus pour pousser en avant leurs recherches dans la science des gaz.

APPENDIX

LUDOVICI BELLARDI

AD FLORAM PEDEMONTANAM

Exhibeo in hoc opusculo enumerationem stirpium, quas post editam celeberrimam FLORAM PEDEMONTANAM, ejusque Auctarium variis itineribus a me plantarum caussa institutis, & amicorum ope mihi comparavi, tum earum, quas maturiori judicio ad proprias species retuli, licet jamdudum in herbario meo Pedemontano delitescerent tamquam dubiae. Hisce stirpes addere opportunum duxi, quas dedi in specimine appendicis (1), ut uno intuitu conspiciantur nostra additamenta in incrementum FLORÆ, tum observationes circa nonnullas plantas jam in FLORA PEDEMONTANA recensitas. Harum, quas methodo sexuali disposui, aliquas invenies fortasse novas, alias vero quamplurimas jam ab Auctoribus descriptas, quae sane omnes FLORÆ PEDEMONTANÆ addi possunt tamquam verae cives. Etsi omnium essentiales discriminis notas prosecutus sim, & novarum, vel minus cognitarum brevem descriptionem exhibeam, nolim tamen definire an omnes a me propositae plantae sint totidem species satis distinctae, vel per- Letta die 18. dec. 1791.

(1) *Osserv. Bot* 1788.

insignes varietates; nondum enim apud Botanicos apprime constant veri limites specierum, & varietatum. Hoc unum assero cum Cl. GILIBERT (1) *quemque Botanicum non modo species cujusque regionis proponere debere, sed, ut catena naturae absque interruptione una maneat, varietates omnes, quae saepissime intermedios anulos constituunt, exhibendas esse.* Hanc certe viam iniverunt praestantiores Botanici, & in non paucis doctissimus AUCTOR FLORÆ PEDEMONTANÆ. Hujus vestigiis insistens pro ingenii modulo, stirpes ditissimae nostrae regionis diligenter rimatus sum, species ad propria genera retuli, & varietates insigniores adnotavi, licet non pari eventu. Plantarum ferme omnium, quas propono, vel sicca specimina servo in herbario, vel icones vivo colore pictas. Illustrium Botanicorum libros diligenter evolvi, praestantes Botanicos consului, ut aliquid certi possem de meis plantis pronunciare. Lectoris est benigne indulgere, siquid minus aptum fortasse exciderit, quod vitae meae ratio, & vices non siverunt perficere.

(1) Praefat. ad Chlor. Delphin.

DIANDRIA. *Monogynia.*

LYCOPUS exaltatus.

Lycopus foliis basi pinnatifido-serratis. Linn. *suppl. pag.* 87. *Lycopus foliis in profundas lacinias incisis.* Tourn. *inst.* 191.

Var. Lycopus incanus.

Marrubium aquaticum incanum foliis profunde incisis. Barr. *ic.* 154. *n.* 251.

Habitat in agro *Alexandrino* ad margines agrorum locis humidiusculis, in provincia *Astensi* secus flumen *Tanarum*, neque desideratur in agro *Canapiciensi* ad litora lacuum. Varietas *incana* nascitur secus rivulos circa *Bovisium*.

Obs. Etsi *Lycopus exaltatus* maximam habeat affinitatem cum *europaeo*, non videtur hujus varietas, quum cultus, & satus proprios characteres constanter retineat.

TRIANDRIA. *Monogynia.*

* SCIRPUS dichotomus.

Scirpus culmo triquetro nudo; umbella supra decomposita, spicis dichotomiae sessilibus. Linn. *spec. pl.* 74., Rottböll. *ic. rar. tab.* xiii. *f.* 1. Icon optima.

Scirpus (annuus) *culmo triquetro nudo, involucro diphyllo, pedunculis nudis, spicis solitariis.* All. *Fl. Ped.* II. *p.* 277. *tab.* lxxxviii. *f.* 5.

---

* *Asterisco* indicantur stirpes jam recensitae in Flora Pedemontana.

Scirpus (annuus) *culmo triquetro nudo foliis vix longiore, umbella composita foliosa, terminali.* DE LA MARK. *gen. & spec. pl.* 1. *n.* 689. *p.* 142.

Scirpus maderaspatanus, spicis conoidibus fuscis. SCHEUCHZ. *gram.* 359.

Cyperus supinus minimus, sparsa panicula e rarioribus locustis conferta. MONT. *prodr.* 13.

OBS. Planta polymorpha numero spicarum. Locis paludosis sterilibus aestate exsiccatis vidi plura specimina spica unica, alia duabus, quatuor, & pluribus, ut tandem locis inundatis pinguibus adaucto numero umbellam aemulentur, eamque etiam supradecompositam, uti exhibet icon ROTTBÖLLI. Collata specimina *Indica* accepta a Cl. *Martino* VAHL nomine *SCIRPI dichotomi* LINNÆI non differunt a *SCIRPO annuo Fl. Ped.* *SCIRPUS dichotomus Cl.* DE LA MARK *loco citato* videtur alia species; hujus enim folia hirsuta pronunciat in sua definitione specifica, quae levia sunt in nostra planta.

DIGYNIA.

† PHLEUM geniculatum.

Phleum culmo geniculato, spica subovata, glumis ciliatis. Osserv. Bot. 54.

Habitat in monte *Cenisio* locis sterilibus.

OBS. Radix non bulbosa, perennis. Culmus tribus, vel quatuor nodis geniculatis constat.

Sequenti signo † indicantur stirpes, quas dedi in specimine appendicis ad Floram Pedemontanam.

PHALARIS bulbosa.

Phalaris panicula cylindrica, glumis carinatis. Linn. *amoen. acad.* IV. *p.* 264.

Gramen thyphinum longissima spica phalaridis molli, albicante. Barrel. *ic.* xiv. *fig.* 1.?

Reperi florentem initio Julii unice prope *Savilianum* in area herbida ruris dicti *del Follone.*

Radix fibrosa, obscure bulbosa, annua. Culmi basi ramosi, striati, erecti, spithamam longi. Internodia duo ad quatuor, nodis obscure rubris. Folia glabra, striata, plana ad vaginam sub ventricosa, inferiora internodiis breviora, superiora vero longiora. Panicula cylindrica, glabra, stricta, spiculis omnibus sessilibus. Valvulae calicis duae, naviculares, glaberrimae, ad marginem scariosae, nervo in dorso eminente, dilute virides corollam includentes de more generis. Stamina tria corolla, & piscillo longiora. Antherae albae, oblongae, sulcatae. Semina oblonga.

Obs. Novam civem, & raram graminis speciem misi ad celeberrimum Smithium, qui respondit meum specimen omnino congruere cum specimine herbarii Linnaeani sub nomine *Phalaridis bulbosae.* Jure mecum dubitat an sit *Phalaris bulbosa semine albo.* Scheuchz. *gram.* 53. Non est *Phalaris radice perenni.* Roy. *lugdb.* 63., cum mea planta sit annua.

POA palustris.

Poa panicula diffusa, spiculis subtrifloris foliis subtus scabris. Linn. *sp. pl.* 98. *Flor. Dan. tab.* 750.

Gramen paniculatum aquaticum angustifolium, *panicula speciosa*. Bauh. *pin.* 3. *prodr.* 7., Moris. *hist.* III. *p.* 201. *sect.* 8. *tab.* VI. *fig.* 27.

Habitat in stagno prope *Sturam Taurinensem*.

* POA cilianensis *Fl. Ped.*

Gramen eranthemum tenui & sparsa brizae panicula. Barr. *ic.* 743. *obs.* III. *n.* 1216. Icon satis bona.

POA violacea *tab.* III.

Poa panicula erecta, *stricta*, *spiculis compressis subquadrifloris*, *corollis basi hirsutis.*

Nascitur in montibus *Limoni* locis siccis.

Ex radice fibrosa, perenni caespites prodeunt vetustis foliis vestiti. Culmi erecti, spithamam longi, striati tribus, vel quatuor nodis instructi, internodiis vagina foliorum obtectis, excepto summo, ex quo flores erumpunt. Folia planiuscula, viridia, striata, subaspera ad vaginam violacea. Flores paniculati, panicula contracta erecta. Flosculi infimi ut plurimum bini, pedicellati, pedicello brevi subflexuoso, aliquando tertius adstat sessilis. Caeteri solitarii, brevius pedicellati. Calicis valvulae subaequales, acuminatae, compressae, violaceae, laeves; corollae vero ad basim hirsutae, margine albicante. Numerus spicularum in universum ab octo ad duodecim; flores in singulo calice a tribus ad quatuor.

POA stolonifera *tab.* III.

Poa panicula expansa, spiculis compressis sexfloris, culmo stolonifero.

Nascitur in montibus *Limoni*, & vallis *Pisii.*

Radix fibrosa, brevis, subulbosa, perennis. Circa radicem caespites foliosi, foliis brevibus, planiusculis, subcinereis, subtus striatis. Culmus florigerus ferme triuncialis, nudus, enodis, substriatus, erectus, ad basim culmi florigeri adstat fasciculus foliorum ex bulbo fere nascentium radiculas emittente, ex quo stolones producuntur. Panicula divaricata, spiculis imis longius pedunculatis, binis, ternis, in summa panicula solitariis. Pedicelli subflexuosi. Calicis valvulae aequales, acutae, compressae, subhirsutae, nervo in dorso eminente. Spiculae sexflorae. Valvulae corollae similes calicinis, ante efflorescentiam lucide virentes, post hanc rufae.

Obs. Non est *Poa stolonifera*, *locustis trifloris, folliculis villosis.* Hall. *hist. n.* 1464., uti cuique patebit conferenti Cl. Auctoris descriptionem. Accedit *Poae brizoidi* Cl. Villarii: sed differt culmo florigero enodi, panicula divaricata, quae est compacta in *brizoide*, praeterquamquod nullos stolones emittit planta Cl. Villarii.

SESLERIA sphaerocephala.

Sesleria culmo simplici enodi, spica subrotunda involucrata. Arduin. *spec. alter. p.* 20. *tab.* VII.

Sesleria spicula subrotunda, inermi involucrata, spiculis subbifloris. De la Mark *gen. & spec.* I. *p.* 198. *n.* 1096.

Cynosurus (sphaerocephalus) *bracteis integris, spicis globosis.* Wulfen. apud Jacq. *misc.* II. *p.* 71., Murr. *syst. veg. edit.* 14. *p.* 117.

Habitat in summis alpibus montis *Cenisii* inter diffractos lapides loco *Ronche* dicto.

FESTUCA cinerea.

Festuca foliis subulatis, recurvis, panicula subsecunda, spiculis subhirsutis, & aristatis quinquefloris. Vill. *Delph.* II. *p.* 98.

Gramen parvum junceum cinereum. J. Bauh.

Gramen pratense panicula duriore laxa unam partem spectante. Ray. Vaill. *herb.* ex Villario.

Habitat loca montana rupestria inter saxorum rimas, neque deest in singulari monte *Caburri.*

Obs. Habeo pro specie distincta non confundenda cum *Festuca duriuscula* L., a qua differt foliis constanter cinereis, spiculis subhirsutis, & aristatis, uti recte adnotavit oculatissimus Villarius.

† FESTUCA dumetorum.

Festuca panicula spiciformi pubescente, foliis filiformibus. Linn. *spec. pl.* 109.

Nascitur ad margines agrorum.

† FESTUCA pumila.

Festuca foliis setaceis duriusculis, panicula collecta, spiculis teretibus subquadrifloris, subaristatis. Chaix. *Vapinc.* apud Vill. *Delph.* II. *p.* 316.

Festuca panicula stricta, locustis teretibus quadrifloris. HALL. *hist. n.* 1439.

Elegantem, & distinctam speciem reperi in monte *Cenisio* locis siccis. PERENNIS.

FESTUCA flavescens.

Festuca panicula secunda erecta flavescente, spiculis oblongis acutis subquinquefloris, foliis capillaribus. *

Non infrequens locis sylvaticis subalpinis vallis *Pisii*, *Limoni*, *Viu*, & montis *Cenisii*.

Radix fibrosa, caespitosa, perennis. Culmi teretes, erecti, striati, glabri, pedales, etiam bipedales in solo pingui, nodosi, nodis a tribus ad quatuor, imis internodiis sibi approximatis, postremo longissimo. Folia circa radicem plurima capillaria culmi dimidiam fere longitudinem aequantia, striata, intus sulcata, glaberrima, obscure viridia. Ex vagina foliorum opposite squamula exsurgit fere uti in MELICA *Lobelii* Cl. VILLARII. Panicula erecta, coarctata, biuncialis, etiam triuncialis pluribus spiculis alternis composita breviter pedicellatis. Pedunculus communis utrinque sulcatus, partiales teretes. Calicis valvulae ovatae scariosae. Flosculi quatuor, vel quinque brevissime pedicellati, pedicello alterne flexuoso. Valvulae corollae paullo majores calicinis, oblongae, brevissime mucronatae. Tota panicula ante florescentiam lucide viret, post hanc flavescit, eumque constanter servat colorem, qua nota a proximis speciebus non aegre distinguitur.

OBS. Dubium gramen olim misi ad cel. HALLERUM consilii caussa, qui respondit nullum esse ex suis. Non habet

LINNÆUS in suo herbario ex observatione Cl. SMITHII: Non videtur *FESTUCA aurea* Cl. DE LA MARK *gen. & sp. pl. 1. p. 191.* cum in mea planta spicae non sint compressae, neque ex aureo-rufae, quales in sua describit, nullamque habeat affinitatem cum *FESTUCA spadicea* LINN., quam dubie proponit pro synonimo suae *FESTUCÆ aureae.*

* FESTUCA spadicea.

Festuca panicula secunda, calicibus quinquefloris, flosculo ultimo sterili, foliis laevibus. LINN. *syst. veg. edit.* 13. *p.* 101.

Festuca panicula erecta, spiculis quadrifloris, glumis acuminatis muticis, foliis setaceis glabris pungentibus. SMITH. *trans. soc. Linn.* I. *p.* 113.

OBS. *ANTHOXANTHUM paniculatum* LINN., & *POA Gerardi Fl. Ped.* huc spectant. Confer. SMITHII *dissert. loco citato.*

AVENA setacea.

Avena foliis setaceis, panicula purpurascente, calicibus trifloris, aristis nigris recurvis. VILL. *Delph.* II. *p.* 144. *tab.* v.

Habitat in montibus *Limoni* locis calidioribus, unde plura specimina, & plantam vivam misit D. *VIALE*, quam colo in Horto Botanico nuper a me constructo auspiciis excellentissimi D. D. *Roderici* COUTHINO DE SOUZA Mecœnatis optimi, cujus proximum discessum ex nostra patria aegre ferunt scientiarum cultores.

Obs. In meis speciminibus folia radicalia sunt paniculae subaequalia, striata, pungentia, culmi pedales, striati, glabri, panicula suberecta, spiculis inaequaliter pedunculatis. Singuli pedunculi modo unicam, ut plurimum duas; aliquando etiam tres spiculas gerunt. Calicis valvulae ovatae, acutae, exterius obscure rubrae glumis corollae subaequalibus. Haec species caespites satis firmos praebet exuviis foliorum annorum praecedentium vestitos. Non habet Linnaeus in suo herbario, uti monuit Cl. Smithius.

Data opera omitto *Poam sylvaticam*, *Avenam disticophyllam*, *spicatam*, *sterilem*, *sempervirentem*, *Juncum squarrosum*, quas recensui in *spec. append.*, quum inter suas etiam receperit doctissimus, & amantissimus praeceptor Allionius.

TETRANDRIA. Monogynia.

SCABIOSA lucida.

Scabiosa corollis quinquefidis, foliis radicalibus lanceolatis, acute serratis, glabris, caulinis setaceis decompositis. Vill. *prosp.* 18., *Delph.* II. *p.* 291.

Scabiosa montana glabra foliis scabiosae vulgaris. Tourn. *inst.* 464., Segu. *var.* II. *p.* 182., Bauh. *pin.* 270.

Nascitur in sylvaticis umbrosis ad radices alpium. Legi etiam similibus locis in *Sabaudia* prope *Pralognan*.

Obs. Maximam habet affinitatem cum *Scabiosa columbaria*, & *pyrenaica Fl. Ped.*, quarum forsan erit insignis varietas, licet satis evidentes, & distinctos characteres exhibeat.

† GALIUM pusillum.

Galium foliis octonis, hispidis, linearibus, acuminatis, subimbricatis; pedunculis dichotomis. LINN. *spec. pl.* 154.
VILL. *Delph.* II. *p.* 324. *tab.* VIII.

Galium foliis octonis linearibus, hispidis, caulibus diffusis brevissimis. GERAR. *prov.* 226.

Nascitur in monte *Cenisio*. Habeo etiam ex valle *Pisii*, sed planta major.

† GALIUM montanum.

Galium foliis senis lineari acuminatis saepe reflexis, ramis ternis, floribus subumbellatis, caule diffuso. VILL. *Delph.* II. *p.* 317.

Galium foliis senis obovatis mucronatis glabris, caule prostrato, pedunculis trichotomis. HUDS. *angl. edit.* 1. *p.* 56.

Galium album minus. PETIV. *herb. Brit. tab.* XXX. *f.* 6.

Nascitur locis montanis vallis *Pisii*, *Limoni*, & montis *Cenisii*.

* GALIUM maritimum. LINN.

OBS. Stylum constanter bifidum observavi in hac specie, uti in *ASPERULAE* genere.

* ASPERULA cynanchica.

OBS. Hujus varietatem, vel distinctam speciem habeo ex rupibus vallis *Pisii*, *Limoni*, & *Tendae*, cujus caules sunt erecti, ramosissimi, cubitales. Haec planta non differre videtur ab *ASPERULA saxatili* Clar. DE LA MARK, quam sic definit *Asperula foliis linearibus, angustis, parvis,*

subsenis, *caulibus ramosissimis erectis*, *dict.* I. p. 298. Cl. tamen SMITHIUS, cui nostrae ASPERULÆ specimina misi, respondit exacte congruere cum *ASPERULA cynanchica* LINNÆI. Interim animadverto *ASPERULAM cynanchicam Florae Pedemontanae* caules praebere fere semper decumbentes breviores, nec adeo ramosos; quare inquirendum seminationis ope an haec ab illa sit distinguenda.

PLANTAGO argentea CHAIX *Vapinc.* apud VILL. *Delph.* II. *p.* 302.

Plantago foliis lineari-lanceolatis, *pubescentibus*, *spica subrotunda*, *nuda*, *scapo subangulato*, *foliis longiore*. GERARD. *Flor. Gall. prov.* 333. *tab.* XII.

Plantago augustifolia argentea e rupe Victoriae. TOURN. *inst.* 127., GARIDEL. 367.

Nascitur in montibus elatioribus vallis *Pisii* supra *Carthusiam*.

OBS. Plantam in horto colo delatam ex dicto loco, usque nunc habitum suum servat. Haereo, an revera sit species distincta a *lanceolata* L.

PENTANDRIA. MONOGYNIA.

* ANCHUSA Barrelieri *Nomencl. Fl. Ped. p.* 28.

Buglossum Barrelieri Fl. Ped.

OBS. Radix oblonga, succosa, fibrosa. Flores grate caerulei primum corymbosi, postea paniculati, modo unilaterales, saepius sparsi primo vere apparent in planta culta, eorumque florescentia successive perdurat fere ad autumnum.

Squamae floris in hac specie hiatum non claudunt. Calix patentissimus semina quatuor ut plurimum continet aspera, oblonga, fovea insculpta, facile decidua, quorum duo saepe abortiuntur.

ANCHUSA officinalis.

Anchusa foliis lanceolatis, spicis imbricatis secundis. LINN. *spec. pl.* 191.

Buglossum angustifolium majus. BAUH. *pin.* 256.

Nascitur in comitatu *Nicaeensi* ad vias.

† ANDROSACE pauciflora.

Androsace foliis setaceo-linearibus glabris, pedunculis binis longitudine scapi, segmentis florum emarginatis. VILL. *Delph.* II. *p.* 477 *tab.* XV.

Androsace alpina perennis angustifolia glabra, flore singulari. TOURN. *inst.* 123.

Raram civem, & distinctam speciem habeo ex monte *Vanovesa Sabaudiae.*

ILLECEBRUM polygonifolium.

Illecebrum caulibus prostratis, foliis laevibus, floribus lateralibus. VILL. *Delph.* II. *p.* 557.

Inveni in arenosis montis *Cenisii*, neque infrequens est in aliis alpibus similibus locis.

Obs. Mea planta omnino congruit cum descriptione & figura Cl. VILLARII. Species haec confusa fuisse videtur cum *ILLECEBRO paronichia*, a quo revera differt. Tres distinctas species possideo in herbario, lectas in alpinis *Pedemontii.*

PENTANDRIA. DIGYNIA.

† GENTIANA alpina.

Gentiana foliis ovoidibus subcarnosis, enerviis, obtusis, corolla campanulata calycem aequante. VILL. *prosp.* 22., *Fl. Delph.* II. *p.* 526. *tab.* x.

Loc. Nascitur in pratis siccis montis *Cenisii*, sed minus frequens.

GENTIANA pannonica.

Gentiana corollis campanulatis sex, vel septemfidis punctatis, calycibus subsexfidis, foliis caulinis lanceolatis acuminatis. JACQ. *Fl. Austr.* II. *tab.* 136.

Loc. Observavi in alpibus *Chamonix*, & *Pralognan* supra *Mouthiers*.

BUPLEURUM incurvum *tab.* IV.

Bupleurum foliis incurvis, involucellis distinctis flosculis majoribus, universali pentaphyllo.

Habui a D. VIALE *Limonensi* ex suis montibus, qui nasci observavit inter rupium fissuras.

Haec species caespites satis densos praebet ex radice oblonga aromatica perenni vetustis foliis vestitos, ut in BUPLEURO *petraeo* PONÆ, & VILLARII; sed evidenter differt toto habitu grandiori, foliis latioribus, incurvis, longioribus, ut superent quandoque involucrum partiale. Caulis palmaris omnino nudus striatus, ut in *petraeo* PONÆ., nunquam biflorus uti in planta VILLARII. Involucrum universale pentaphyllum foliolis ovato-lanceolatis inaequalis lon-

gitudinis, reflexis. Involucella partialia inter se distincta a sex ad octo flosculorum longitudinem omnino superantia, quae eosdem vix aequant in *petraeo*. Flosculi & semina ut in BUPLEURO *petraeo* PONÆ, & VILLARII, sed omnia majora.

Obs. Plura specimina contuli cum BUPLEURO *petraeo* VILLARII, & omnia propositas discriminis notas praebuerunt, adeo ut vix dubitem esse hujusce varietatem. Plantam in horto colo, nec habitum praedictum mutavit; attamen, quibus superest suspicio propositam speciem esse varietatem BUPLEURI *petraei*, respondeo; si peculiaribus observationibus, iisque repetitis me doceant naturam ludere in proposita specie, non difficile iis assentiar. Interim ad hanc rem summopere mihi arridet consilium praestantissimi Botanici *Alberti* HALLERI, cui satius fuit discriminis notas plantarum in medium proferre, quam dubias a censu specierum excludere; » praestat enim plantas cum non plena » certitudine veri discriminis inter censum verarum stirpium conservare, quam inter varietates relegare dispe» rituras; exigua enim curiositas est varietatum. HALL. *hist.* » *stirp. Helvet. vol.* 1. *p.* 194. *n.* 445.

ASTRANTIA epipactis.

Astrantia floribus masculis pedunculatis, foemineis sessilibus, seminum angulis obtusis glabris. SCOP. *Fl. Carn. edit.* 1. *p.* 337. *n.* 2., *& edit.* 2. *p* 185. *tab.* VI.

Astrantia foliis quinquepartitis, obtusis, serratis. LINN. *suppl.* 177.

Sanicula involucris maximis quinquefoliis , seminibus tuberculosis . Hall. *nomencl. Bot. n.* 737.

Elleborine alpina Saniculae, & Ellebori nigri facie. Lobel. *advers. p.* 298. *ic.* 664.

Epipactis Mathioli. Diosc. 721.

Novam civem addo Florae Pedemontanae auctoritate immortalis Halleri olim amici colendissimi, qui in suo Nomenclatore stirpium Helveticarum reperiri tradidit in valle *Augusta* haud longe a monte *Pennino.*

HEXANDRIA. *Monogynia.*

BULBOCODIUM Linn. *syst.*

Corolla infundibuliformis, hexapetala, unguibus angustis, staminiferis. Corolla supera.

BULBOCODIUM vernum. Linn. *sp. pl.* 422., Vill. *Delph.* II. *p.* 245. *tab.* 11.

Colchicum vernum hispanicum. Bauh. *pin.* 69.

Colchicum vere & autumno florens. Tourn. *herb.* Ita Cl. Villarius.

Lectum habeo in valle *Queiras* locis herbosis siccis. Repertum quoque in comitatu *Nicaeensi* inter suas stirpes habet Marchio De Suffren.

Obs. Genus *Colchico* affine, a quo differt petalis divisis usque ad radicem, unguibus staminiferis, uti exacte docet figura Cl. Villarii.

† TULIPA gesneriana.

Tulipa flore erecto, foliis ovato-lanceolatis. Linn. *spec. pl.* 438.

Tulipa turcarum. Cord. *hist.* 213.

Licet exoticae originis credatur, tamen abunde nascitur in montibus *Sabaudiae* non longe a *Moriena*, observante Cl. Equite a Sancto Reale. Reperit etiam in collibus, locisque incultis circa *Nicaeam* D. De Suffren.

HYACINTHUS botryoides L.

Obs. Plantam a Cl. Allionio deletam ex censu stirpium *Pedemontii* restituo Florae Pedemontanae, quum post editum ejus Auctarium reperta fuit in montibus *di Caselette*, locis sylvaticis *della Veneria.* Misit cum plurimis aliis Frater *Hugo* Cuminus lectam in valle *Pisii* prope *Carthusiam.* Ego etiam inveni in prato sicco *Moncrivelli.*

DECANDRIA. *Digynia.*

SAXIFRAGA lingulata.

Saxifraga foliis radicatis longissimis linearibus, sulcatis, cartilagineis, integerrimis, caule folioso paniculato.

Frequens in alpibus maritimis locis rupestribus, praecipue in valle *Pisii*, in montibus *Limoni*, aliisque locis alpinis *Monregalensibus.*

Obs. Differt a Saxifraga *cotyledon* L., *Fl. Danicae*, Halleri, Villarii, aliorumque Auctorum foliis longissimis linearibus, margine cartilagineis, integerrimis. Pro nova & distincta specie colitur in hortis *Londinensibus*, re-

ferente Cl. SMITHIO, cui plura specimina misi. Non prostat in herbario Linnaeano. Sibi ignotam & novam speciem dixit amico meo Rev. Patri NOCCA celeberrimi SCOPOLI discipulo praestantissimus JACQUIN, cui consilii caussa specimen misi. Habui nomine *SAXIFRAGÆ superbae* a Cl. PICOTO DE LA PEYROUSE, qui Floram Pyrenaicam elaborat. Non videtur varietas *SAXIFRAGÆ cotyledon* L. cum ex centum, & ultra speciminibus nullam varietatem essentialem in foliis observaverim. In solo natali non observatur *SAXIFRAGA cotyledon*, quae praecipue apud nos nascitur in alpibus *Graiis*. *SAXIFRAGA cotyledon Fl. Danicae* folia habet oblonga quadruplo-latiora nostrae *lingulatae*, ad margines ciliata; flores sunt quidem paniculati, ut in *lingulata*. Planta SEGUIERI differt a planta *Fl. Danicae*, & spectat ad *SAXIFRAGAM aizoon* JACQ., & *Fl. Pedem.* quum in hac specie praeter foliorum diversitatem singuli pedunculi unicum ut plurimum florem sustinent, qui in *lingulata*, & *cotyledon* L. a tribus ad quatuor, vel sex observantur.

SAXIFRAGA diapensioides *tab.* v.

Saxifraga foliis aggregatis, imbricatis, carinatis, ovatis, incanis, caule villoso, subfolioso paucifloro.

Nascitur inter rupium fissuras summarum alpium maritimarum. Ex valle *Pisii* habui a Fratre CUMINO; ex alpibus *Limoni* misit D. VIALE. Specimina quoque retulit D. DE SUFFREN ex proprio itinere per alpes supra *Tendam* instituto.

Radix fibrosa, ramosa, perennis. Caules caespitosi unciales, vel triunciales vestiti primum foliis emortuis anno-

rum praecedentium, quibus succedunt alia ovata crassa, apice obtusiuscula, carinata, intus sulcata, albicantia, imbricata ut in *DIAPENSIA helvetica*, cujus habitum ante florescentiam praebet. Folia caulina sparsa, sessilia, alterna, ovata, villosula, uti caulis. Ex singulo caule modo unus, saepius tres, vel quatuor flores albi erumpunt de more generis, sed petala sunt calice duplo majora, ovata, striata, striis in planta sicca fuscis.

OBS. Species intermedia inter *SAXIFRAGAM Burserianam*, & *SAXIFRAGAM caesiam.* Differt a *caesia* foliis non recurvis, non punctatis, flore majore; a *Burseriana* foliis non subulatis, non evidenter triquetris, & caule multifloro.

DIANTHUS hirtus.

Dianthus caule, foliisque scabris, floribus paniculatis, squamis aristatis calice brevioribus. VILL. *Delph.* III. *p.* 593. *tab.* XLVI.

Reperi in monte *Pessimalta*, vulgo *Bissimauda* supra *Bovisium* locis sterilibus.

DIANTHUS Seguieri. CHAIX apud VILL. *Delph.* I. *p.* 332.

Dianthus floribus subaggregatis, squamis calicem vix aequantibus, corolla zonatim inscripta, caule, foliisque laevibus. VILL. *Delph.* III. *p.* 594.

Caryophyllus barbatus angustifolius, petalis rubris maculis purpureis, & villis circinnatim dispositis. SEGU. *veron.* I. *p.* 438. *n.* 7. *tab.* VIII.

Non infrequens in ericetis *Ciliani*, *Moncrivelli*, locisque sylvaticis agri *Canapiciensis.*

Trigynia.

† SILENE elongata.

Silene caulescens, foliis linearibus, petalis emarginatis, calicibus subpelviformibus. Osserv. Bot. p. 60.

Legi in summis alpibus *Uxelii* prope *Lautaret* promiscue cum *Silene acauli*. Vidi postea in sylvis alpinis supra *Montpanté*.

Obs. Species dubia; forsan sola varietas insignis *Silenis acaulis*.

ICOSANDRIA. Polyginia.

ROSA rubrifolia *tab.* VI.

Rosa petiolis spinosis foliosis 7-9 glabris, acutis, germinibus umbellatis glabris, calicibus foliaceis. Vill. *Delph.* III. *p.* 549.

Jamdudum specimina servo in herbario a me lecta in alpibus *Sabaudiae*.

Obs. Species est distinctissima ab aliis cognitis, ut cuique patebit conferenti descriptionem Cl. Villarii. Caulis folia, & calices pulchre rubra in planta spontanea, uti exacte notat fidus Auctor Florae Delphinensis, in culta folia, & caules primi, & secundi anni quoque rubra, sed postea glauca evadunt, lucida in pagina superiore, in inferiore vero albicantia. Pedunculi licet laeves sparsim tamen villos habent apice glandulosos.

ROSA glandulosa.

Rosa (pimpinellifolia) *inermis*, *foliolis* 9-11 *argute serratis acutis*, *germinibus ovatis*, *pedunculisque hispidis*, *calicibus foliaceis*. VILL. *Delph.* III. *p.* 553.

Abunde nascitur in sylvaticis montis *Cenisii* prope lacum.

Obs. Non est *Rosa pimpinellifolia* LINNÆI consentiente Cl. VILLARIO, cui specimen misi, quare nomen triviale mutavi, & *glandulosam* dixi ex peculiari charactere glandularum sessilium, quibus ad marginem scatent ejus stipulae. Folia duplicato-serrata, extus lucide viridia, subtus subalbida. Fructus oblongi, laeves.

ROSA pimpinellifolia.

Rosa germinibus globosis glabris, *pedunculis sparsis rectis*, *petiolis scabris*, *foliolis obtusis*. LINN. *spec. pl.* 703.

Retulit D. DE SUFFREN ex montibus *Tendae*.

RUBUS glandulosus.

Rubus (hybridus) *foliis quinatis*, *ternatis*, *simplicibusque caulium spinis rubro villo permixtis*, *fructibus cymosis hirsutis*. VILL. *Delph.* III. *p.* 559. ?

Abunde nascitur in montibus vallis *Pisii* supra, & circa *Carthusiam*. Vidi etiam copiose nasci in monte *Bissimauda* supra *Bovisium*.

Obs. Videtur hybrida species Cl. VILLARII, quam proponit tamquam varietatem *Rubi fruticosi*; at differt primo intuitu caulibus vix spinosis, ex rubro-villosis, & viscosis. Pedunculi, & calices loco spinarum habent pilos erectos, rigidos, quoque rubros, viscosos, apice glandulosos. Folia

sunt utrinque viridia, asperiuscula in meis speciminibus, nunquam quinata, sed plerumque ternata, summa vero aliquando simplicia. Folia ternata habent foliola oblonga, serrata, sessilia, plus vel minus acuminata, medio majori pedicellato acuminatissimo ut in *Ficu religiosa*. Flores spicati, sparsi, longe pedunculati ut plurimum uniflori, raro biflori, rarius subcymosi. Fructus in mea planta nigri, laeves, sapidiores ac in RUBO *fruticoso*. Differt ab *hybrido* VILLARII fructibus non hirsutis, foliolis acuminatis. Tot discrimina inter *glandulosum* & *fruticosum*, tum magna copia, qua nascitur in locis natalibus vix dubitationi locum relinquunt an sit hujus varietas. Experimenta interim, quae instituam satione & cultura, rem tutius declarabunt. An satis differt RUBUS (hispidus) *foliis ternatis*, *caulibus*, *petiolisque hispidissimis*, *strigis rigidulis* LINN. *syst. nat. edit.* 13. *p.* 395.? Conferatur ejusdem brevis descriptio.

RUBUS triphyllus.

Rubus foliis ternatis, *subtus tomentosis*; *foliolis ovatis*, *incisis*, *dentatis*; *ramis*, *petiolis*, *pedunculisque villosis*, *aculeatisque*. THUNBERG. *Fl. Jap.* 215., MURR. *syst. veg. edit.* 14. *p.* 475.

Habui ex valle *Pisii* a Fratre CUMINO, ubi nascitur locis alpestribus.

OBS. Foliis ternatis substantiae firmioris, subtus tomentosis differre videtur a RUBO *fruticoso* L.

POLYANDRIA. Polyginia.

ANEMONE coronaria.

Anemone foliis radicalibus ternato-decompositis, involucro folioso. Linn. *spec. pl.* 760.

Pulsatilla foliis decompositis ternatis. Linn. *Hort. Cliff.* 223.

Anemone tenuifolia flore simplici. Bauh. *pin.* 170.

Nascitur in montibus *Nicaeae* locis incultis, unde misit sollertissimus Botanices cultor Marchio De Suffren Dux cohortis maritimae in Gallo-provincia.

Obs. Flos mire ludit colore violaceo, subalbido, rubro, & phoeniceo.

ANEMONE dubia *tab.* vii.

Unicum specimen misit ex alpibus *Limonensibus* D. Viale peritus Pharmacopola, & Botanices diligens cultor, cui debeo selectam herbarum segetem, quam legit & misit ex suis montibus.

Obs. Plantula biuncialis differt ab Anemone *fragifera* flore minore, involucro breviore, & foliis radicalibus, quorum lobuli sunt omnino sessiles, qui semper sunt petiolati in *fragifera.* Flos albus leviter purpurascens, petala sex subhirsuta. Doleo quod semina non viderim. Iconem exhibeo dubiae plantae, ut excitem Botanicos ad ejusdem clariorem investigationem.

* ANEMONE nemorosa.

Obs. Vulgarem, & sylvis propriam plantam hic nomino, ut Botanicis nostris observatiunculam, quam supra hanc speciem institui, patefaciam, ne in errorem incidant, & pro alia omnino planta habeant, si ejusdem folia absque flore aversa parte punctis fuscis insignita invenerint *Polypodii* cujusdam speciei imaginem primo intuitu omnino referentia; siquidem hujusmodi puncta detexi esse totidem stigmata ab insectis facta. Plura similia specimina servo in herbario, quae legi in sylvaticis *Burgi Maxini*. Ut autem rem tutius detegerem, radices hujusce plantae in horto colui, quae anno subsequente *Anemonem nemorosam* praebuerunt.

RANUNCULUS lacerus *tab.* VIII.

Ranunculus foliis radicalibus petiolatis cuneiformibus laceris apice multifidis, caulinis semiamplexicaulibus laciniatis, summis sessilibus linearibus, caule laevi, ramoso.

Ranunculus foliis plantaginis laceris furcatisque. Vill. *Delph.* III. *p.* 733. *var.* C, Hall. *hist. stirp. helv.* II. *p.* 78. *var.* B.

Nascitur in pratis summarum alpium *Limonensium* locis humidiusculis, unde specimina, & plantam vivam misit D. Viale.

Radix perennis, fascicularis, fasciculis oblongis, torulosis, albidis, fibrosis. Caulis semipedalis, etiam pedalis, teres, laevis in viva planta, quam coram habeo, qui striatus apparet in sicca, ramosus. Circa radicem foliolo obtegitur adinstar spathae, & pluribus setulis instruitur, quae

videntur exuviae petiolorum anni praecedentis. Folia radicalia duo, vel tria petiolata cuneiformia, ad marginem plus vel minus lacera apice profunde multifida, divisionibus inaequalibus, media majore. Petioli subcanaliculati foliorum longitudinem aequant. In planta culta numerus foliorum radicalium major, quorum petioli duplam habent illorum longitudinem. Folia caulina subsessilia circa basim membranacea, membrana medium caulem amplexante, cuneiformia, profunde trifida, etiam quinquefida, foliolis acutis ad marginem exteriorem serratis, serraturis inaequalibus. Folia floribus proxima sunt primum lanceolata integerrima, raro bifida, tandem linearia, omnia sessilia. Singula folia lucide virent, venosa, & nervosa, nervis fere parallelis juxta longitudinem foliorum. Ex singulo caule unus, duo, raro tres rami erumpunt floriferi. Flores longe pedunculati inaequalis longitudinis a duobus ad sex in eodem ramo; pedunculi glaberrimi, si exceperis raros villos albicantes infra calicem vix sola lente vitrea conspiciendos. Calix pentaphyllus, foliolis ovatis exterius aliquantisper gibbis, ex viridi-albicantibus, deciduis. Petala quinque, raro sex ovata, albissima, obiter emarginata, substriata, aliquando, sed rarius tridentata. Nectarium de more generis. Capsulae laeves, uncinatae, acumine inflexo.

Obs. I. Non puto differre plantam rarissimam, de qua summus Hallerus verba facit *loco citato*, tum illam Cl. Villarii foliis laceris, furcatisque, licet ille describat caulem superne hirsutum, & calicem fusco-tinctum, reflexum; hujusmodi enim differentiae pertinere potius videntur ad verum naturae lusum. Non possum tamen cum Cla-

rissimis hisce Viris consentire, qui *Ranunculum lacerum* opinantur potius esse varietatem *Ranunculi pyrenaei*. Aliquam affinitatem etiam habere video cum *Ranunculo aconitifolio*, licet ab utrisque differat. Non immerito summus Hallerus potuit dubitare esse plantam hybridam natam ex *Ranunculo aconitifolio*, *& pyrenaeo*, *si R. aconitifolius summas alpes habitaret* (1). Sed neque habeo pro hybrida, quum non infrequens sit in loco natali. *Ranunculus lacerus* stolonibus caret, quare non potuit late propagari, nisi ex caducis seminibus. Ex his novae plantae renasci debuerunt, quae plus vel minus proprios characteres servarunt. Cultura certe nullam mutationem subivit.

Obs. II. Ranunculus pyrenaeus non infrequens est in omnibus fere pratis alpinis siccis, & aliquas praebet varietates foliis ut plurimum gramineis, aliquando tamen plantagineis in solo pingui, uti exhibet icon *Florae Pedemontanae*, caule altiore, vel breviore, unifloro, v. bifloro, etiam multifloro, glabro, & villoso, flore simplici, ut plurimum, rarius pleno, modo majore, modo minore; at nunquam vidi in variis meis itineribus mutatum in figuram *Ranunculi laceri*, neque viderunt Cl. Allionius, ejusque diligentissimi & oculati plantarum investigatores fratres *Petrus & Ignatius* Molineri. Omitto *Ranunculum aconitifolium* amare loca humiliora scilicet ad alpium radices locis sylvaticis umbrosis, ubi certe non observatus fuit *Ranunculus lacerus*. *Ranunculus aconitifolius* licet cultus, & ei valde pro-

(1) Vid. *Hist. stirp. Helv. loc. cit.*

ximus fuerit *Ranunculus pyrenaeus* nunquam degeneravit in *Ranunculum lacerum*, neque in *aconitifolio* observantur in ejusdem foliis nervi fere parallelo ordine dispositi, uti exhibent folia *pyrenaei*, quinimo venosa sunt, anastomoses praebent praeterquamquod sunt omnia quinata, lanceolata inciso-serrata, uti recte vocat immortalis Linnæus. Nihilotamen minus si repetitis experimentis seminationis ope constiterit unice varietatem esse alterutrius, recenseri meretur inter insigniores varietates stirpium *Pedemontii.*

RANUNCULUS platanifolius.

Ranunculus foliis palmatis levibus, incisis, caule erecto, bracteis linearibus. Linn. *mantiss.* 79.

Ranunculus montanus aconitifolio, albo flore majore. Tourn. *inst.* 290., Bauh. *pin.* 182.

Ranunculus albus apenninus, saniculae majoris folio. Barr. *ic.* 88. *n.* 3.

Nascitur in sylvis, & sylvaticis locis humidiusculis subalpinis.

Obs. Collatis speciminibus *Ranunculi platanifolii* cum *aconitifolio* primo intuitu differunt. Recte separavit Linnæus, separant Villarius, aliique.

RANUNCULUS sardous.

Ranunculus foliis radicalibus apii trilobis, fructu rotundo. Crantz. *fasc. austr.* 1. *p.* 111.

Ranunculus II. *species, vel sardous.* Cordi *hist. fol.* 119.

Ranunculus secundus. Bauh. *in* Mathiol. *fol.* 438.

Observavi florentem mense Majo in fossis profundis circa lacus *Eporediae*.

Obs. Jure separat CRANTZIUS a *RANUNCULO scelerato* L. Habitus certe idem, sed planta major, odore suo virulentior, ut sola inspectione speciminum non satis exsiccatorum oculi mei, & caput pessime afficerentur. *RANUNCULUS sceleratus* nascitur ad margines fossarum, locis inundatis, & paludosis. *RANUNCULUS sardous* in fossis profundis aqua plenis. Fructus in *scelerato* est oblongus citissime deciduus, in *sardoo* rotundus, & magis persistens.

DIDYNAMIA. GYMNOSPERMIA.

TEUCRIUM tomentosum.

Teucrium foliis crenatis tomentosis flavicantibus, floribus aureis. VILL. *Delph.* II. *p.* 352.

Polium montanum luteum. C. B. *pin.* 220., TOURN. *inst.* 206., GARID. 371.

Polium luteum Dalechampii. LUGD. 959.

Habeo inter meas stirpes, quas legi in comitatu *Nicaeensi*. Retulit quoque ex valle *Augustae Praetoriae* Cl. PACARD Medicinae Doctor, & Botanices cultor.

Obs. Caules magis tomentosi, quam in *TEUCRIO polio*. Calices intense flavi, uti sunt folia floribus proxima peculiarem characterem praebent, quo non aegre distingui potest a *TEUCRIO polio*.

MENTHA sativa.

Mentha floribus verticillatis, foliis ovatis acutiusculis serratis, staminibus corolla longioribus. LINN. *sp. pl.* 805. *Flor. Dan.* 794.

Mentha crispa verticillata. BAUH. *pin.* 227.

Mentha crispa verticillata, folio rotundiore. BAUH. *hist.* III. *p.* 215.

Nascitur secus *Duriam Taurinensem*, & passim vidi in collibus *Taurinensibus*.

ANGIOSPERMIA.

EUPHRASIA linifolia.

Euphrasia foliis linearibus, omnibus integerrimis, calicibus glabris. LINN. *syst. veg. ed.* 14. *p.* 550. GERARD. *Flor. Gallo-prov. p.* 283.

Euphrasia linifolia. COLUM. *ecphr.* II. *p.* 68. *tab.* LXIX.

Nascitur in collibus, locisque sylvaticis *Bargi Maxini*, *Moncrivelli* & totius provinciae *Canapiciensis*. Plurima quoque nascitur in sylvis inter *Buttilieram*, & *Ripam Cheriensem*, neque rara in montibus *Bovisii*. Floret constanter autumno.

OBS. Jure separant LINNAEUS, HALLERUS, aliique consumati Botanici ab *EUPHRASIA viscosa* foliis linearibus integerrimis, quae sunt ex lineari-lanceolata, & subdentata in *viscosa*, necnon constanti calicis glabritie.

† EUPHRASIA verna.

Euphrasia foliis ovato-lanceolatis, dentatis, bracteis flore longioribus. Osserv. Bot. p. 58.

Nascitur inter segetes prope *Duriam Taurinensem*, vulgarem deinde vidi in campis prope *Centallum*.

Obs. Differt *Euphrasia verna* ab *odontite*, ut *Euphrasia lutea* a *linifolia* L.

TETRADINAMIA. Siliculosa.

IBERIS nudicaulis.

Iberis herbacea foliis sinuatis, caule nudo simplici. Linn. *sp. pl.* 907.

Iberis foliis pinnatis, pinnis ovatis acutis. Hall. *hist. n.* 521.

Bursa pastoris minor. Bauh. *pin.* 108., Lobel. *ic.* 221., *Fl. Dan. tab.* CCCXXIII.

Legi ad latera viae publicae ab *Alice* ad *Cavalià*.

Siliquosa.

DENTARIA heptaphyllos Vill. *Delph.* III. *p.* 364.

Dentaria foliis pinnatis & digitatis. Gerard. *prov.* 356.

Dentaria foliis inferioribus septenis, superioribus quinis. Hall. *hist. n.* 469.

Nascitur abunde locis montanis, & subalpinis sylvaticis.

Obs. Revera differt a *pentaphylla* L., cujus folia ex eodem puncto constanter prodeunt; contra vero in *heptaphylla* sunt semipinnata.

MONADELPHIA. DECANDRIA.

GERANIUM fuscum.

Geranium pedunculis bifloris, oppositifoliis, geminis, caule patulo, petalis integerrimis. LINN. *mant.* 97.

Geranium foliis semiseptilobis, rugosis, dentatis, petalis planissimis, circumserratis, indivisis. HALL. *hist. n.* 935.

Reperi in pratis vallis *Pisii.* Simile specimen misit HALLERUS.

DIADELPHIA. DECANDRIA.

GENISTA scoparia.

Genista foliis simplicibus hirsutis, ramis decemangulatis cinereis. VILL. *Delph.* III. *p.* 420.

Habitat satis frequens in comitatu *Nicaeensi* locis montanis calidioribus. Nascitur etiam in rupibus *Limoni* a sole percussis.

OBS. Confundi non debet cum *SPARTIO purgante* LINNÆI. Non prostat in herbario Linnaeano ex auctoritate Cl. SMITHII.

* HEDYSARUM onobrichis.

VAR. Onobrichis incana foliis longioribus. BAUH. *prodr.* 149. *pin.* 350.

Nascitur in montibus vallis *Pisii.*

DORYCHNIUM herbaceum.

Dorychnium caule diffuso herbaceo. VILL. *Delph.* III. *p.* 417. *tab.* XLVII.

Frequentem esse in *Sabaudia* circa *Chamberium* auctor est Cl. VILLARIUS; ego vero pluries reperi in collibus *Taurinensibus*, in *Monteferrato*, & signatim locis sylvaticis *S. Sebastiani.*

Obs. Species videtur distincta a DORYCHNIO *Monspeliensium*, a quo differt caule constantissime diffuso herbaceo, foliis latioribus, uti video in planta culta, quae nullo modo praedictum habitum mutavit.

SYNGENESIA. POLYGAMIA AEQUALIS.

TRAGOPOGON porrifolium.

Tragopogon calicibus corollae radio sesquilongioribus, foliis integris strictis, pedunculis superne incrassatis. LINN. *sp. pl.* 1110., Fl. Dan. *tab.* 797.

Tragopogon purpureo-caeruleum porrifolio, quod artefi vulgo. TOURN. *inst.* 477., BAUH. *pin.* 274.

Tragopogon alterum, s. barba hirci altera. CAMER. *epit.* 313.

Nascitur in comitatu *Nicaeensi* observante D. BALBIS Colleg. Med. Taur. Socio, qui studium herbarum in deliciis habet, plurimumque colit.

SCORZONERA resedifolia.

Scorzonera foliis obtuse dentatis, caule prostrato, calycum apicibus tomentosis. LINN. *sp. pl.* 1113.

Tragopogon resedae minoris folio supinum. BARR. *ic.* 800.

Reperi circa *Augustam Praetoriam* locis sabulosis. Vidi etiam in valle *Segusina*, & prope arcem *Fenestrellarum*.

Obs. Meum specimen non differt a planta Barrelieri.

HIERACIUM saxatile.

Hieracium foliis subrotundis, integerrimis, caule subnudo, receptaculis hirsutis. Vill. *Delph.* III. *p.* 118. *tab.* XIX.

Pilosella saxatilis incana lutea. Bauh. *pin.* 263.

Auricula muris altera incana saxatilis frigidarum regionum. Col. *ecphr.* 290.

Habitat in monte *Cenisio* locis rupestribus.

HIERACIUM hybridum.

Hieracium foliis lanceolatis dentatis obscure villosis, caule subramoso rigido. Vill. *Delph.* III. *p.* 104. *tab.* XXIV.

Unice vidi in *Vallorsina* supra saxa secus torrentem *Courseille*. Cl. Villarius frequenter nasci affirmat in *Sabaudia*.

Obs. Meum specimen exacte respondet figurae Cl. Villarii, quae caulem exhibet uniflorum.

HIERACIUM andryaloides.

Hieracium foliis dense tomentosis, basi crispis, sinuatisve, caule patente. Vill. *Delph.* III. *p.* 121. *tab.* XXIX.

Hieracium profunde sinuatum pubescens. Bauh. *pin.* 129.

Nascitur in *Sabaudiae* montibus, unde attulit Cl. Dufresne, & Cl. Vibourg Artis veterinariae, & Botanices Lector Haffniensis.

* CREPIS nemausensis *Fl. Ped. tab.* LXXV. *f.* I.
Hieracium sanctum LINN.

OBS. Auctoritate Cl. ALLIONII refero ad hanc speciem insignem varietatem, quam dixeram *Crepidem* (bellidifoliam) *foliis ovatis subdentatis*, *petiolo membranaceo*, *scapo unifloro*, uti me docuerunt plura intermedia comparata specimina. Locis aridis variat caule breviore unifloro, bifloro, saepius nudo, interdum subfolioso, foliis ad radicem ovatis, lyratis, vel semipinnatis. In solo fertili ut plurimum correspondet tabulae a Cl. ALLIONIO datae *loco citato*. Culta vero multos ramos ex imo caule prodit foliósos, foliis semipinnatis. Jurè sejungenda a *HIERACII* genere, cum calices habeat in singulis varietatibus constanter caliculatos.

CACALIA albifrons.
Cacalia herbacea, *foliis cordatis biserratis acutis subtus tomentosis*, *stipulis oblongis rotundatis.* LINN. *suppl.* 353.
Cacalia tomentosa. JACQ. *Fl. Austr.* III. *p.* 20. *tab.* 235.
Nascitur in summis alpibus inter diffractos lapides locis humidiusculis montis *Cenisii*, *Ussey*, vallis *Pisii*, *Limoni*, & *Vinadii*.

POLYGAMIA SUPERFLUA.

† ARTEMISIA camphorata.
Artemisia foliis petiolatis, *palmato-multifidis linearibus*, *supremis simplicibus*, *calicibus angulosis*, *receptaculo hirsuto*. VILL. *Delph.* III. *p.* 244.

Nascitur frequenter in *Liguria* locis rupestribus; similibus locis reperi prope *Rocavion*, & copiosius in comitatu *Nicaeensi*.

OBS. Pro nova cive, & distincta specie habeo; confundi enim non potest cum ARTEMISIA *abrotano* L., cujus receptaculum est leve, rami florescentes virgati praeter odoris varietatem, tardiorem florescentiam, & flores grandiores. Cultura nunquam ARTEMISIA *camphorata* characteres essentiales amisit, licet laxiorem habitum acquisiverit. Verum *Abrotanum* nunquam vidi spontaneum in meis itineribus. Vero *Abrotano* certe caret Flora Delphinalis.

ERIGERON Villarii *tab.* IX.

Erigeron (atticum) *caule erecto*, *foliis oblongo-lanceolatis*, *trinervosis*, *floribus corymbosis*. VILL. *Delph.* III. *p.* 237.

Habui a Fratre *Paulo* CUMINO, qui reperit in montibus *Carthusiae* vallis *Pisii*, sed raro.

Radix fasciculata, fibris simplicibus, biennis. Caulis pedalis, striatus, fistulosus, leviter viscosus. Folia ad radicem oblonga, petiolo membranaceo, asperiuscula, intense viridia, tribus vel quinque nervis striata, obiter dentata. Folia caulina lanceolata, sessilia, integerrima. Ex caule flores prodeunt pedunculati, alterne dispositi, fere corymbosi. Calicis foliola hirsutula, viscosa, apice rufescentia; caeterum structura floris eadem, ac in *unifloro*, *alpino*, & *acri*, sed pro ratione plantae parvus initio florescentiae, post hanc intumescit, & grandior apparet.

OBS. Singularis, & distincta species, quae cultura nullam mutationem subivit. Nomen triviale mutavi quum non

satis constat, an sit planta a MORISONIO proposita sub sequenti nomine *Aster atticus caeruleus alpinus alter*. MORIS. III. *p.* 119., & *tab.* XXII., uti jure dubitat Cl. VILLARIUS.

† SENECIO tenuifolius.

Senecio corollis radiantibus, foliis omnibus pinnatis, pinnis linearibus, pedunculis corymbosis, caule erecto. JACQ. *Fl. Austr.* III. *tab.* 278., MURR. *syst. veg.* 758.

Observavi passim in *Monteferrato* locis cretaceis.

* SOLIDAGO minuta.

OBS. Hujus varietatem, aut speciem distinctam possideo lectam locis sylvaticis siccis, quam *rotundifoliam* dixi. Planta est uncialis fere altitudinis, folia habet rotundata, flores tres, vel quatuor magni, ut in *SOLIDAGINE minuta*.

* CHRYSANTHEMUM alpinum L.

OBS. Singularem varietatem, vel distinctam speciem retulit D. BALBIS ex proprio itinere per alpes *Vinadii* instituto, quae videtur

Leucanthemum pyrenaicum minimum multifido incano folio. TOURN. *hist.* 493.

ANTHEMIS altissima.

Anthemis erecta foliis pinnatis, pinnarum basibus denticulo reflexo asperis. LINN. *mant.* 474.

Chamaemelo affine Buphthalmum segetum altissimum. *Joh.* BAUH. *hist.* III. *p.* 120.

Non infrequens circa *Bovisium* inter segetes, tum in agris vallis *Pisii* prope *Carthusiam*.

POLYGAMIA FRUSTRANEA.

* CENTAUREA rhapontica.

OBS. Ad hanc speciem tamquam insignem varietatem refero CENTAUREAM *lyratam*, cujus habitus cum *rhapontica* convenit, & praesertim florescentia. Differt tamen foliis caulinis lyratis, vel semipinnatis subtus tomentosis, caule unifloro, quem multiflorum aliquando observavi in *rhapontica*. Similem varietatem quoque vidit celeberrimus VILLARIUS.

Nascitur in montibus *Limoni*.

CENTAUREA nudicaulis.

Centaurea calicibus setaceo-spinosis, (squamosis) *foliis indivisis, superioribus subdentatis, caule nudiusculo simplici*. LINN. *sp. pl.* 1300.

Centaurea calicibus squamosis, foliis radicalibus indivisis petiolatis, caule unifloro subnudo. GERARD. *Fl. Gallopr.* 187. *tab.* IX.

Carduus (cerinthefolius) *foliis elliptico-lanceolatis nitidis, caesiis, caulinis linearibus serratis, caule unifloro.* VILL. *Delph.* III. *p.* 24.

Nascitur in montibus vallis *Pisii* supra *Carthusiam* locis sylvaticis. Hanc novam civem debeo diligentissimo Botanices cultori Fratri *Mariae Hugoni* CUMINO Pharmacopolae expertissimo, qui me hortante alpes sibi proximas plantarum caussa attente perlustravit non sine emolumento, &

amplas collectiones ad me misit. Dolendum quam maxime quod vitae suae vices eum distrahant ab incepto curriculo studii herbarii, pro quo naturalem habet propensionem, easque dotes, quae eximium futurum Botanicum pollicentur.

Obs. Folia radicalia ovata, subciliata, in pagina posteriore primum subrubra postea glauca, caulina aliquando semipinnata.

Licet LINNÆUS definiat calices setaceo-spinosos in sua *CENTAUREA nudicauli*, attamen sub hoc nomine de planta GERARDI verba fecisse videtur, cum hanc ad suam referat. *CENTAUREAM* GERARDI ad *nudicaulem* LINNÆI referunt VILLARIUS, DE LA MARK, aliique.

POLYGAMIA SEGREGATA.

FILAGO montana.

Filago caule erecto diviso, floribus conicis, lateralibus axillaribus. LINN. *sp. pl.* 1311.

Gnaphalium caule erecto, ramoso, foliis brevissimis, glomeratis sessilibus dissitis prope summitatem positis. VILL. *Delph.* III. *p.* 194., HALL. *hist.* 1. *p.* 67. *n.* 155.

Inveni in collibus *Taurinensibus* prope vallem *S. Martini* locis argillosis siccis, alibique.

POLYGAMIA MONOGAMIA.

* JASIONE montana.

Obs. Insignem varietatem reperi in ericeris circa lacum *Mationi* proliferam floribus longe, & inaequaliter pedunculatis.

MONŒCIA. TRIANDRIA.

CAREX lobata.

Carex spica conglomerata ex 12 fere spiculis atrofuscis, subaristatis. VILL. *Delph.* II. *p.* 197.

Nascitur in summis alpibus minus frequens.

OBS. Non est CAREX *tripartita Fl. Ped. tab.* LXXXXII. *f.* 5.

CAREX repens.

Carex spica composita disticha nuda; spiculis oblongis sessilibus, infimis foemineis, supremis masculis, culmo triquetro.

Abunde nascitur secus torrentem dictum *Acqua d' or* locis arenosis, & sylvaticis a *Brandizzo* ad *Clavasium.*

Radix repens late se se propagans, uti CAREX *arenaria.* Folia radicalia angusta culmo longiora, carinata, extremitate retrorsum versa, asperiuscula in pagina inferiore. Culmus pedalis, vel bipedalis striatus, triqueter, superne nudus, ex quo erumpit spica ex pluribus spiculis sessilibus composita. Spiculae inferiores fœmineae tres, vel quatuor, alternae, inter se distinctae, oblongae, basi bracteatae, bractea spadicea aristata spiculis breviore; superiores masculae invicem appressae ab octo ad decem. Capsulae acutae, margine spadiceo; semina triquetra, de more generis.

OBS. Differt a CARICE *arenaria* LINNÆI quum haec habeat spiculas omnes androgynas compactas, & singulas foliolo proprio instructas spiculis longiore, uti exhibet icon satis bona MICHELII *gen. plant. tab.* XXXIII. *fig.* 4. Non videtur CAREX

disticha HUDSONII *Fl. Angl. p.* 347., a qua etiam differt spiculis oblongis, non ovatis, bractea spiculis breviore, nec longiore, uti observo in specimine CARICIS *distichae* quod habeo a Cl. VIBOURG. An est CAREX *spicata* POLLICHII *Palat. p.* 562. *n.* 875.? At Cl. MERZIUS in dissertatione inaugurali de CARICIBUS quibusdam medicinalibus Sarsaparillae succedaneis *Erlangae* edita anno 1784., refert CARICEM *spicatam* POLLICHII ad *disticham* HUDSONII. CAREX *disticha* & *spicata* nascuntur in locis paludosis; CAREX *repens* amat loca arenosa, uti CAREX *arenaria*. Caeterum descriptio a celeberrimo POLLICHIO data *loco citato* vix dissentit a nostra *repente*, si excipias spiculas fœmineas, quas describit subrotundo-ovatas. In CARICE *repente* spicae fœmineae sunt fere semper distinctae a masculis; vidi tamen sed raro ultimas fœmineas in summitate spiculae habere aliquos flosculos androgynos. Cl. LEERSIUS in *Flora Herbronensi* iconem exhibet tab. XIV. fig. 2. I., quae meam CARICEM *repentem* satis apte repraesentat, excepta bractea imae spiculae, quam hac longiorem facit; animadvertere juvat iconem LEERSII spectare ad plantam florentem, nondum seminibus fœtam, e contra in *repente* spiculae maturae oblongae sunt. Cl. LEERSIUS suam plantam proposuit pro CARICE *arenaria* LINNÆI, sed ab hac revera differre jam monuit Cl. MERZIUS in sua dissertatione.

CAREX loliacea.

Carex spiculis subovatis, sessilibus, remotis, androgynis, capsulis ovatis teretiusculis muticis divaricatis. LINN. *sp. pl.* 1382.

Nascitur in valle *Pisii* prope *Carthusiam* locis humidiusculis. Habui etiam à D. VIALE ex montibus *Limoni.*

* CAREX nigra.

Obs. Licet distincta species videatur ab *atrata* L., ab hac tamen reapse specie non differre puto, cum observaverim ea proportione, qua CAREX *atrata* nascitur in pratis siccis, locisque alpinis elatioribus spicas praebere brevius pedunculatas, suberectas, in summis vero alpibus omnino sessiles.

MONŒCIA. TETRANDRIA.

BETULA viridis.

Betula foliis acute serratis subrotundis, caule arbusculo. VILL. *Delph.* III. *p.* 789.

Alnus alpina minor. BAUH. *pin.* 428.

Nascitur in alpinis *di Ussey*, *Subaudiae* locis humidis, & sylvaticis.

BETULA incana.

Betula foliis incanis ovatis, acutis biserratis, stipulis lanceolatis, amentis spicatis. LINN. *suppl.* 417.

Alnus foliis mucronatis acute serratis subtus lanuginosis. HALL. *hist. n.* 1361.

Alnus incana & hirsuta. BAUH. *pin.* 428.

Nascitur locis montanis & subalpinis frigidis.

MONŒCIA. POLYANDRIA.

CERATOPHYLLUM submersum.

Ceratophyllum foliis dichotomis trigeminis, fructibus muticis. LINN. *sp. pl.* 1409.

Hydroceratophyllum folio laevi octo cornibus armato. VAILL. *Paris. tab.* 11. *fig.* 2.

Vidi in fossis profundioribus circa lacum *Aselii*, & in lacu *Moncrivelli*. Nascitur etiam in finitimis *Sabaudiae*, observante Cl. VILLARIO, qui reperit in fossis prope pontem *de Beauvoisin*.

DIŒCIA. DIANDRIA.

SALIX Pontederae.

Salix foliis duris oblongo-lanceolatis, serrato-glandulosis, inferne glaucis, julis oblongis, basi foliosis. VILL. *Delph.* III. *p.* 766. *tab.* L. *n.* 8.

Vidi in sylvaticis montis *Cenisii* secus lacum. Misit ex alpibus *Limoni* D. VIALE.

SALIX daphnoides.

Salix foliis elliptico-acuminatis, subserratis, inferne glaucis, superne nitidis, julis brevibus, dense tomentosis. VILL. *Delph.* III. *p.* 765. *tab.* L. *n.* 7.

Nascitur in valle *Pisii*, & in montibus *Limoni*; observavi etiam secus viam montis *Cenisii* in pratis. *Arbor.*

Polygamia. Monoecia.

* HOLCHUS arenarius. All. *auct. p.* 46.

Obs. Huc spectat *Alopecurus litoreus*, uti me docuerunt posteriores observationes in viva planta institutae. Planta spontanea spicam habet graciliorem, subovatam, & breviorem.

† VALANTIA Pedemontana *tab.* VII.

Valantia floribus masculis subquadrifidis, foliis quaternis ovalibus hirsutis, pedunculis aphyllis paucifloris. Osserv. Bot. *pag.* 61.

Galium Pedemontanum. All. *auct. pag.* 2.

Nascitur locis sterilibus *Pedemontii.* Planta annua; floret Martio & Aprili.

ACER opulifolium.

Acer foliis quinquelobis subrotundis obtuse dentatis, fructibus cymosis. Vill. *Delph.* III. *p.* 802.

Jamdudum observavi sponte nasci in comitatu *Nicaeensi* in rupibus a *Fontan* ad *Saurgium.* Nascitur quoque in *Sabaudia* observante D. Dufresne.

Obs. Conferatur descriptio Cl. Villarii, qui differentias specificas exacte adnotavit, & a proximis speciebus sejunxit.

CRYPTOGAMIA.

FILICES.

ASPLENIUM viride.

Asplenium fronde pinnata, pinnis subrotundis basi truncatis. HUDS. *Fl. Angl. p.* 385.

Trichomanes costa viridi. D. LHUWD.

Trichomanes minus & tenerius. MORIS. III. *sect.* 14. *tab.* III. *f.* 11.

Trichomanes ramosum. BAUH. *hist.* III. *p.* 755., RAII. *synops.* 119.

Trichomanes fœmina. GER. *Em.* 1146.

Passim reperi in alpibus inter saxorum rimas.

OBS. Specimina misit ex *Anglia* celeberr. SMITH, quae omnino congruunt cum mea planta.

* POLYPODIUM limbospermum. ALL. *auct. p.* 49.

Polypodium (pterioides) *frondibus bipinnatis, alis sursum arcuatis, foliolis obtusis subtus margine punctatis, superne venulis simplicibus novem percursis.* VILL. *Delph.* III. *p.* 841.

Filix alpina glabra non ramosa elegans, pinnulis retusis non dentatis, & juxta margines pulverulentis. TILL. *Hort. Pis.* 62.

Filix pyrenaica neque ramosa, neque dentata. TOURN. *herb.* ex fide VILLARII.

Nascitur abunde in monte *Pessimaltae*, vulgo *Bissimauda* supra *Bovisium* ad radices sylvarum, ubi primus detexi. Misit ex montibus circa *Carthusiam* vallis *Pisii* Frater *Hugo Maria* CUMINUS. Nasci etiam in *Sabaudia*, & signatim prope *Chamonix* testis est oculatus Cl. VILLARIUS.

Obs. Pro singulari, & distincta specie habui, quam etiam recognovit doctissimus Auctor Florae Pedemontanae. Planta dubii generis accedit ad *PTERIDEM* fructificationibus marginalibus, fere confluentibus, margine retroverso, uti observo in pluribus individuis. Globuli nullum habent anulum, qualem video in variis *POLYPODII* speciebus. Radix caespitosa pluribus fibris nigricantibus arcte connexis contexta. Stipites basi paleacei paleis rufescentibus. In planta juniore foliola obiter dentata. Puncta fructificationis marginem non attingunt, inter se distincta, in adulta confluunt, & lineam marginalem referunt margine retroverso, ut foliola integra videantur. Foliolorum pagina superior foveolis depressa totidem, quot sunt fructificationes in inferiore; has lineas vocat Cl. VILLARIUS. Pinnae inferiores magis inter se distant, subalternae; quae sequuntur, sibi proximae, & oppositae. A *POLYPODIO limbospermo* differre puto *POLYPODIUM montanum* VOGLERI, quod est *POLYPODIUM oreopteris* HERART. *crypt. dec.* 3., DIKSON. vol. I. *trans. Soc. Linn. Lond. p.* 181. Juvat interim discriminis notas recensere, quas exhibet *POLYPODIUM oreopteris* HERART, cujus specimen retulit ex *Londino* Cl. JACQUINIUS filius, qui humanissime mihi communicavit. *POLYPODII oreopteris* frons est bipinnata, foliola oblonga obtuse dentata, dentibus rotundatis, decursive pinnata. Fructificationes

marginem foliolorum exacte ambiunt, rariores, grandiores, & anulo instructae. Foliola non retroversa etiam in planta dulata, ut optime notat Cl. DISKON *loco citato*; in pagina superiore nulla linea, vel foveola apparet etiam vitro adhibito; omitto folia esse magis compacta, non pellucida, aliasque laevioris notae differentias.

POLYPODIUM Villarii.

Polypodium frondibus bipinnatis, alis horizontalibus, foliolis serratis, dentibus aristatis saepe bifidis. VILL. *Delph.* III. *p.* 843.

Reperi inter diffractos lapides a planitie *S. Nicolai* ad scalam montis *Cenisii.*

OBS. Non videtur *POLYPODIUM fragrans* LINN. cum nostra planta non habeat foliola conferta, ejusque frons sit evidenter bipinnata. Nullum odorem *RUBI idaei* praebet. Est certe planta VILLARII. Pinnae constanter alternae, globuli in foliolorum parte aversa utrinque in seriem linearem dispositi confluunt anulo reniformi ferrugineo instructi. Foliolorum margo paullisper retrovertitur, eorumque pagina superior superficiem habet non undique planam.

POLYPODIUM aristatum.

Polypodium frondibus subtripinnatis, pinnulis utrinque serratis. MULLER. *Fl. Fridisch.* II. *p.* 845. *tab.* 11. *f.* 4.

Polypodium pinnulis pinnatis, lobis semipinnatis, dentatis, aristatis. HALL. *hist. n.* 1705.

Thelipteris minor, pinnulis argute denticulatis, & molliter spinosis. AMMAN. *p.* 301 *tab.* XXIII.

Nascitur non infrequenter in sylvaticis umbrosis alpium. Copiose reperi in sylva prope lacum montis *Cenisii*.

PTERIS cretica.

Pteris frondibus pinnatis, pinnis oppositis lanceolatis serratis basi angustatis, infimis subtripartitis. LINN. *syst. veg. edit.* 13. *p.* 782.

Lingua cervina foliis costae innascentibus. TOURN. *inst.* 544. *tab.* 321.

Hemionitis multifida. BAUH. *pin.* 364.

Phyllitis ramosa. ALPIN. *exot.* 67. *fig.* 66.

Filix cretica minor non ramosa. MORIS. *hist.* III. *p.* 173. *sect.* 14. *tab.* 1. *f.* 16.

Raram stirpem, novamque civem detexit in vallecula umbrosa agri *Nicaeensis* Cl. DE SUFFREN, a quo iconem obtinui satis exactam, sicca specimina, & plantam vivam, quam in horto colo. Vidit etiam in sylvaticis umbrosis *Tendae*.

MUSCI.

BRYUM imberbe.

Bryum antheris erectis ore dilatatis, foliis carinatis. HUDS. *Fl. Angl.* 309.

Bryum tenue imberbe pallidum foliis crebrioribus. DILL. *musc.* 382. *tab.* XXXXVIII. *fig.* 46.

Nascitur in sylvis collium *Taurinensium*.

HYPNUM aquaticum.

Hypnum surculis procumbentibus submersis, *foliis linearibus*, *acuminatis recurvis*, *secundis*, *antheris oblongis*. JACQ. *Fl. Austr. tab.* 290., MURR. *syst. veg.* 951.

Hypnum nigrescens. VILL. *Delph.* III.

In rivulis vallis *di Viù* prope *Ussey*.

HYPNUM clavatum. Nob.

Hypnum caulibus teretibus, *clavatis*, & *filescentibus*. HALL. *hist. n.* 1763.

Reperi locis humidiusculis in *Sabaudia* secus viam a *Mouthiers* ad *Pralognan*. Misi olim ad HALLERUM.

HYPNUM alopecurum.

Hypnum surculo erecto, *ramis fasciculatis terminalibus*, *subdivisis*, *antheris subnutantibus*. LINN. *syst. nat.* 951.

Hypnum dendroides obscurius setis, & *capsulis brevioribus subnutantibus*. DILL. *musc. p.* 317. *tab.* XXXXI. *f.* 49.

Muscus squammosus alopecuroides flagellis recurvis. VAILL. *Paris. p.* 13. *tab.* XXIII. *f.* 5.

Legi in sylvis collium *Taurinensium*, & agri *Canapicii*.

ALGÆ.

JUNGERMANNIA ciliaris.

Jungermannia surculis repentibus foliolis duplicato-imbricatis, *inferne auriculatis*, *ciliatis*. LINN. *sp. pl.* 1601.

Lichenastrum filicinum pulchrum villosum. DILL. *musc. p.* 503. *tab.* LXXIII. *f.* 35.

Reperi in sylvis *Tettonoer* dictis prope *Vallorsinam* apud altos *Faucunates Allobrogum*.

JUNGERMANNIA furcata.

Jungermannia furcata acaulis, fronde lineari-ramosa, extremitatibus furcatis, obtusiusculis. Linn. *sp. pl.* 1602.

Jungermannia caespitosa, foliis ligulato-multifurcatis hirsutis pallidis. Vill. *Delph.* III. *p.* 926., Dill. *musc. tab.* LXXIV. *f.* 5.

Inveni in monte *Cenisio* locis humidiusculis.

ANTHOCEROS punctatus.

Anthoceros frondibus indivisis, sinuatis, punctatis. Linn. *syst. veg.* 956.

Anthoceros minor foliis magis carinatis, atque eleganter crenatis subtus incurvatis. Mich. *nov. gen. pl.* 11. *tab.* VII. *fig.* 2.

Anthoceros foliis minoribus magis laciniatis. Dill. *hist. musc. p.* 476. *tab.* LXVIII. *fig.* 1.

Reperi ad margines agrorum *Ciliani* secus fossas regione dicta *il Moletto.*

Obs. Fructificationem vidi mense octobri. Similia specimina misit ex agro *Romano* dilectissimus amicus *Martinus* Vahl Professor Botanices Haffniensis, cui multum me debere profiteor ob multa suae erga me humanitatis testimonia.

SPHÆROCARPOS Michelii.

Sphaerocarpos terrestris minima. Mich. *gen. pl. tab.* IV.

Vidi autumno in fossis agri *Ciliani* cum praecedente.

Obs. Genus retineo ab exactissimo, & oculatissimo Michelio statutum, cujus fructus est sphaericus, unicapsularis, seminibus nullis filamentis interceptis repletum, & conditum in centro cujusdam vasculi vesicae modo inflati foliorum superficie undique superpositi, & affixi. Vid. Mich. *gen. pl. p.* 4. *tab.* III. Plantula brevis aevi glomeratim nascitur. Tota ejus superficies undique punctis minimis viridibus referta.

† RICCIA minima.

Riccia frondibus glabris, bipartitis, acutis. Linn. *sp. pl.* 1605.
Riccia minima nitida segmentis angustioribus acutis. Mich. *gen. pl. p.* 107. *tab.* LVII. *f.* 6.

Reperi ad litora *Padi* prope pontem *Montiscalerii*. Vidi etiam in valle *Pisii* supra *Carthusiam* locis humidis.

LICHENES. A. Leprosi Tuberculati.

* Sessiles.

LICHEN limitatus. Scop. *Fl. Carn.* II. *p.* 363. *n.* 1370.
Lichen leprosus tuberculis nigerrimis planis, lineis atris repandis. Hoffm. *p.* 29., Vill. *Delph.* III. *p.* 997. *n.* 140.

Nascitur passim supra cortices arborum.

LICHEN argillaceus.
Lichen leprosus obscure luteus, tuberculis extus nigris, intus ex rubro-fulvis.

Reperi locis argillosis prope *Grosso* circa finem autumni cum Lichene *ericetorum*.

Crusta subtilissima argillae concolor late expansa, supra quam tubercula prominent saepe solitaria subplana, aliquando aggregata, quorum superficies exterior nigra apparet, rugosula, qua diffracta, color in rubro-fulvum mutatur.

LICHEN fusco-ater.

Lichen leprosus fuscus, tuberculis atris. LINN. *sp. pl.* 1607.

Habeo ex monte *Cenisio.*

LICHEN atro-albus.

Lichen leprosus niger tuberculis albis. LINN. *sp. pl.* 1607.

Lichen leprosus niger, tuberculis atro, alboque mixtis. LINN. *syst. veg. ed.* 1. *p.* 805.

Nascitur in summis alpibus supra saxa.

LICHEN confluens. WEB. *spic.* 180. *tab.* 1. *f.* 2.

Lichen crustaceus tessellatus, cinereo-fuscus, punctis atris, aggregatis prominentibus. VILL. *Delph.* III. *p.* 991.

Supra saxa in monte *Cenisio* non rarus.

OBS. Puncta juniora solitaria, immersa, aetate majuscula fiunt convexa, tandem confluunt, & saepius latas maculas efficiunt. WEB. *loc. cit.* Varietates habeo crusta albida, ex cinereo-flava, & aurantiaca.

LICHEN sanguinarius.

Lichen cinereo-virescens, tuberculis atris. LINN. *mant.* 507.

Reperi supra muscos, & ligna putrida in monte *Cenisio.* Simile specimen misit Cl. VAHL.

LICHEN muscorum. WEB. *spic. p.* 183.

Lichen crustaceus incanus, tuberculis atris convexis. LINN. *jun. diss. meth. musc. p.* 36.

Lichen crusta farinosa, tuberculis atris. HOFFM. 32., VILL. *Delph.* III. *p.* 990.

Reperi supra muscos in monte *Cenisio.*

OBS. LICHEN *mucoriformis* SCOP. non videtur differre, eique valde affinis LICHEN *sanguinarius* LINN.

LICHEN lacteus.

Lichen leprosus albus, tuberculis concoloribus hemisphaericis. LINN. *mant.* 132., VILL. *Delph.* III. *p.* 1001. *n.* 149.

Nascitur supra cortices arborum in *Sabaudia* observante D. DUFRESNE Med. Doct. & optimo Cl. VILLARII discipulo, cui debeo plures cives praesertim ex cryptogamicis, quas industrius Vir circa *la Tour* apud *Faucunates*, & in variis montibus *Sabaudiae* sollicite legit, mihique humanissime communicavit.

OBS. Affinis certe LICHENI *fagineo* L., sed reapse differt, uti optime notat Cl. VILLARIUS.

LICHEN flavus. Nob.

Lichen saxatilis, crusta verrucosa flava, scutellis concoloribus. HALL. *hist.* III. *n.* 2058.

Nascitur supra saxa in *Sabaudia.*

OBS. Tota crusta rimosa, tuberculosa, tuberculis intense flavis; inter rimas alia tubercula adstant minus flava convexiuscula absque margine, dum alia observo marginata, plana margine concolori.

LICHEN corallinus.

Lichen leprosus ramosus teres, fasciculatus, fastigiatus confertissimus albus. LINN. *mant.* 131., WEB. *spic.* 201., VILL. *Delph.* III. *p.* 949. *n.* 38.

Coralloides corallii minimi facie. DILL. *musc. tab.* XVII. *f.* 36.

Reperi in rupibus schisteis supra *Montpanté.*

LICHEN rosaceus.

Lichen leprosus tuberculis niveis nigro-punctatis. Fl. Dan. *tab.* 825. *f.* 1.

Frequens supra corticem ulmi extra Portam novam *Augustae Taurinorum* secus ambulacra ad Hortum R. Botanicum.

OBS. Peculiaris structura peculiarem meretur considerationem. Tubercula exterius alba punctata primum rotunda, dein aetate aperiuntur, & pulverem nigrum continent adinstar *LYCOPERDI.* Non videtur pertinere ad *SPHÆRIÆ* genus, cum non penetret substantiam corticis.

** STIPITATI.

LICHEN fungiformis.

Lichen crustaceus cinereo-viridis, tuberculis stipitatis fuscis. SCOP. *Fl. Carn.* II. *p.* 360. *n.* 1364., WEB. *spic. p.* 196.

Coralloides fungiforme saxatile, pallide fuscum. DILL. *musc. p.* 78. *tab.* XIV. *f.* 4.

Fungus omnium minimus turbinatus. BOCC. *mus.* II. *p.* 15[illegible] *tab.* X.

Ex *Sabaudia* attulit D. DUFRESNE.

Obs. Species reapse distincta a *Lichene ericetorum* stipitato. Stipites in meo specimine compressiusculi, & duobus capitulis instructi.

B. Leprosi scutellati.

LICHEN exanthematicus.

Lichen leprosus, cinereus, scutellis minutissimis carneis immersis in crustae foveolis albis. Smith. *vol.* I. *trans. soc.*, Linn. *p.* 81. *tab.* iv. *f.* 1. Icon optima.

Lichen (volvatus) *saxatilis decoloratus, punctis stellatis, solitariis, bulbulo deciduo includentibus.* Vill. *Delph.* III. *p.* 998. *tab.* lx.

Habitat in *Sabaudia.* D. Dufresne.

LICHEN immersus. Web. *spic.* 188.

Lichen crustaceus, scutellis immersis concavis. Scop. *Fl. Carn. edit.* 1. *p.* 84. *n.* 21.

Lichen scutis in saxum immersis, nigris. Hall. *hist.* III. *p.* 101. *n.* 2076.

Habitat supra saxa prope *Supergam* in collibus *Augustae Taurinorum.* Reperi etiam in rupibus alpium *di Ussey.*

LICHEN Oederi. Web. *spic. n.* 182.

Lichen leprosus ruber, tuberculis nigris. Oed. *Fl. Dan. tab.* lxx. *f.* 1.

Nascitur prope *Chamonix* supra saxa. D. Dufresne.

Obs. Species dubii ordinis; habet enim fructificationes juniores, quae scutellam referunt marginatam margine cru-

stae concolori; adultae expanduntur in planam, & rugosam superficiem emarginatam.

LICHEN ocellatus.

Lichen tartareus, colliculoso-granulosus albus, peltis nigris planis marginatis. VILL. *Delph.* III. *p.* 998. *tab.* LV.

Habitat rupes calcareas, signatim abunde inveni ad basim rupis *S. Michaëlis* in valle *Segusiana.*

OBS. Affinis *LICHENI immerso*, at differt crusta non adeo rimosa, sed colliculosa, peltis non omnino immersis. Peltae primum puncta nigricantia referunt, aetate dilatantur, superficiem habent concavam nigram margine crasso albo crenulato. An superficies colliculosa, quam exacte consideravit Cl. VILLARIUS in hac specie, debetur potius inaequalitati superficiei corporum subjectorum? Certe observavi hanc speciem crusta plana granulosa, dum nascitur supra saxa, quae nullam habent prominentiam, vel inaequalitatem.

LICHEN scruposus.

Lichen crustaceus cinereus, granosus, scutellis immersis, atris margine crenato. HOFFM. *p.* 41., VILL. *Delph.* III. *p.* 989.

Lichen crusta tenace alba, scutellis sessilibus atris. HALL. *hist.* III. *n.* 2051.

Reperit Cl. DUFRESNE supra lapides.

LICHEN polygonius.

Lichen tenuiter crustaceus, tesselatus, cinereus, poro uno, tribusve notatis. VILL. *Delph.* III. *p.* 995. *n.* 135. *tab.* LV.

Nascitur supra lapides in *Sabaudia*.

LICHEN cupularis. HOFFM.?

Lichen crusta tenuissima inseparabili, subcarnea, scutellis sanguineis. HALL. *hist.* III. *p.* 101. *n.* 2073.

Reperit supra rupes calcareas in *Sabaudia* circa *Turrim* Cl. DUFRESNE.

LICHEN gelidus.

Lichen crustaceus albicans peltis tuberculosis rugosis testaceis. LINN. *mant.* 133.

Frequens in summis alpibus. Saxatilis.

OBS. Planta polymorpha; habeo enim plura specimina lecta in monte *Cenisio*, quae vel nullam crustam evidentem habent, vel vix sensibilem, dum tota superficies conflata est peltis tuberculosis, uti describit LINNÆUS. Vidi alia individua crusta foliaceo-imbricata peltis marginatis concoloribus tectis, qualia in suo *LICHENE gelido* describit VILLARIUS. *Lichen sessilis scutellis sordide virentibus oris albis.* HALL. *hist.* III. *n.* 2057. vix differre videtur. Hic vulgaris est supra muros, & supra saxa in collibus *Taurinensibus*, alibique.

LICHEN parellus.

Lichen crustaceus albicans, peltis concavis, obtusis pallidis. LINN. *mant.* 132.

Lichenoides leprosum tinctorium, peltis concavis obtusis pal-
lidis. DILL. *musc. p.* 130. *tab.* CLXXXI. *f.* 10.
Parelle d' Auvergne. TOURN. *it.* 233.

Nascitur in monte *Mole Sabaudiae*. Terrestris & saxatilis. D. DUFRESNE.

LICHEN Dufresni.

Lichen leprosus cinereo-albidus, scutellis carneis, margine crenato albicante.

Lichen crustaceus, farinaceus, arboribus adnascens verrucosus candidus, receptaculis florum rufescentibus. MICH. *gen. pl. p.* 96. *n.* 2.?

Reperit D. DUFRESNE in *Sabaudia* supra corticem *Fraxini*.

OBS. Species videtur distincta, cujus nomen triviale Cl. Inventori dicavi in grati animi testimonium.

LICHEN rufescens.

Lichen crustaceus lividus, scutellis minutis rufis. Fl. Dan. *tab.* 825. *f.* 2.

Reperi promiscue cum LICHENE *rosaceo* supra cortices ulmorum secus ambulacra *Regii Valentini*.

LICHEN aurantiacus. VAHL. *Fl. Dan. tab.* 955.

Lichen leprosus albido-cinereus, scutellis aurantiacis. HOFFM. *p.* 45. HUDS. *Fl. Angl.* 528.

Supra lapides in collibus *Augustae Taurinorum* detexit Cl. DUFRESNE, necnon in *Sabaudiae* rupibus.

C. Imbricati.

* Tuberculati.

LICHEN pelciphyllos.

Lichen subimbricatus foliolis orbiculatis, lobatisve rubris, margine albo, tuberculis nigris.

Reperi in monte *Cenisio*, & in alpibus *Ussey* locis arenosis. Ex alpibus vallis *Pisii* misit Frater Cuminus. Retulit ex alpibus maritimis Cl. Balbis. Simile specimen absque tuberculis habeo a Cl. Vahl lectum in regno *Tunetano*.

Singularis species, cujus foliola passim solitaria, saepius subimbricata peltae figuram referunt, vel in lobos expanduntur in pagina superiore lateritii coloris circa marginem subtus alba. Inter foliorum interstitia tubercula subrotunda nigra satis copiose erumpunt.

Obs. Huc spectat *Lichen dispermos*. Vill. *Delph.* III. *p.* 994. *tab.* LV.

LICHEN squamosus.

Lichen crustaceus squamato-imbricatus, tuberculis nigris. Vill. *Delph.* III. *p.* 966.

Lichen pulmonarius saxatilis, viridis, foliis vix conspicuis squamatim sibi incumbentibus, receptaculis nigris. Mich. *gen. pl. p.* 101. *tab.* LIV. *f.* 4.

Reperi non infrequenter inter saxorum rimas locis montanis, & alpinis.

LICHEN candidus WEB. *spic.* 193.

Lichen saxatilis undatus albissimo villo tectus, scutellis atris. HALL. *hist.* III. *n.* 2028.

Reperi in valle *Segusiana*, in monte *Cenisio*, & in alpibus *Ussey* inter saxorum fissuras.

OBS. Folia per aetatem candorem fere amittunt, & subfusca evadunt. Tubercula sensim in veras scutellas transeunt, quales descripsit immortalis HALLERUS.

** SCUTELLATI.

† LICHEN lentigerus. WEB. *spic. p.* 192. *tab.* III.

Lichen crustaceus, albicans, sublobatus, scutellis albo-marginatis, aetate flavescentibus. LINN. *jun. dis. musc. p.* 36., MURR. *syst. veg.* 958.

Reperi circa *Verton* supra arenam. Habeo etiam lectum in valle *Pisii*, & *Vir*. Simile specimen misit D. VAHL, quod legit in agro *Tunetano*.

OBS. Huic certe affinis LICHEN *crustaceus sulphureus, peltis carneis*, quem etiam habeo a Cl. VAHL lectum in agro *Tunetano*. Ab hoc omnino non differunt specimina, quae reperi in rupibus gypseis prope *Monticello* in valle *Tanari*. Habitus foliaceus idem, at in *lentigero*, sed totus sulphureus. Fructificationes primum tubercula referunt, aetate in peltas mutantur marginatas, margine etiam sulphureo. An satis differt a LICHENE *friabili* VILL., & LICHENE *flavescente* JACQ. *misc. vol.* 2. *p.* 79. *tab.* 9. *f.* 1.?

LICHEN friabilis. VILL. *tab.* LV.

Lichen friabilis obtuse lobatus, scutellis fuscis. HALL. *hist.* n. 2027.

Lichen pulmonarius terrestris ex albo luteus, friabilis, scutellis fuscis. HALL. *enum. p.* 81. *n.* 87.

Lichen pulmonarius saxatilis, farinaceus, sulphureus, & mollior, receptaculis florum ex rubro aureis. MICH. *gen. pl. p.* 95. *n.* 16.

Reperi circa lacum montis *Cenisii* supra scopulos gypseos decompositos.

LICHEN caespitosus.

Lichen imbricatus, cinereo-virescens, sublobato margine, albo, tuberculis carneis lentiformibus saepe congestis. VILL. *Delph.* III. *p.* 976. *tab.* LV.

Lichen cartilagineus scutellis congestis cervinis, fronde brevi rotunde lobata. HALL. *hist.* III. *n.* 2009.

Lichenoides cartilagineum, scutellis fulvis planis. DILL. *musc. tab.* XXIV. *f.* 74.

Misit ex montibus *Limoni* D. VIALE.

OBS. Non videtur differre a *LICHENE crasso* HUDS. *Fl. Angl.* cujus specimina habeo a Cl. VAHL. Singularis species more *LICHENUM umbilicatorum* saxis in centro adhaeret, dum reliqua pars est omnino libera. An *LICHEN* (chrysoleucus) *imbricatus, foliolis lobatis, obtusis, supra pallide sulphureis, subtus atro-viridibus, scutellis aureis* SWITH. *trans. soc. Linn. Lond.* I. *p.* 82. *tab.* IV. *f.* 5. satis differt a *LICHENE caespitoso?* Facies certe eadem, at hujus frondes undique arcte saxis adhaerent, uti me docent spe-

cimina, quae legi in monte *Cenisio*, & innuere videntur tabula, & descriptio a Cl. SMITHIO data. LICHEN *rubinus* Cl. LA MARK, & VILLARII accedit ad LICHENEM *chrysoleucum*, si vere differt.

LICHEN cinnabarinus. Nob.

Lichen fronde calcaria pulposa, miniata, laciniata, lobis linearibus. HALL. *hist.* III. *p.* 93. *n.* 2022.

Lichenoides tenuissimum, scutellis exiguis miniatis. DILL. *musc. p.* 175. *tab.* XXIV. *f.* 58.

Lichen miniatus. HOFFM. *p.* 64. *tab.* LXII. Bonum nomen! at jam receptum pro alia specie.

Copiose nascitur in monte *Cenisio* supra lapides, & muros vetustos.

OBS. Species distincta a LICHENE *parietino* VILL., & *candelario* LINN. Differre etiam putat Cl. WEBER. Peltae concavae, marginatae concolores. Tota planta colorem habet cinnabarinum.

LICHEN intestiniformis.

Lichen saxatilis, ramis prostratis, compresso-teretibus, articulato-depressis intestiniformibus. VILL. *Delph.* III. *p.* 947.

Legi in monte *Cenisio* supra lapides, nec rarus locis montanis.

LICHEN fahlunensis.

Lichen imbricatus, foliolis linearibus dichotomis, planiusculis, acutis, nigris; scutellis atris. LINN. *sp. pl.* 1610.

Nascitur in monte *Cenisio*, locis rupestribus elatioribus.

LICHEN encaustus.

Lichen imbricatus, foliolis linearibus dichotomis: supra albis nitidis: subtus nigris opacis; scutellis badiis. SMITH. *trans. soc. Linn.* I. *p.* 83. *tab.* IV. *f.* 6.

Nascitur in rupibus alpinis *Sabaudiae*, in summitate montis *Montanvert* prope *Chamonix*.

D. FOLIACEI.

LICHEN saturninus. DICHS. *crypt. fasc.* 2. *p.* 21. *tab.* XXVI.

Lichen foliaceus membranaceus lobatus atro-virens: subtus villosus pallidus, scutellis atro-ferrugineis sparsis. SMITH. *trans. soc. Linn.* I. *p.* 84., DICHS. *crypt. fasc.* 2. *p.* 21. *tab.* VI. *f.* 8.

Habitat in truncis arborum *Sabaudiae*.

† LICHEN cucullatus.

Lichen foliaceus, erectus, laciniatus, albus, scutellis posticis cucullatis. SMITH. in epist. *Osserv. Bot.* 54., *trans. soc. Linn.* I. *p.* 84. *tab.* IV. *f.* 7.

Inter vaccinia circa lacum montis *Genisii* detexit oculatissimus amicus *Odoardus* SMITHIUS, unde alia specimina postea obtinui.

OBS. Non est varietas *LICHENIS nivalis*, a quo differt evidentissime scutellis posticis cucullatis. Scutellae *LICHENIS nivalis* sunt anticae, oblongae, & crenulatae, uti exhibet icon VILLARII *tab.* LV. Scutellae in *cucullato* per aetatem dehiscunt, & fulvum colorem amittunt.

LICHEN crocatus.

Lichen foliaceus margine pulverio flavo, LINN. *mant.* 310.
Lichen foliaceus flavus, *marginibus undulatis pulverulentis*, *nigris punctis aspersis*. VILL. *Delph.* III. *p.* 954.

Legi in monte *Cenisio* versus *Lanslebourg* supra cortices *Pini*.

LICHEN tiliaceus.

Lichen imbricatus, *foliolis sinuatis laevibus cinereo-albidis*, *scutellis badiis*, *margine albido laevi*. SMITH. *trans. soc. Linn.* I. *p.* 83., HOFFM. *tab.* XVI. *f.* 2. *p.* 96.
Lichen fronde lobato-glauca, *polline concolore scabra*, *subtus hirta*, & *atra*. HALL. *hist.* III. *n.* 2008.

Reperi supra cortices arborum vetustarum inter *Burgum Maximum*, & *Cosanum*.

† LICHEN nigrescens.

Lichen foliaceus gelatinosus, *subrotundus*, *lobatus*, *rugosus*, *atro-virens*, *scutellis confertis rufis*. LINN. *suppl.* 451.
Lichen nigrescens. HUDS. *Fl. Angl. edit.* 2. *p.* 537.
Lichenoides gelatinosum, *membranaceum*, *tenue nigricans*. DILL. *musc. p.* 138. *tab.* XIX. *f.* 20.

Nascitur abunde supra corticem arborum in provincia *Canapiciensi*.

E. CORIACEI.

† LICHEN antarcticus.

Lichen coriaceus repens lobatus obtusus planus glaber supra lacunosus, *subtus bullatus*, *peltis planis amplissimis*.

JACQ. *in lit. misc.* II. *p.* 370. *tab.* x. *f.* 1., MURR. *syst. veg. ed.* 14. *p.* 261.

In sylvis *Burgi Maxini.*

LICHEN sylvaticus.

Lichen coriaceus repens laciniatus lacunosus, peltis marginalibus adscendentibus. HUDS. *Fl. Angl.* 453., LINN. *syst. veget. ed.* 13. *p.* 808., VILL. *Delph.* III. *p.* 960.

Lichen polyschides villosum, & scabrum, peltis parvis. DILL. *musc.* 199. *tab.* XXVII. *f.* 101.

Lichen pulmonarius saxatilis fusco-rufus, receptaculis florum albidis. MICH. *gen.* 84. *tab.* XLIII.

Nascitur in sylvis *Sabaudiae* prope *Chamberium*, observante D. DUFRESNE.

OBS. LICHEN *sylvaticus* Fl. Ped. spectat ad var. B. *LICHENIS rangiferini* LINN.

LICHEN horizontalis.

Lichen coriaceus repens, planus subtus avenius, peltis marginalibus horizontalibus. LINN. *mant.* 132., WEB. *spic.* 270.

Lichenoides subfuscum, peltis horizontalibus planis. DILL. *musc.* 206. *tab.* XXVIII. *f.* 104.

Lichen pulmonarius inferne obscurus. MICH. *gen.* 85. *tab.* XLIV. *f.* 1. 6.

Nascitur in sylvis vallis *di Viù.*

LICHEN croceus.

Lichen coriaceus repens, subrotundus, planus, subtus, veno-

sus, *villosus*, *croceus*, *peltis sparsis adnatis*. LINN. *syst. pl.* 1616., Fl. Lapon. *p.* 433. *tab.* II. *f.* 3.

Lichen alpinus viridis, *subtus aurantius*, *scutis nigris planissimis.* HALL. *hist.* 1994.

Nascitur in summis alpibus *di Viù* circa nivem deliquescentem, & in monte *Sabaudiae la Vanoesa* dicto.

LICHEN resupinatus.

Lichen coriaceus repens lobatus, obtusus peltis marginalibus posticis. LINN. *syst. veg. edit.* 14. MURR., Fl. Dan. *tab.* 762.

Lichen pulmonarius major, *sive minor ex obscuro cinereus*: *inferne ex albo rufescens*, *receptaculis florum rubris ad latera oblongis.* MICH. *gen. pl. p.* 86. *tab.* XLIV. *f.* I. & 2.

Legi in sylvaticis alpestribus a monte *Cenisio* ad *Uxellium.*

F. UMBILICATI SQUALENTES.

LICHEN velleiformis.

Lichen umbilicatus subtus hirsutus, peltis immersis, subtus saccatis.

Lichen fronde coriacea, *inferne pustulata*, *villosa*, *scutellis atris.* HALL. *hist.* III. *p.* 1997.

Lichenoides coriaceum latissimo folio umbilicato, & *verrucoso.* DILL. *musc. p.* 545. *tab.* LXXXII. *f.* 5.

Nascitur supra saxa in montibus *Limoni*. D. VIALE.

OBS. Differt a *LICHENE velleo* LINN. & *Fl. Ped.* peltis immersis subtus saccatis. Conferatur graphica descriptio HALLERI loco citato. Plantam HALLERI a suo *LICHENE velleo* differre jam suspicatus est oculatissimus WEBERUS *spic. p.* 265.

G. FRUTICULOSI.

LICHEN tubulatus.

Lichen tubulosus prostratus, ramulis fere simplicibus acutis, niveis. VILL. *Delph.* III. *p.* 946. *tab.* LV.

Lichen tubulosus nivei fere candoris ramosus, & non ramosus, apicibus recurvis. SCHEUCHZ. *it. alp.* 137.

Supra nuda saxa non infrequens in monte *Cenisio*, in alpibus *di Ussey*, alibique similibus locis.

OBS. Species videtur distincta a *LICHENE cornuto* LINNÆI, uti recte animadvertit Cl. VILLARIUS.

LICHEN rigidus. VILL. *Delph.* III. *p.* 938.

Lichen coralloides alpinus ramulis teretibus pallide sulphureis in exilissimos ramulos ad extremitatem nigricantes, & crispos divisis. HALL. *hist. n.* 1964.

Frequens in alpibus locis sterilibus. Misit etiam HALLERUS.

OBS. LICHEN rigidus MURR. *syst. veget. Linn.* 950. spectat ad *LICHENEM tristem* WEBERI.

LICHEN aculeatus. WEB. *spic.* 207.

Lichen fruticosus durus, castaneus, surculis spinosis. HALL. *hist. n.* 1965.

Lichen fruticulosus diffusus, compressus, ramosissimus, ramulis furcatis, spinulosis. LEYS. *Fl. Hal.* 285., SCHREB. *spic.* 125.

Reperi in monte *Cenisio* promiscue cum *LICHENE islandico.*

H. Filamentosi.

LICHEN setosus.

Lichen filamentosus simplex, subcompressus nigricans, tuberculis globosis acuminatis, atris. Leys. *Fl. Hal. n.* 1171. *p.* 286.

Lichen hippotricoides. Web. *spic.* 231.

Usnea nigra setae equinae facie, parum recurva. Dill. *musc. tab.* XIII. *f.* 11.

Nascitur in sylvis abiegnis a monte *Cenisio* ad *Lanslebourg.*

LICHEN pubescens.

Lichen filamentosus ramosissimus, decumbens, implexus, nitidus. Jacq. *misc.* II. *p.* 93. *f.* 7., Linn. *syst. veg. edit.* 14. Murr.

Legi supra saxa in parvo monte *Cenisio.*

BYSSUS fruticulosa.

Byssus candidissima filamentis erectis, bifurcatis. Fl. Dan. *tab.* 718. *f.* 2.

Puccinia minima candidissima ramosa bifurcata. Mich. *gen. pl. p.* 213. *tab.* LXXXXII. *f.* 2.

Legi in agro *Taurinensi* supra truncum emarcidum circa ludum *del Paramale.*

Obs. Globulos ab oculatissimo Michelio descriptos sollicite quaesivi, sed frustra, quare dixeram *Clavariam pumilam.*

BOLETUS inversus.

Boletus sessilis, inferne planus porosus superne. Vill. *Delph.* III *p.* 1402.

Nascitur in sylvaticis *Sabaudiae* circa *la Tour*, unde retulit Cl. Dufresne.

BOLETUS cinnabarinus.

Boletus acaulis pulvinatus totus intus & foris ruber. Jacq. *Fl. Austr. tab.* 304.

Habui a Fratre Cumino (*a*) ex valle *Pisii*, qui reperit supra truncos emarcidos.

BOLETUS medulla panis.

Boletus crustaceus effusus difformis. Jacq. *misc.* I. *p.* 141. *tab.* 11.

Boletus crustaceus effusus farinosus albus. Hall. *hist n.* 2272.

Agaricum terrestre medullam panis referens. Mich. *gen. pl. p.* 121. *tab.* LXIII. *f.* 2.

In ericetis *di Moncrivello*, in montibus *Bovisii*, & in valle *Pisii.*

BOLETUS suaveolens.

Boletus acaulis superne laevis, salicinus. Linn. *sp. pl.* 1646.

Non infrequens ad caudices salicis. Abunde nasci observavi in valle dicta *di Sales* in colle *Taurinensi.*

Obs. Totus albus, odorosus minorem habet specificam gravitatem prae *Boletis* aliarum arborum, quarum textura

(*a*) Paulus vocabatur, antequam profiteretur Ordinem Carthusianorum, nunc Hugo Maria nuncupatur.

est firmior & densior. Utinam vires antiphtisicae huic tributae firmis experimentis comprobentur!

BOLETUS frondosus.

Boletus subacaulis frondosus, cespitosus, fuscus, frondibus imbricatis, planiusculis, reflexis, poris albis. VAHL. *Fl. Dan. tab.* 952.

Agaricus intybaceus. TOURN. *inst.* 562.

Fungus foliatus carnosior dendroides cristatus. BARR. ic. 1268.

VERN. Apud Bugellenses *Orcion*, apud Monregalenses *Barbesin*. Edulis, sed diu coqui debet, ne noceat.

Nascitur autumno ad caudices arborum vetustarum, & stupendam quandoque acquirit magnitudinem.

BOLETUS cravettæ.

Boletus pileo fusce rubro, carne alba, dein nigrescente, stipite albo obscure punctato.

Vulgaris apud nos in sylvis *della Veneria, Druent*, alibique locis montanis.

VERN. Cravetta.

OBS. Venalis prostat, edulis, sed minoris pretii. Difficilioris est digestionis, & minus olet prae *BOLETO suillo*, vulgo *Bolè porchin.*

BOLETUS frè. Nob.

Boletus pileo ochroleuco, tubulis flavis, stipite rubro, carne lutea, dein caerulea. SCOP. *Fl. Carn. edit.* 2. *vol.* II. *p.* 464. *var.* 5.

VERN. Bolè franch, aliis *Bolè frè*. Edulis apud *Canapicienses*, aliosque, sed suspectus.

In sylvis castanearum, & quercuum non infrequens.

Obs. Tamquam distinctas species utrasque propono non confundendas cum *Boleto suillo*, quum singulis annis suos characteres constantissime servent.

† BOLETUS dimidiatus.

Boletus stipitatus, perennis, pileo dimidiato, undulato, laevi, poris albis. Thunberg. *Fl. Jap. tab.* xxxix.

Repertum possideo ad caudicem arboris circa ludum dictum *del Paramale* prope R. Hortum Botanicum Taurinensem.

BOLETUS perennis.

Boletus stipitatus, perennis, pileo utrinque planiusculo. Linn. *sp. pl.* 1646.

Fungus lignosus fasciatus. Vaill. *Paris. tab.* xii. *f.* 7.

Unice observavi in sylvis abiegnis *Novalesae* versus *Monpantè*.

HYDNUM crustaceum.

Hydnum exscarne crustaceum tomentosum candidum, echinis compresso-angulosis, oblique dependentibus. Vill. *Delph.* III. *p.* 1023.

Habitat in *Sabaudiae* locis sylvaticis D. Dufresne.

† PEZIZA hirsuta. Nob. *Osserv. Bot. p.* 60.

Peziza caliciformis hirsuta. Dill. *catal. piss.* 196.

Cyatoides cyathiforme; obscurum, externe hirsutum, interne plumbeum, glabrum, & striatum. Mich. *gen. pl. p.* 221. *tab.* cii. *f.* 2.

Reperi vernali tempestate in sylvis *Burgi Maxini* loco arido.

PEZIZA caliculata *tab.* v.

Peziza conica laevis, substipitata, caliculata, margine integerrimo.

Reperi loco muscoso circa Hortum Botanicum, quem colebam in Xenodochio D. *Joannis.*

Plantula brevis aevi gregatim nascitur, minima flavi coloris figuram conicam referens intus brevissime cavam, margine integerrimo. Stipes vix linearis, cujus parti superiori appendices subfoliaceae fuscae adstant, trifidae imam coni partem calicis instar amplexantes.

CLAVARIA caespitosa.

Clavaria caespitosa, caulibus simplicissimis, basi nonnunquam unitis oblongo-clavatis farctis aquose luteolis. Jacq. *misc.* II. *p.* 98. *tab.* xii. *f.* 2.

Nascitur in sylvis collium *Augustae Taurinorum*, tum provinciae *Canapiciensis.*

CLAVARIA candidissima.

Clavaria subramosa, erecta, ramis simplicibus acutis, obtusis, & bifurcatis. Vill. *Delph.* III. *p.* 1050.

Elegantem, & distinctam speciem inveni mense octobri in ericetis dictis *le Montiglie di Moncrivello.*

CLAVARIA cinerea.

Clavaria terrestris, ramis rimosis, apice multifidis. Vill. *Delph.* III. *p.* 1050.

Nascitur in sylvis *Sabaudiae* circa la *Tour* observante D. Dufresne. Non absimilem reperi ad caudices arborum putrescentium prope *Bovisium.*

Obs. Species satis distincta rimis per stipitem sparsis, colore constanter cinereo etiam in sicco specimine, praeterquamquod a basi ad apicem tota ramosa est.

† LYCOPERDON ulmi.

Lycoperdon acaule, album, ore perforato, crenulato. Osserv. Bot. 53.

Vidi plura specimina supra cortices ulmorum secus ambulacrum vulgo dictum *della Cittadella.*

Obs. Plantula brevis aevi, minima subrotunda, magnitudine seminis coriandri, alba, laevis, in cujus centro observavi substantiam albidam farinae similem.

† LYCOPERDON pyriforme.

Lycoperdon capitulo subaspero, oblongo, substipitato, radice longa fibrosa. Osserv. Bot. *p.* 59.

Lycoperdon parvum subasperum, pyri inversi forma obscurum. Mich. *gen. pl.* 227.

Reperi circa *Taurinum* extra Portam novam locis sterilibus.

LYCOPERDON epidendrum.

Lycoperdon cortice, farinaque purpurea. Linn. *sp. pl.* 1654.

Lycoperdon epidendron miniatum pulverem fundens. Buxb. *hall.* 203., Hall. *hist. n.* 2173.

Reperi supra truncos emarcidos *Fagi sylvaticae* in sylvis prope *Carthusiam* vallis *Pisii.*

SPHÆRIA Hall. Weic. Scop., aliorumque auctorum.

Excrescentiae fungosae epidermidem arborum penetrantes, quo disrupto, pollen carbonis instar erumpit.

SPHÆRIA fragiformis. Nob.

Sphaeria rubra fragi similis. Hall. *hist. n.* 2190.

Valsa fragiformis. Scop. *Fl. Carn. edit.* 2 *p.* 399.

Misit ex montibus *Carthusiae* Frater Cuminus.

Obs. Planta recens rubra, uti refert Hallerus, adulta nigra evadit, ut in planta Cl. Scopoli.

SPHÆRIA lycoperdioides.

Sphaeria composita, convexa, subsolitaria, medulla farinosa, atra. Weig. *obs. p.* 47. *spec.* 10.

Valsa corticalis. Scop. *Fl. Carn. ed.* 2. *tom.* II. *p.* 399. *n.* 1416.

Reperi supra cortices arborum demortuarum.

SPHÆRIA lichenum.

Sphaeria puncticularis solida, nigerrima, lichenes operiens. Vill. *Delph.* III. *p.* 1059.

Frequens supra *Lichenem glaucum, furfuraceum,* aliosque.

MUCOR lycogala.

Mucor capitulo aqueo, gelatinoso, pellucido, fugaci, globoso, sessili. Scop. *Fl. Carn. edit.* 2. *p.* 496.

Lycogala sessile fulvum. Hall. *hist. n.* 2142.

Lycogala globosum, grani pisi magnitudine, aeris recocti colore. Mich. *gen. pl. p.* 216. *tab.* XCV. *f.* 2.

Vidi autumno post ingentes pluvias in sylvis supra ramos putridos, & signatim secus ludum *del Paramale.*

INDEX

Acer opulifolium . Pag. 252
Anchusa Barrelieri . . 221
officinalis . . 222
Androsace pauciflora . . ib.
Anemone coronaria . . 232
dubia . . . ib.
nemorosa . . 233
Anthemis altissima . . 245
Anthoceros punctatus . . 258
Artemisia camphorata . . 243
Asperula cynanchica . . 220
Asplenium viride . . 253
Astrantia epipactis . . 224
Avena setacea . . . 218
Betula incana . . . 250
viridis . . . ib.
Boletus cinnabarinus . . 278
cravetta . . . 279
dimidiatus . . . 280
frè 279
frondosus . . . ib.
hirsutus . . . 277
inversus . . . 278
medulla panis . . ib.
perennis . . . 280
suaveolens . . 278
Bryum imberbe . . . 256
Bulbocodium vernum . . 225
Bupleurum incurvum . . 223
Byssus cancellata . . 277
cellaris . . . ib.
fruticulosa . . . 276
fulva . . . 277
Cacalia albifrons . . . 243
Carex lobata . . . 248
loliacea 250
nigra . . . ib.
repens . . . 248
Centaurea nudicaulis . . 246
rhapontica . . ib.
Ceratophyllum submersum . 251
Chrysanthemum alpinum . 245
Clavaria caespitosa . . 281
candidissima . . ib.
cinerea . . . ib.
Crepis nemausensis . . 243
Dentaria heptaphyllos . . 239
Dianthus hirtus . . . 228
Seguieri . . ib.
Dorychnium herbaceum . 241
Erigeron Villarii . . 244
Euphrasia linifolia . . 238
verna . . . 239
Festuca cinerea . . . 216
dumetorum . . ib.
flavescens . . 217
pumila . . . 216
spadicea . . . 218
Filago montana . . . 247
Galium maritimum . . 220
montanum . . ib.
pusillum . . . ib.
Genista scoparia . . . 240
Gentiana alpina . . . 223
pannonica . . ib.
Geranium fuscum . . 240
Hedysarum onobrichis . . ib.
Hieracium andryaloides . 242
hybridum . . ib.
saxatile . . . ib.

Holchus arenarius . . 252
Hyacinthus botryoides . . 226
Hydnum crustaceum . . 280
Hypnum alopecurum . . 257
aquaticum . . ib.
clavatum . . ib.
Jasione montana . . . 247
Iberis nudicaulis . . . 239
Illecebrum polygonifolium . 222
Jungermannia ciliaris . . 257
furcata . . 258
Lichen aculeatus . . . 275
antarcticus . . 272
argillaceus . . 259
atro-albus . . 260
aurantiacus . . 266
caespitosus . . 269
candidus . . . 268
cinnabarinus . . 270
confluens . . 260
corallinus . . 262
crocatus . . . 272
croceus . . . 273
cucullatus . . . 271
cupularis . . . 265
Dufresni . . . 266
encaustus . . 271
exanthematicus . 263
fahlunensis . . 270
flavus . . . 261
friabilis . . . 269
fungiformis . . 262
fusco-ater . . 260
gelidus . . . 265
horizontalis . . 273
immersus . . 263
intestiniformis . . 270
lacteus . . . 261
lentigerus . . 268
limitatus . . 259
muscorum . . . 261
nigrescens . . . 272
ocellatus . . . 264
Oederi . . . 265
parellus . . . 265
peltiphyllos . . 267
polygonius . . 265
pubescens . . 276
resupinatus . . 274
rigidus . . . 275
rosaceus . . . 262
rufescens . . . 266
sanguinarius . . . 260
saturninus . . . 271
scruposus . . . 264
setosus . . . 276
squamosus . . 267
sylvaticus . . 273
tiliaceus . . . 272
tubulatus . . . 275
velleiformis . . 274
Lycoperdon epidendrum . . 282
pyriforme . ib.
ulmi . . ib.
Lycopus exaltatus . . 211
Mentha sativa . . . 238
Mucor lycogala . . . 283
Peziza caliculata . . . 281
hirsuta . . . 280
Phalaris bulbosa . . . 213
Phleum geniculatum . . 212
Plantago argentea . . 221
Poa cilianensis . . . 214
palustris . . . 213
stolonifera . . . 215
violacea . . . 214
Polypodium aristatum . . 255
limbospermum 253
Villarii . . 255
Pteris cretica . . . 256

Ranunculus lacerus . . 233
platanifolius . 236
sardous . . ib.
Riccia minima . . . 259
Rosa glandulosa . . . 230
pimpinellifolia . . ib.
rubrifolia . . . 229
Rubus glandulosus . . 230
triphyllus . . . 231
Salix daphnoides . . . 251
Pontederae . . . ib.
Saxifraga diapensioides . 227
lingulata . . 226
Scabiosa lucida . . . 219
Scirpus dichotomus . . 211
Scorzonera resedifolia . . 241
Senecio tenuifolius . . 245
Sesleria sphaerocephala . 215
Silene elongata . . . 229
Solidago minuta . . . 245
Sphaeria fragiformis . . 258
lichenum . . 283
lycoperdioides . ib.
Sphaerocarpos Michelii . ib.
Teucrium tomentosum . 337
Tragopogon porrifolium . 341
Tulipa gesneriana . . 226
Valantia pedemontana . . 252

INDICATIO TABULARUM.

TAB. III. Poa *stolonifera*, lit. *a* spicula vitro aucta.
Poa *violacea*, lit. *a* spicula vitro aucta.

TAB. V. Peziza *caliculata*, lit. *a* magnitudo naturalis, lit. *b* paullo major, lit. *cc* microscopio multoties aucta.

TAB. VII. Valantia *pedemontana*. Unius nodi folia ommissa sunt, ut seminum naturalis positio conspiciatur; lit. *a* flos masculus, lit. *b* flos hermaphroditus, lit. *c* semina vitro paullisper aucta.

Poa *stolonifera*, Poa *violacea*, Saxifraga *diapensioides*, Anemone *dubia*, & Valantia *pedemontana* naturalem staturam exhibent. Bupleurum *incurvum*, Rosa *rubrifolia*, Ranunculus *lacerus*, & Erigeron *Villarii* naturali minorem.

Nota. Opus citatum cl. De la Mark sub titulo gen. & spec. plant. I. spectat ad opus ejusdem auctoris sic dictum: *Tableau encyclopédique & méthodique des trois règnes de la nature. Botanique, première livraison. Paris* 1791 *in* 4.

Poa Violacea

SUPPLÉMENT

AU PARALLÈLE DE LA LUMIÈRE DU SOLEIL AVEC CELLE DU FEU COMMUN

PAR M. L'ABBÉ ANTOINE-MARIE VASSALLI

Lu le 27 mai 1792. & à la séance publique du 3 juin

Il est certain que l'histoire de différens insectes, & quelques expériences que j'ai faites dernièrement sur les mousses, s'opposent au sentiment de M. Lavoisier, qu'*il n'y a d'êtres organisés que dans les endroits éclairés par la lumière*; mais il n'est pas moins certain que la lumière a une très-grande action sur les trois règnes de la nature, & que c'est à l'influence des rayons solaires que l'on doit rapporter la couleur des végétaux, ainsi que la saveur, du moins en grande partie. C'est encore la lumière qui produit quelques-uns des phénomènes les plus singuliers que les substances végétales nous présentent. Nous en avons une preuve dans la sensitive & dans d'autres plantes que des Physiciens ont mises au nombre des animaux. M. Hill, écrivant à Linné, avouoit qu'envain a-t-on eu recours aux variations de la chaleur, de l'humidité & de la sécheresse pour expliquer les mouvemens presque spontanés qui ont été observés dans la sensitive par MM. Hook, Adanson, de-Mairan, du-Fay, du-Hamel, & par

bien d'autres; mais comme je ne me propose pas de donner ici une théorie des phénomènes des sensitives, je m'abstiendrai d'indiquer les erreurs, dans lesquelles ces auteurs sont tombés à cet égard, & que j'ai eu occasion de relever en répétant leurs expériences, tandis que je faisois celles que je vais exposer. Mon but étoit de m'assurer, si la lumière de la lune & celle de la flamme produisent sur cette plante les mêmes changemens que la lumière du soleil.

J'ai semé une quantité de graines de sensitive; douze jours après leur naissance, j'en ai transplanté dans des gobelets de cristal troués au fond (je m'en sers pour d'autres expériences), & dans d'autres vases remplis de terre. L'observation m'a fait voir que le sommeil en est également périodique. Exposées au levant, deux heures avant le coucher du soleil, elles ont commencé à fermer les feuilles qui se sont fermées tout-à-fait à une heure de nuit. Au lever de l'aurore elles ont commencé à se rouvrir, & ont fini de s'ouvrir quelque tems après le lever du soleil, plutôt ou plus tard selon le divers état de l'atmosphère. Portées pendant le jour dans un lieu obscur, ou couvertes d'un vase opaque, elles ferment aussi les feuilles, mais pas aussi exactement que dans la nuit, & les rouvrent lentement lorsqu'on les rapporte à la lumière.

En faisant ces observations, j'ai essayé de secouer les vases d'une manière égale sans les couvrir, & sans les transporter ailleurs, & je me suis assuré que la secousse n'a point de part aux variations que j'ai remarquées. Ces observations étant constatées, j'ai exposé différens pots à la lumière de la lune. Toutes les fois qu'ils y étoient soumis

à une heure de nuit, les plantes n'offroient pendant une heure aucun changement; trois heures après elles étoient un peu moins fermées. Un soir à une demi-heure de nuit, avant que les feuilles fussent entièrement fermées, j'ai placé les pots aux rayons de la lune, & une heure après elles ont été un peu plus ouvertes. La lumière de la lune, réunie au foyer d'une lentille, n'a produit aucun changement dans une feuille fermée, pendant le peu de tems qu'elle y a été dirigée.

Pour examiner les effets de la lumière de la flamme, j'ai employé l'appareil que j'ai décrit dans le parallèle de la lumière du soleil avec celle du feu commun (*a*). A 9 heures du matin les feuilles de la sensitive étant bien ouvertes, j'ai transporté délicatement un pot dans la caisse obscure; un grand étui de bois couvroit un second pot, & les autres ont demeuré découverts. Une heure après, les feuilles ont été presqu'exactement fermées dans le pot transporté dans la caisse; elles ont été un peu plus ouvertes sous l'étui, & n'avoient souffert aucune altération en plein jour. Alors j'ai placé de la lumière à huile dans la caisse, & j'ai découvert le pot qui avoit été privé de la lumière sans le déplacer. Un quart d'heure après, les plantes du second pot ont commencé à s'ouvrir, & on ne distinguoit aucun changement dans celles qui étoient éclairées par la flamme. Dans l'espace d'une heure, les premières ont été bien ouvertes, mais pas autant que celles qui n'avoient pas été

(*a*) Voyez *pag*. 188 de ce volume.

privées de la lumière; celles de la caisse s'étoient ouvertes sensiblement, mais moins que les premières. Une demi-heure après, celles qui étoient éclairées par le soleil étoient entièrement ouvertes, & celles qui avoient été exposées à la lumière de la flamme un peu plus ouvertes, beaucoup moins cependant que celles de comparaison. En continuant de les laisser dans la caisse éclairée, la dilatation alla toujours en augmentant jusqu'à 3 heures, depuis je n'ai plus remarqué aucun changement; elles ont demeuré dans le même état, c'est-à-dire qu'elles ont toujours été bien ouvertes, moins cependant que celles qui avoient reçu la lumière du soleil. J'étois assuré que les feuilles de la sensitive se tiennent fermées tant qu'elles restent dans l'obscurité, mais je ne l'étois pas que l'ouverture ne pouvoit s'en attribuer qu'à l'action de la lumière de la flamme; pour dissiper ce doute, j'ai cru devoir les y soumettre pendant les heures qu'elles doivent être fermées, c'est-à-dire pendant la nuit. Une heure avant le coucher du soleil, tems auquel les feuilles sont déjà assez fermées, j'ai transporté un pot dans la caisse, & j'y ai placé la lumière ordinaire. A une demi-heure de nuit, les feuilles étant exposées à l'air libre, & celles des plantes que je tenois dans la chambre étant déjà presque fermées, j'ai visité celles qui étoient éclairées par la flamme, & je les ai trouvées encore bien ouvertes. A une heure de nuit toutes les autres étoient parfaitement fermées, celles de la caisse l'étoient un peu plus qu'auparavant, mais encore assez ouvertes, elles ont continué à se retirer un peu, mais à trois heures de nuit elles étoient encore entr'ouvertes, & je les ai

trouvées de même au matin; je les ai encore laissées pour voir si la présence de la flamme de l'huile les auroit fait ouvrir comme les autres qui étoient exposées à l'air libre, mais ce n'est que deux heures après qu'elles ont été assez ouvertes, & jamais tout-à-fait. En répétant ces expériences sur la sensitive, j'ai observé que ses mouvemens sont sujets à bien des anomalies, qui sont causées en partie par les modifications de l'air, par l'état du terreau & par quelques autres accidens. Mais ces variations ne s'opposent point à l'identité des effets que les trois lumières du soleil, de la lune & de la flamme produisent sur elle.

La propriété qu'a la lumière de blanchir la cire vierge, m'a déterminé à choisir cette substance pour faire le parallèle des différentes lumières. J'en ai pris deux livres & les ayant fait fondre, j'en ai versé une portion dans une grande dose d'eau tiède pour en former des couches de différente épaisseur, & l'autre dans différens moules pour voir en même tems jusqu'à quelle profondeur l'action de la lumière s'étendroit, pour examiner le changement du poids & faire d'autres recherches qui seront le sujet d'un autre mémoire. Voyant que les couches les plus minces perdoient bientôt tout-à-fait la couleur jaune pour prendre un blanc sale, j'ai choisi les feuilles d'une ligne d'épaisseur pour examiner les effets des différentes lumières. Les ayant exposées dans le mois d'avril aux rayons du soleil pendant 4 heures, elles sont devenues fort molles & blanchâtres: ôtées de là elles ont pris en durcissant une couleur grise obscure que l'action du soleil a diminuée

chaque jour, mais insensiblement; ce qui arrive également soit qu'on baigne la cire avec de l'eau en même tems qu'elle est exposée aux rayons solaires, soit qu'étant sèche elle reste à l'air libre, soit qu'on la tienne entre deux cristaux, & c'est là une nouvelle preuve du sentiment de M. Senebier, que le blanchiment de la cire est entièrement l'effet de la lumière, & non de la rosée & de l'eau, comme on le croit communément. J'ai soumis pendant trois nuits de suite à la lumière de la lune une feuille de cire que je tenois pendant le jour enveloppée dans le papier, & je n'ai remarqué aucune différence sensible entr'elle & un autre morceau que je tenois enfermé de même. J'ai répété l'expérience en couvrant par intervalles la feuille de cire de bandes de papier de la largeur de 3 lignes, & cela pour garantir ces espaces de la lumière, & pour pouvoir en soulevant le papier, distinguer plus facilement les plus petites variations; mais la lumière de la lune n'a pas produit ainsi plus d'effet sur la couleur de la cire.

Ayant remis les bandes de papier dans leur place, au lieu d'enfermer la couche de cire, & de la reparer de la lumière, je l'ai placée dans une chambre bien éclairée, dans un endroit pourtant toujours inaccessible aux rayons du soleil, & trois jours après, la couleur de la cire sous les bandes de papier étoit sensiblement plus jaune que dans le reste de la surface. L'action de la lumière réfléchie du soleil a pénétré en six mois dans cet endroit à la profondeur d'une ligne & demie dans une tablette de cire jaune de l'épaisseur d'un demi pouce.

J'ai essayé d'exposer quelques couches de cire à la lumière de la combustion. Cette lumière n'ayant produit dans l'espace de 60 heures aucune différence sensible de couleur entre les portions qui lui étoient exposées, & celles qui en étoient reparées, j'ai eu nouvellement recours aux bandes de papier que je séparois de la cire chaque 24 heures pour observer s'il y avoit des changemens dans la couleur de la partie éclairée de la cire. Trois jours après on ne remarquoit encore aucune différence; quatre jours après on commençoit à distinguer facilement les bandes qui avoient été à l'abri de la lumière; six jours après on les distinguoit un peu mieux, mais la différence dans l'intensité de la couleur étoit encore assez petite, & s'est conservée de même pendant deux jours que j'ai continué cette expérience.

Ne pouvant avoir ainsi des résultats plus décisifs, j'ai employé des tablettes de cire plus minces, & pour les obtenir d'une couleur plus obscure, j'ai fondu pendant la nuit la cire sur de la braise couverte de cendres, & l'ayant versée sur de l'eau chaude à l'aide d'une foible lumière, j'en ai formé les parties que je voulois soumettre à l'action de la flamme, & celles que je devois tenir dans l'obscurité pour m'en servir de comparaison. Prévoyant que les tablettes minces ne m'auroient plus servi pour répéter les expériences, à cause du prompt changement qu'elles subissent, j'en ai fait une certaine quantité; elles ont souffert en 24 heures un changement considérable dans la couleur par l'action de cette lumière, mais continuant à les y laisser, elles n'ont plus présenté aucun changement, restant

toujours plus obscures que celles qui n'avoient été exposées qu'un seul jour à la lumière du soleil.

Ces expériences sur le changement de couleur m'ont servi aussi à mesurer l'intensité de la lumière à huile diversement préparée, & j'obtenois les mêmes résultats en faisant usage de la méthode de Mayer. Elles m'ont encore fourni l'occasion de chercher la manière de diminuer au moyen de différens sels, de l'eau &c., la consommation de l'huile sans diminuer la flamme, mais ce n'est pas mon but pour à présent d'entrer dans ces détails.

J'ai déjà rapporté (*a*) l'action qu'ont la lumière du soleil & celle de la flamme sur la lune cornée, maintenant j'entreprends de rechercher l'action que la lumière de la lune a sur elle. A cet effet j'ai soumis, pendant la nuit, à la lumière d'une petite flamme à huile, une portion de lune cornée que j'avois mise sur un morceau de papier sans colle. Je l'ai exposée aux rayons de la lune qui étoit alors dans son plein. Trois heures après, elle avoit souffert un léger changement dans la couleur qui étoit devenue un peu grise. Le soir après, je l'ai soumise à la lumière de la lune condensée au moyen d'une lentille, & j'ai répliqué en même tems l'épreuve de sa lumière naturelle sur une autre portion de lune cornée. Dans cette idée j'ai disposé une lentille de manière que le foyer vînt à tomber sur le bord droit de la portion de lune cornée qui étoit d'un pouce quarré. La fenêtre regardoit le Sud-Est. Dans quatre heu-

(*a*) Pag. 194.

res la portion de lune cornée qui recevoit la lumière non condensée est devenue un peu plus grisâtre que celle du soir précédent. L'autre portion offroit l'espace que le foyer de la lentille en avoit parcouru, d'une couleur plus obscure. Il est donc évident que les effets de la lumière de la lune sur la lune cornée répondent à ceux de la lumière de la flamme & de la lumière du soleil, & qu'ils n'en diffèrent que dans l'intensité.

Tandis que je répétois ces expériences sur la lune cornée, & que j'en considérois le haut degré de sensibilité, il me vint dans l'idée de me servir de cette préparation chimique pour vérifier la théorie de couleurs végétales, que j'avois proposée au commencement de l'année passée (*a*), & en même tems pour examiner les deux théories des chaux ou oxides métalliques; car je me disois à moi-même, si c'est en ajoutant le phlogistique qu'on réduit les oxides en métaux, la lune cornée ne doit-elle pas aussi en acquérir en se colorant? Et dans ce cas n'augmenteroit-elle pas de poids? Si au contraire ce n'est qu'en soutirant l'air par des oxides qu'on le réduit, la lune cornée ne doit point elle perdre en se colorant autant de poids qu'il s'en dégage d'air? J'ai donc cru qu'il falloit déterminer exactement le poids d'une portion de lune cornée bien sèche, mais blanche, & ensuite l'examiner quand elle seroit bien colorée par la lumière. Comme je n'en avois pas une grande quantité de préparée, j'en ai étendu sur un morceau de papier, que je venois de peser exacte-

---

(*a*) V. *Biblioteca oltramontana* vol. V. pag. 140.

ment, une surface de deux pouces quarrés, & pour éviter la coloration, je n'ai fait cette opération que pendant la nuit, & en ne me servant que d'une foible lumière. J'ai bien enveloppé ce papier, & je l'ai laissé pendant deux jours au soleil pour lui faire perdre l'humidité, ensuite je l'ai tenu pendant six heures sur un fer chaud, qui a causé quelque brûlure dans un autre papier qui étoit dessous, & dans le soupçon qu'il y eût encore quelque portion d'humidité, je l'ai tenu encore pendant 15 jours dans une chambre chaude, & dans un endroit où le soleil donne durant quelques heures du jour. Alors j'ai examiné la lune cornée & le papier, & n'ayant plus aucun sujet de craindre qu'il y eût encore de l'humidité, j'ai repesé le papier avec la lune cornée, & j'ai trouvé que le poids en étoit de 36 grains, retranchant le poids du papier qui étoit auparavant de deux deniers & trois grains. Le jour suivant étant bien serein, j'ai vérifié le poids à 10 heures du matin, & après avoir ouvert le papier, j'ai exposé la lune cornée aux rayons solaires: elle a passé en six minutes par les nuances ordinaires, & a pris une couleur de caffé claire; je l'ai ôtée aussi-tôt du soleil, je l'ai repesée exactement, & j'ai trouvé que le poids en avoit diminué d'un grain & demi. Voyant cependant qu'il n'y avoit que la partie supérieure qui fût colorée, & que la surface inférieure demeuroit presque toute blanche, je l'ai mise au soleil, & une heure après j'ai placé une lentille de manière que le foyer en fût dirigé sur la lune cornée, que je remuois à chaque dix minutes pour observer un phénomène que j'exposerai ci-après. Vers les dix heures je l'ai repesée, & j'ai trouvé le déchet de poids de trois quarts de grain, la surface

inférieure demeurant pourtant encore blanche. Une petite portion de cinq grains tout-à-fait sèche de lune cornée, dont je m'étois servi pour examiner les effets que la lumière de la flamme produisoit sur elle, a perdu en cinq minutes qu'elle a demeuré exposée au soleil, environ un demi-grain de son poids, & ayant fait tomber sur elle le foyer d'une lentille, j'ai observé qu'il s'en élevoit toujours une petite fumée qui a bientôt cessé. Alors j'ai remué la lune cornée de dix en dix minutes, ou ce qui revient au même, j'ai fait tomber le foyer successivement sur d'autres parties, & j'ai vu qu'au commencement il s'en élevoit toujours ce petit peu de fumée. C'étoit précisément pour observer ce phénomène, que dans l'expérience précédente je déplaçois à chaque dix minutes la lune cornée. Lorsque je l'ai retirée du soleil pour la peser nouvellement, j'ai observé que les parties, qui avoient été soumises au feu de la lentille, avoient changé de couleur, c'est-à-dire qu'elles étoient devenues blanchâtres, ou bien qu'elles avoient retenu la couleur de caffé, mais claire & presque tachetée de poudre blanche. En examinant ces taches avec le microscope, on voit différens points lumineux métalliques (*a*).

(*a*) La fumée & les points métalliques que M. Vassalli a observés fort-à-propos, expliquent suffisamment le déchet du poids, sans qu'on puisse en conclure que la lumière en se combinant avec les corps, n'en augmente pas la pesanteur. C'est ce qu'a remarqué M. Bonvoisin notre confrère, lorsqu'on a lu ce mémoire à l'Académie : il en a pris occasion de rapporter deux expériences qu'il a faites sur ce sujet intéressant. Ayant scellé hermétiquement dans une phiole du précipité jaune ou turbith minéral, & dans un grand ballon des semences de quelques plantes, il a exposé le tout à l'action de la lumière, après l'avoir pesé exactement. Le précipité étant devenu noir, & les plantes ayant germé, il a trouvé une augmentation sensible de poids. Il se propose d'en rendre compte à la Compagnie avec les détails convenables. B.

Les conséquences qui découlent des expériences qu'on vient de rapporter relativement au parallèle des trois lumières du soleil, de la lune & de la flamme, sont si naturelles qu'il me paroît inutile de les indiquer; quant à celles que je crois pouvoir tirer à l'égard de la nature de la lumière & du feu, & à la manière dont elles agissent sur les trois règnes de la nature, je me réserve de les étayer d'un plus grand nombre de faits.

EXAMEN CHIMIQUE

DE LA DOCTRINE DU PHLOGISTIQUE, ET DE LA DOCTRINE DES PNEUMATISTES PAR RAPPORT A LA NATURE DE L'EAU.

PAR M. GIOBERT

C'est entreprendre un examen profond de toute la doctrine chimique que de traiter de l'eau considérée d'après sa nature. L'on a fait de ces derniers tems des expériences qui semblent démontrer la décomposition de ce fluide long-tems prétendu élémentaire ; & ce qui plus est, ces faits servent déjà de base à une doctrine toute nouvelle, qui ne tend rien moins qu'à renverser de fond en comble toute connoissance acquise en physique & en chymie. Il faut avouer que les fondemens de cette nouvelle doctrine sont assez séduisans ; mais le tems & l'autorité respectable des plus grands philosophes viennent à l'appui des anciennes opinions. C'est sans doute une question importante & délicate en même tems qu'il s'agit de décider. Quel parti prendrai-je ? Je consulterai l'expérience, l'observation & la logique, & j'oserai prononcer. Pour discuter complétement le problème que j'entreprends de résoudre, je veux examiner avant tout les fondemens des nouveaux faits, d'après lesquels on a jugé des élémens de l'eau ; ceux des objections qu'on y fait, & des difficultés qu'on y oppose.

Lu le 18 mars 1792.

Des expériences sur les quelles porte la nouvelle doctrine de la composition de l'eau.

L'eau n'est pas, dit-on, un être élémentaire, puisqu'on parvient à la décomposer, & qu'on peut la résoudre en des substances plus simples; car c'est un axiome que celui, qu'un corps est composé des substances en lesquelles il se résout: *In quibus resolvitur corpus, ex illis constat.* Or l'eau peut se résoudre en deux gaz très-différens l'un de l'autre, & ce qui plus est, c'est qu'en décomposant à son tour ces gaz, & en combinant leur base, on forme de nouveau le fluide aqueux que l'on avoit décomposé.

L'on peut parvenir par des moyens différens à ce résultat que l'on indique par la décomposition de l'eau. Nombre de substances métalliques que l'on fait rougir au feu, & qu'on plonge ensuite dans l'eau sous une cloche, dégagent de l'hidrogène, c'est-à-dire de l'air inflammable (1).

La surface de ces substances se trouve plus ou moins dépourvue de son phlogistique, ou ce qui est le même de son brillant métallique, & conséquemment réduite à l'état de chaux, que l'on appelle oxide. On savoit déjà que l'on ne peut oxider ces substances sans le concours de l'air; on savoit que dans cette opération il n'y a qu'une espèce d'air parmi celles, dont l'air atmosphérique est composé,

(1) Mon but est de n'adopter aucune des hypothèses, qui partagent les physiciens jusqu'à ce que je sois plus éclairé par l'expérience; ainsi je parle ici indifféremment le langage des chymistes néologues, comme je parlerai celui de l'ancienne doctrine dans le chapitre suivant.

qui contribue à l'oxidation, & qui se trouve absorbé; on savoit enfin que les substances métalliques augmentent en poids lors de son passage à l'état d'oxide; que cette augmentation de poids est due à l'air absorbé, & que la chaleur suffit pour le dégager de quelques-uns d'entr'eux d'une manière presque complète, & de façon à les faire reparoître dans leur premier état.

C'est de l'ensemble de ces faits que l'on a conclu, que lorsqu'on plonge dans l'eau les substances métalliques rougies au feu, le fluide aqueux se décompose, & que c'est lui qui fournit l'hydrogène, qui passe dans le récipient, & l'oxigène qui oxide la matière métallique, & conséquemment que l'eau est composée de ces deux gaz, c'est-à-dire de l'air vital, qu'ils appellent oxigène, & du gaz inflammable, à qui en conséquence on donna le nom d'hydrogène.

Cette même décomposition peut s'opérer également en plongeant dans l'eau des charbons embrasés; en versant des gouttes d'eau sur des huiles échauffées, & même en faisant passer une étincelle électrique d'une grosse phiole de Leyden au travers de quelques gouttes d'eau. Ceci vient d'être annoncé par MM. Paets Van Trostvik & Deiman, & confirmé également par Schurer, Priestley, l'abbé Chappe & Sylvestre.

Le moyen le plus expéditif par lequel on parvient à la décomposition de l'eau, consiste cependant à faire passer de l'eau bouillante dans un canon de fer incandescent, dont une des extrémités se trouve garnie d'un tube qui met sous la cloche d'un appareil pneumato-chimique; c'est là qu'on trouve l'hydrogène, tandis que l'oxigène est absorbé par

le fer, dont on trouve en effet une partie à l'état d'oxide, c'est-à-dire toute la partie intérieure.

On a fait plus encore; on avoit déjà remarqué, comme je l'ai dit plus haut, que lorsqu'on fait détonner du gaz hydrogène avec du gaz oxigéné comme dans le pistolet, & l'eudiomètre de Volta, les parois intérieures des récipiens se trouvent mouillés d'eau; on a tenu compte du poids des gaz que l'on faisoit détonner, ainsi que de celui de l'eau que l'on obtient. Le poids de ce dernier fluide se trouve répondre parfaitement à celui des deux gaz employés. Ainsi l'eau qui en se décomposant, se résout en gaz hydrogène & oxigène, se trouve recomposée par ces deux gaz; ce qui annonçant également la décomposition analytique & la recomposition synthétique du fluide aqueux paroît démontrer sa nature composée de la manière la plus certaine, & en même tems la plus sûre que les connoissances humaines puissent atteindre.

Les conséquences que les chimistes pneumatiques crurent s'ensuivre de ces faits, c'est que tous les phénomènes que dans l'ancienne doctrine l'on attribuoit au principe inflammable (2) que l'on avoit presque rangé parmi

(2) Ce qui est peut-être utile de remarquer ici touchant ce principe inflammable, c'est que les chimistes qui l'ont admis ne sont guères d'accord entr'eux sur les qualités qui le caractérisent. Jetons les jeux sur les ouvrages des chimistes de nos jours, nous ne trouvons nulle part la doctrine de Sthal le promoteur du phlogistique. Elle se trouve avoir subi des changemens étonnans dans les écrits de Macquer, & d'autres. Bergman se trouva forcé d'en avouer deux espèces différentes dans son analyse du fer. Grignon qui l'a traduit, le définit d'une manière qui ne peut être appliquée aux espèces divisées par son maître; Sage dit que celui des métaux est un phos-

les élémens sous le nom de phlogistique, ne sont que l'effet de la plus ou moins grande tendance des corps, dans lesquels on supposoit ce principe, à s'emparer de l'oxigène des corps environnans, ou qui exercent entr'eux une action réciproque; il s'ensuit encore de cette dernière conséquence, que le phlogistique est un être de raison, c'est-à-dire qu'il n'existe pas.

Tel est en abrégé l'appui de la nouvelle doctrine, qui ne sait reconnoître dans le fluide aqueux un être élémentaire (1). Je vais maintenant présenter en précis le tableau des plus grandes difficultés qu'on y oppose; du moins de celles, sur lesquelles je n'aurai plus occasion de revenir dans le courant de ce mémoire.

---

phore; on vient ensuite de le définir un principe sorbile; on en a fait un élément; on en a fait un composé ... Ensuite pour ne pas laisser tomber ce mot dans l'oubli on voudroit le conserver à la faveur d'une proprieté des combustibles, & introduire dans la science de nouveaux cercles vicieux, dont ce siecle eut tant de peine à débarasser les sciences de la nature. Ces différences étranges parmi les physiciens prouvent au moins qu'on n'a jamais bien défini cet être, & que ceux mêmes qui en soutiennent l'existence, ne savent pas ce que c'est que leur phlogistique.

(1) Je pourrois aisément augmenter le nombre des faits qu'on allègue en faveur de la nouvelle doctrine; tels que l'air oxigène qui se dégage des plantes exposées sous l'eau à l'action du soleil; le gaz hydrogène, & l'oxidation des substances métalliques lors de leur dissolution dans les acides; sur quoi j'aurai occasion de revenir dans la suite de ce mémoire; j'ai même vu que l'on reconnoit déjà la décomposition de l'eau même dans les opérations des arts; mais ces faits n'étant pas rigoureusement démontrés, dans ce moment je m'attacherai uniquement à ceux dont la certitude n'est revoquée en doute par personne.

De l'ancienne doctrine sur la nature de l'eau ; & des objections que l'on oppose à la nouvelle théorie.

Mon but n'étant pas de faire ici l'histoire des différentes opinions que l'on eut sur la nature de l'eau, il est, je crois, inutile de rappeler les opinions & les argumens de ces philosophes, qui ont soutenu la transmutation de l'eau en terre, l'identité des vapeurs aqueuses avec l'air, & de pareilles chimères que l'expérience a bientôt démenties. Je me bornerai à mon sujet.

Je ne saurois dissimuler que les faits sur lesquels est appuyée la doctrine pneumatique ne sont contestés de personne ; même de ceux qui se trouvent le plus prévenus contre la nouvelle théorie. La question ne roule que sur les conséquences que l'on déduit des faits que j'ai annoncés dans le chapitre précédent par rapport à la nature de l'eau.

Dans l'ancienne hypothèse du phlogistique les métaux ne sont qu'une terre particulière combinée avec le phlogistique ; c'est ce principe qui leur donne l'éclat métallique; c'est en perdant ce principe qu'ils passent à l'état de chaux, & l'on envisage une très-grande analogie entre ce principe, & le gaz inflammable que l'on obtient de la dissolution des métaux. Il y a même des chimistes tels que Kyrvan, & de la Métherie (1), qui en soutiennent l'identité.

(1) Ceci etoit exact, lorsque j'écrivois cet article ; maintenant on sait que le premier, M. Kirvan, a renoncé au phlogistique dont il étoit le plus zelé défenseur.

Il suit naturellement de cette hypothèse, que le gaz inflammable que l'on obtient de l'eau qui passe au travers du canon de fer incandescent, ne vient pas de l'eau qui se décompose; il se trouve fourni par le fer, qui en effet passe à l'état de chaux. C'est conséquemment le phlogistique du fer qui fournit le gaz inflammable.

Cette conséquence paroît d'autant plus fondée, qu'il résulte d'une expérience du docteur Priestley, que le fer lui seul, que l'on traite au feu, fournit le même gaz, quoiqu'en très-petite quantité. Cela arrive de même lorsqu'on traite au feu, du charbon, les huiles, & en général presque toute matière combustible, c'est-à-dire phlogistique, celles auxquelles on supposa la propriété de s'emparer de l'oxigène de l'eau en la décomposant.

Je passerai ici sous silence les objections que l'on fait contre les expériences dans lesquelles l'eau se trouve décomposée par la matière électrique, cet article devant être traité à part.

On sait que toute substance métallique que l'on réduit en chaux, augmente en poids. Les chimistes pneumatiques qui ont déjà prouvé que l'augmentation de poids des chaux métalliques vient de l'air pur qu'elles absorbent, & que nulle calcination peut avoir lieu hors du contact de ce gaz (1),

(1) M. le comte Morozzo annonça la calcination de quelques substances métalliques au contact de l'air fixe; on a répété ses expériences; mais ce n'est qu'une chaux apparente que l'on obtient; lorsqu'on l'examine de près c'est un sel moyen qu'on trouve, composé d'air fixe avec la substance métallique, c'est-à-dire un carbonate métallique.

Les expériences de ce physicien sont très-lumineuses, & très-intéressantes à plusieurs égards; aussi elles ont été

ont trouvé dans ces faits des preuves de leur doctrine. En supposant que ce soit le fer qui fournit le gaz inflammable, ils ne savent trouver d'où viendroit l'air vital, qui se trouve combiné avec le fer qui passe à l'état de chaux, & dont il fait l'augmentation de poids; car toute cette opération se passant hors du contact de l'air, le canon de fer étant lui-même impermeable au fluide atmosphérique, la chaleur nécessaire à l'incandescence produisant naturellement le vide dans le canon, on ne peut que reconnoître, disent-ils, de l'eau, le fluide aériforme qui se trouve combiné avec le fer, & qui produit l'augmentation de poids dans la chaux métallique.

Dans l'hypothèse du phlogistique l'on se tire cependant assez bien de cette difficulté. L'air vital, d'après même les chimistes pneumatiques, est absorbible par l'eau. Ainsi c'est l'eau qui le fournit; mais cela n'entraîne aucunement sa décom-

accueillies d'une manière distinguée. Mais je remarquerai que les conséquences que des Sthaliens en ont déduites ne me paroissent gueres renverser les principes reçus sur la calcination des métaux, comme on voudroit le supposer. On sait que les substances métalliques se combinent avec le charbon; or en supposant même que l'on tire de l'air vital des oxides métalliques au contact du gaz acide carbonique, ce fait ne prouveroit au plus, si ce n'est que le gaz acide carbonique est décomposé dans cette expérience, que le charbon se combine avec la substance métallique qu'on réduit, tandis que l'oxigène qui formoit avec lui le gaz acide carbonique, en se combinant avec le calorique, se développe sous forme de gaz. Aussi est-il possible qu'il existe des substances métalliques, qui jouissent avec l'oxigène d'une plus grande affinité que le charbon, & dans ce cas la calcination des substances métalliques au contact du gaz acide carbonique ne seroit qu'une calcination opérée d'après les loix connues, l'oxigène de l'acide carbonique étant enlevé à ce gaz par la substance métallique par une force d'affinité supérieure.

position, attendu que l'air vital qui se trouve dissous dans l'eau n'est pas une des parties constituantes du fluide aqueux, & qu'on peut le priver de ce gaz sans qu'il soit nullement décomposé, c'est-à-dire réduit à des élémens plus simples.

Le gaz inflammable se trouve donc fourni par le phlogistique du fer ; l'air vital se trouve fourni par l'eau qui le contient en dissolution ; ainsi les expériences que l'on apporte ne sont décisives ; il suit que l'on ne sauroit porter par ces expériences aucune atteinte à l'existence du phlogistique, dont la présence étant démontrée par l'air inflammable, devient un être réel ; il suit que les corps auxquels on attribua la propriété de décomposer l'eau, en s'emparant de son oxigène, étant des corps combustibles, contiennent tous du phlogistique ; il suit enfin que ce n'est pas l'eau qui se décompose, & que le fluide aqueux est un être élémentaire ; car en bonne physique c'est un corps simple que celui que l'art ne sait décomposer, & dont il ne sait connoître les élémens plus simples dont il résulte.

Pour ce qui regarde la formation synthétique de l'eau par l'inflammation du gaz inflammable avec l'air vital, on ne sauroit admettre dans l'hypothèse du phlogistique, que ce soit de ce gaz que résulte le fluide aqueux. On sait que les gaz tiennent constamment de l'eau en dissolution, & qu'on ne parvient presque jamais à les priver entièrement ; ainsi c'est l'eau dissoute dans le gaz, qui se condensant vient à se manifester sur les parois des récipiens.

Les partisans de la nouvelle doctrine ont remarqué que le poids de l'eau qu'on obtient, se trouve répondre exactement à celui des gaz qu'on employa. Cette circonstance

me paroît très-importante. Si cèla est, & je trouve qu'il n'est contesté par aucun, la logique du Sthalien se trouve en défaut; car on a beau supposer de l'eau dans les gaz, jamais le poids du corps dissous doit former en une fois le poids de lui-même & celui du fluide, dans lequel il est dissous. On pourroit supposer que les gaz ne sont pas pesans; mais l'expérience prouve le contraire. J'avoue que j'ignore qu'aucun Sthalien ait répondu à la difficulté qui se présente ici naturellement.

Je vais le faire en faveur de cette hypothèse. Il paroît résulter de quelque expérience du docteur Priestley, qu'il se forme de l'acide nitreux dans la combustion de ce gaz; or on sait que la pesanteur spécifique des acides est considérablement plus grande que celle de l'eau; ainsi en supposant que le poids de l'eau dissoute dans les gaz soit 3, celui des gaz 2, & celui de l'eau qu'on obtient 5, il paroît en ne résulter d'autre chose si ce n'est que l'on obtient 3 d'eau plus 2 d'acide nitreux. Cette hypothèse se prête également à résoudre une seconde difficulté que l'on pourroit exciter ici. Car je conçois assez bien que le phlogistique de l'air inflammable & l'air vital étant des êtres, on pourroit demander ce qui en résulte après la décomposition des deux gaz; ainsi dans l'explication que je viens de donner ce seroient ces deux gaz, qui en se décomposant produisent l'acide nitreux. Dans cette hypothèse l'eau dissoute dans les gaz supposée 3 ne seroit que l'eau, tandis que le poids des gaz supposé 2 viendroit à former 2 d'acide, qui joints à 3 d'eau donneroient 5, c'est-à-dire le poids total de l'eau qu'on obtient.

On ne sauroit disconvenir que cette hypothèse pourroit paroître suffisante; mais il faut que j'avoue qu'il reste ici un vide qui n'est rempli. Du moins je doute qu'on puisse faire ce raisonnement, jusqu'à ce qu'on ait démontré que c'est de l'air inflammable & de l'air vital combiné exactement dans la proportion nécessaire à la formation de l'eau, qu'est composé l'acide nitreux; ce que l'on n'a fait jusqu'à présent, & ce qu'au contraire l'expérience paroît démentir, & a démenti dernièrement (1).

Je viens de rapporter en peu de mots les raisonnemens du chimiste pneumatique, & ceux du partisan du phlogistique. J'y laisse un vide, mais c'est qu'il ne se trouve point rempli. On conçoit que mon but n'étant que de rapprocher ce qui regarde directement la nature de l'eau, je dois passer sous silence d'autres difficultés qui s'opposent réciproquement aux deux doctrines; mais on verra ci-après que j'aurai occasion d'en examiner plusieurs en détail. Maintenant je veux comparer le point essentiel qui fait la base des deux doctrines; ce parallèle doit, je crois, nous apprendre à quoi se réduit la question qui nous occupe, & ce qui reste à faire pour la résoudre.

Tableau de la question qu'on examine, & moyens de la résoudre.

Comparons ici les idées que nous fait naître ce que je viens d'exposer dans le chapitres précédens; c'est ce parallèle qui doit nous présenter le tableau de la question,

(1) Voyez chapitre VI.

& les moyens de la résoudre. Dès que l'on compare les argumens des uns, les difficultés des autres, on voit d'abord, je crois, à quoi tient le noeud gordien qui divise les pneumatistes des Sthaliens. Nous avons remarqué que les argumens des premiers ne sont contestés, quant au fait, par ceux même qui défendent le phlogistique avec le plus de zèle. Remarquons aussi qu'en général toute difficulté du Sthalien n'est que défensive, car je ne connois en effet aucune objection qui porte droitement à renverser les conséquences du pneumatiste. Pour lors nous trouvons d'abord que toute la difficulté à résoudre se réduit à ce que toutes les expériences que l'on apporte sur la décomposition de l'eau se trouvent faites avec des corps qui contiennent du phlogistique, & conséquemment que ces faits peuvent très-bien n'être qu'une conséquence de ce phlogistique, puisque ces effets ne sont pas même contradictoires avec les propriétés que l'on attribua à ce principe du feu. Or les expériences du pneumatiste ne sauroient être décisives tant que l'on ne réussira à faire connoître des faits, dans lesquels l'eau se trouve décomposée sans que les corps qui réagissent puissent fournir ce principe. Du moins lorsque même on ne pourroit parvenir à la prétendue décomposition de l'eau qu'avec ce corps, toujours faudra-t-il démontrer par une autre voie que le prétendu phlogistique du Sthalien n'existe pas.

Je trouve ici, si je ne me trompe, la voie que j'ai à parcourir dans l'examen de la question que je discute. Ou le phlogistique existe, & pour lors il me reste à prouver par des faits la décomposition de l'eau, & dans

ces faits il faut que tout soupçon de phlogistique soit éloigné, ou le phlogistique n'existe pas, ce n'est pas lui, qui dans les expériences annoncées fournit le gaz inflammable; & pour lors après avoir démontré la non existence de ce principe, il me faudra démontrer encore, si c'est de l'eau que viennent les produits que l'on obtient, & dont l'origine ne sauroit être reconnue du phlogistique.

Voilà donc ce qui reste à faire dans l'examen de la question dont je m'occupe. Il y a deux voies différentes par lesquelles on peut également parvenir à la solution du problème. Je vais tâcher de parcourir l'une & l'autre.

Le phlogistique existe-t-il dans les substances métalliques ?

Ce seroit inutile que de rapeler ici les argumens par lesquels on nia l'existence du phlogistique. Des savans assemblés en connoissent la question, & se trouvent sans doute à même d'en apprécier l'état. Il est même inutile de nous occuper ici à rechercher, si le phlogistique existe, ou n'existe pas en général dans la nature. Car les corps que l'on fait réagir dans les expériences des pneumatistes n'étant que des substances métalliques, il seroit assez prouvé, que ce n'est pas le phlogistique qui fournit le gaz inflammable dans leurs expériences, lorsqu'on auroit démontré, que ce phlogistique n'existe pas dans les substances métalliques. Recherchons donc avant tout si le phlogistique existe, ou n'existe pas dans les substances métalliques.

On met dans une petite cornue de la limaille d'acier ; on y verse au-dessus de l'acide sulphurique concentré ; on adapte un récipient, & on distille.

Il ne se dégage aucun gaz.

Il passe dans le récipient, de l'acide sulphureux volatil.

On trouve du soufre sublimé au haut de la cornue.

Le fer dans la cornue se trouve reduit à l'état de chaux.

Je demande à moi-même ce qui se passe dans cette expérience. Je raisonne d'après les principes du Sthalien, & je dis ; le phlogistique du fer se combine avec l'acide vitriolique ; le produit de cette combinaison est l'acide sulphureux qui passe dans le récipient, & le soufre que je trouve au haut de la cornue. Je passe à l'examen de l'acier, & je le trouve à l'état de chaux. J'en ai employé une once, je le pèse, j'en trouve dix gros, après l'avoir débarrassé de tout soupçon d'acide par des lavages réitérés. Le fer ne peut passer à l'état de chaux que par l'absorption de l'air ; aussi il ne peut augmenter en poids que par une addition de matière. Il me faut donc chercher d'où vient l'air pur. J'ai fait remarquer que dans l'expérience de Lavoisier, dans laquelle on fait passer l'eau au travers du tuyau de fer incandescent, on peut se tirer de la question en supposant que l'air pur qu'on trouve dans la chaux de fer est fourni par l'eau qui en tient en état de dissolution ; mais comme je n'emploie point d'eau dans l'expérience dont je viens de rendre compte, comme il ne peut être question d'air pur dissous dans l'acide sulphurique que j'emploie, comme on ne peut pas même supposer que ce soit l'air ambiant qui le fournit, car tout se passe ici dans des vaisseaux exactement fermés & im-

perméables à ce fluide; j'avoue que la doctrine du Sthalien ne se prête guère à l'explication de ce phénomène. Je vais maintenant expliquer ce qui se passe dans cette expérience d'après la doctrine du pneumatiste. On sait que dans cette doctrine l'acide sulphurique est le produit de la combinaison du soufre avec l'air pur, & il suffit de brûler du soufre pour s'en convaincre (1). Dans l'expérience dont je viens de rendre compte il peut donc se faire que l'acide sulphurique se décompose. L'air pur dont il est composé se trouve absorbé par le fer, & c'est là l'origine de la chaux métallique, & celle de l'augmentation du poids. L'acide sulphurique privé de son air pur n'est plus que du soufre, & le voilà au haut de la cornue. Il ne reste qu'à rechercher l'origine de l'acide sulphureux, & à voir si ce n'est pas ici que se présente le phlogistique de la limaille d'acier.

On sait que l'acide sulphurique passe à l'état d'acide sulphureux dès qu'il se trouve en contact avec une matière combustible quelconque, & on a conclu que c'est le phlogistique du combustible que produit ce changement; ainsi ce seroit le phlogistique du fer qui se combine avec une partie de l'acide sulphurique, qui dans notre expérience auroit produit l'acide sulphureux.

D'abord on trouve des doutes sur cette conséquence, lorsqu'on réfléchit qu'une très-petite quantité de combustible suffit pour produire de l'acide sulphureux; que la quantité de phlogistique qu'on suppose dans le fer d'après

(1) La plus grande partie des Sthaliens ne conteste pas même ce fait.

la quantité de gaz hydrogène que l'on obtient, lorsqu'on a délayé l'acide avec de l'eau, doit être très-grande, & que la quantité d'acide sulphureux que l'on obtient dans notre expérience est assez petite. Ceci ne donne une rélation satisfaisante dans les produits. J'examine de près l'acide sulphureux. Si je le conserve long-tems au contact de l'air atmosphérique, l'acide sulphureux passe à l'état d'acide sulphurique. L'air atmosphérique diminue de son volume, & n'est plus respirable; du moins ne l'est plus autant qu'il étoit auparavant. Cette dernière circonstance dépose en faveur du Sthalien; car c'est, dit-on, par le phlogistique de l'acide sulphureux que l'air atmosphérique devient méphitique; mais si c'est par l'addition de ce phlogistique à l'air qu'on trouve le fluide atmosphérique changé en mofete, comment se peut-il qu'après avoir ajouté du phlogistique on trouve de la diminution dans le volume, qu'après avoir ajouté de la matière on trouve de la diminution en poids. C'est un fait qui implique contradiction en physique, que celui qui diminue le poids des corps en y ajoutant de la matière. D'ailleurs si on enferme l'acide sulphureux au contact de l'air pur l'acide passe également, & même assez plus promptement à l'état de l'acide sulphurique. Le volume du gaz se diminue également; mais pour lors le gaz résidu examiné à l'eudiomètre donne les mêmes résultats qu'auparavant; c'est-à-dire qu'il n'est nullement altéré dans sa qualité respirable. Ce n'est donc pas le phlogistique de l'acide sulphureux qui vicie l'air atmosphérique: c'est par l'absorption de l'air pur que l'acide sulphureux passe à l'état d'acide sulphurique; & c'est en

enlevant l'air vital au fluide atmosphérique que celui-ci devient méphitique. Il paroît donc que le phlogistique du fer ne se montre nulle part dans l'expérience dont je viens de rendre compte ; & il paroît encore que la doctrine du pneumatiste l'emporte à quelques égards sur celle du Sthalien.

Jusqu'ici je n'ai pris en compte que les phénomènes analytiques ; & en chimie rien n'est certain que par la synthèse. Voyons donc si à la recomposition des matières que l'on a fait réagir il ne se présente aucune difficulté. Dans l'hypothèse du pneumatiste on y parvient aisément. L'oxide de fer n'est que du fer combiné avec l'air vital ; ainsi en enlevant ce gaz à l'oxide, on opère sa réduction ; & le produit métallique diminue précisément en poids en proportion de celui de l'air vital qu'on lui enlève. Si on brûle ensuite le soufre en contact de ce même air vital qu'on enlève à l'oxide, on a l'acide sulphurique employé ; ce gaz ne se trouve absorbé complétement ; mais le résidu n'est que la partie nécessaire à changer l'acide sulphureux en acide sulphurique. Ainsi tout se recompose, & les produits examinés à la balance donnent des résultats de la dernière exactitude. Il y a cependant une difficulté ici que le Sthalien lui oppose ; c'est que pour enlever l'air à l'oxide de fer on fait usage d'une matière phlogistique ; ainsi c'est ce phlogistique du corps inflammable ajouté, dit le Sthalien, qui opère la réduction métallique ; mais remarquons nous dans cette conséquence la même contradiction que nous avons déjà remarquée dans l'analyse ; car si c'est le phlogistique du combustible, qui en se combinant à la chaux de fer, en opère la réduction, comment se pourroit-il que cette addition de matière puis-

se opérer une diminution de poids; car c'est un fait connu que la diminution de poids dans la réduction des chaux métalliques. On peut cependant ajouter en faveur du Sthalien, que puisque on ne peut opérer cette réduction sans le secours d'une matière inflammable, il faut bien que cette dernière y entre pour quelque chose. Oui ; il y entre pour s'emparer de l'air vital combiné avec le fer, qui ne sauroit être enlevé, que par une force d'affinité plus grande. Or il n'y a que les substances plus combustibles que les métaux qui jouissent d'une plus grande affinité avec l'air vital. D'ailleurs par cela seul qu'il faut employer un intermède pour séparer quelques principes d'un composé, peut-on conclure en faveur d'un nouveau produit opéré par le corps décomposant ? Il faut employer par exemple l'action du feu pour séparer l'acide du vinaigre des cristaux de venus; il faut employer une substance combustible pour mettre à nud l'alkali base du salpêtre. Ainsi la chaleur seroit dans ce cas celle qui a réduit le cuivre des cristaux de venus; & cette conclusion ne choqueroit pas peu les principes du Sthalien; le charbon celui qui a composé l'alkali fixe base du salpêtre; celui-ci ne seroit pas un sel à base d'alkali fixe ; ce dernier n'existeroit dans le salpêtre avant que de l'avoir produit par le charbon ; dans ce dernier cas tout chimiste connoît quelle seroit l'inconséquence de ce raisonnement.

Les difficultés qui se présentent au Sthalien lors de la recomposition de l'acide sulphurique par le soufre produit dans cette expérience ne sont pas moins embarrassantes. Cette substance est, dit-on, le résultat d'une combinai-

son intime du phlogistique avec l'acide sulphurique ; il faut donc que ce soit en perdant son phlogistique que le soufre passe à l'état d'acide sulphurique dans sa combustion. Or c'est de même par la perte d'un de ses principes qu'il augmente en poids. Il y a donc ici la même inconséquence que j'ai remarqué sur tous les points de cette expérience. Le Sthalien ne nie certainement pas qu'il y ait absorption d'air dans la combustion du soufre ; il ne peut y avoir combustion sans absorption d'air vital, on peut remarquer d'une manière très-exacte que le poids de l'acide sulphurique considéré dans un état concret, comme dans le tartre vitriolé desséché, répond exactement à celui du soufre & du gaz absorbé. Comment ce gaz & ce soufre ne seroient-ils pas les principes de l'acide sulphurique. Et le soufre qui est un des élémens de l'acide qu'on appelle sulphurique, comment seroit-il composé lui-même d'acide sulphurique? Il paroît, je crois, assez évident que le prétendu phlogistique ne se montre nulle part dans le fer que j'ai soumis à l'expérience que j'analyse. Maintenant faudroit-il peut-être procéder à l'examen des différences qu'on trouve dans les résultats en procédant à la même expérience avec l'acide délayé d'eau? Mais ces détails me paroissent inutiles ; car je vais rendre compte d'une expérience de ce genre, qui, si je ne me trompe pas, est péremptoire.

On prend de la limaille de fer, on la met dans un matras, & on y verse au-dessus de l'acide muriatique. D'abord il se produit de l'effervescence, il se dégage du gaz hydrogène.

Cette expérience est très-connue. C'est le phlogistique du fer, dit-on, qui fournit le gaz inflammable ; le fer se combine avec l'acide muriatique ; c'est donc en état de chaux que le fer existe dans le produit, car le fer qui a fourni l'hydrogène ou le gaz inflammable a perdu son phlogistique. Je suppose ici avec le Sthalien que c'est du phlogistique que vient le gaz hydrogène, que c'est le phlogistique qui donne au fer le brillant métallique ; mais si je démontre que le fer n'a nullement perdu son brillant métallique dans cette expérience, on ne niera certainement pas, que le fer en conservant son brillant métallique n'a pas perdu son phlogistique ; on m' avouera aussi que le fer en conservant son phlogistique, n'a pu fournir le gaz inflammable ; & on m'avoue conséquemment, que c'est l'eau qui a fourni ce gaz, vu que l'acide muriatique se trouvant combiné avec le fer en totalité & sans être nullement altéré, n'a pu fournir le gaz inflammable, & vu qu'il n'y a ici d'autre corps en action. Voici donc les faits qui prouvent ce que je viens d'avancer.

On prend la dissolution de fer par l'acide muriatique, qui reste dans le matras de l'expérience précédente; on la filtre pour la débarasser des parties ferrugineuses, qui n'auroient pas été dissoutes. Ensuite on évapore cette solution jusqu'à siccité ; alors on la met dans une cornue, & on la calcine lentement ; la matière se fige & il se forme une masse brillante feuilletée, semblable au talc que l'on appelle verre de Moscovie. On n'a qu'à augmenter alors, & continuer l'action du feu; la masse devient opâque & se divise en tranches, dont chacune est lisse, luisante,

& ayant toutes les propriétés d'une matière métallique. En l'examinant de près on trouvera que c'est du fer entièrement métallique, & ce qui plus est, c'est que ce fer s'approche infiniment de la nature de l'acier. On peut réduire ce fer en grenaille, on peut le dissoudre de nouveau dans l'acide muriatique, & l'on aura pour lors autant de gaz inflammable, qu'on en aura tiré de sa première dissolution dans cet acide.

Que l'on compare maintenant ce qui se passe dans cette expérience avec les raisonnemens qu'on fait d'après la doctrine du phlogistique, & on verra si la logique du Sthalien est exacte. Je l'ai déjà remarqué, c'est le fer dans cette hypothèse, qu'on suppose fournir l'air inflammable en passant à l'état de chaux, ou ce qui est le même en perdant son phlogistique. Mais ne voyons-nous pas ici que le fer ne perd nullement son phlogistique en passant à l'état de chaux par sa dissolution dans l'acide muriatique? Car enfin il ne faut que dégager l'acide & l'air vital, & pour lors le fer se présente sous sa forme métallique; & ce qui plus est, c'est qu'on n'ajoute ici aucune trace de matière combustible, c'est que ce fer réduit est propre à fournir une nouvelle quantité de gaz inflammable. On dit, que c'est au phlogistique que le fer doit son brillant; ici le fer perd cependant son brillant métallique, & il ne se dégage point de phlogistique, il reprend son brillant, & cela même arrive sans addition de phlogistique (1). Quelque soit le raisonnement qu'on fasse ici,

(1) On connoît une expérience de ce genre, dans laquelle on combine directement l' oxigène avec le fer, & on le change en oxide, sans qu'il soit

il faut se contredire, lorsqu'on suit l'hypothèse de Sthal. Ou c'est le phlogistique qui donne le brillant aux substances métalliques, & alors il faut convenir que dans cette expérience ce n'est pas le phlogistique qui a fourni l'air inflammable, car on trouve en dernière analyse que le fer n'a perdu ce principe, supposé qu'il existe. Ou ce n'est pas le phlogistique qui donne le brillant aux substances métalliques, & alors il faut convenir que l'air inflammable ne peut venir du fer, qui ne contient du phlogistique. Je ne vois ici aucune substance en réaction, qui soit en état de fournir ce gaz: il n'y a que l'eau; car je l'ai déjà remarqué qu'on ne sauroit voir l'origine de ce gaz dans la décomposition de l'acide, dont la composition n'est pas altérée. C'est donc l'eau qui se décompose ici, qui fournit le gaz inflammable, & qui fournit l'air vital, pour faire

---

nullement question d'air inflammable; mais on n'en a pas fait une application heureuse à la theorie. C'est la combustion du fer dans l'air vital. Dès qu'on brûle ce métal en contact de ce gaz, une partie de l'air est absorbé, & une partie du fer s'oxide. Il perd donc son phlogistique. Mais recherchant ce phlogistique dans la cloche on ne le trouve pas, car l'air résidu n'est que de l'air pur, & on ne trouve aucune trace de gaz inflammable. Il arrive à la vérité qu'on trouve quelquefois un peu d'acide carbonique; & c'est là sans doute qu'on cherchera le phlogistique. Mais il se trouve heureusement des espèces de fer qui contiennent rien ou presque rien de charbon, & pour lors opérant avec ce fer, on ne trouve dans le résidu aucune trace d'air fixe, ou gaz acide carbonique, le résidu n'étant que de l'air vital aussi pur qu'auparavant. Ici donc le fer s'oxide, & il ne dégage point de l'air inflammable. Le fer s'oxide, & ne montre pas des indices de phlogistique.

Le nombre de ces faits très-connus je pourrois l'augmenter à l'infini. On ne les y a guère soumis à un examen philosophique, & ils ne prouvent que trop le pouvoir de l'habitude, & que même les plus philosophes ne sont pas toujours des philosophes.

passer ce fer à l'état de chaux. Le phlogistique ne se montre nulle part; les principes de l'eau se désunissent; mais l'eau qui se résout ici en deux substances absolument différentes, comment seroit-elle un être élémentaire? Le phlogistique qui ne se montre nulle part, comment existeroit-il?

Je pourrois ajouter nombre de faits très-connus, dont l'examen attentif nous conduiroit aux mêmes principes; mais ces détails surpasseroient les bornes d'un mémoire académique. Je ne m'arrêterai ici qu'un instant sur une expérience curieuse que l'on a fait depuis long-tems, & que l'on répète souvent, mais dont les conséquences qu'on en a déduites sont très-erronées. Si je m'attache aux faits suivans quoique très-connus, c'est qu'ils prouvent par synthèse ce que j'ai dit dans l'expérience première lors de la dissolution du fer dans l'acide sulphurique concentré. Du soufre & de la limaille d'acier mêlés ensemble & mouillés d'eau s'échauffent au bout de quelques heures; il se dégage de l'air inflammable; le fer passe à l'état de chaux, & le soufre se change en acide sulphurique. Je suppose que ce soit le fer qui en perdant son phlogistique, en passant à l'état de chaux fournit le gaz inflammable; mais dans cette supposition même, d'où viendroit-elle cette quantité prodigieuse d'air vital, qui se trouve avec la chaux de fer? qui sature le soufre, & le change en acide sulphurique? Cette quantité d'air ne peut se trouver interposée entre les molecules de l'eau que l'on emploie en très-petite quantité; il faut donc que ce soit des corps qui réagissent qu'elle se dégage; or cela ne peut être que de

l'eau qui se décompose, car le soufre & le fer ne contiennent pas de l'air vital. On ne peut supposer que ce soit l'air ambiant qui le fournisse, car on sait que tous ces phénomènes se passent également dans le vide; & que c'est par là que l'on fait les volcans & les tremblemens de terre sur les tables de nos laboratoires pour l'amusement des femmes. D'ailleurs on peut voir ci-après, que ce n'est pas du fer que vient l'air inflammable, car j'ai une expérience de ce genre dans laquelle on obtient de l'air inflammable, sans qu'il soit question d'aucune substance à l'état métallique.

J'ai mis dans un matras, dont l'orifice se trouve exactement fermé par un tuyau dont l'autre extrémité met sous la cloche de l'appareil pneumatique, de la limaille d'acier, & de l'acide de l'arsenic. En échauffant le mélange, le fer a été complétement dissous par l'acide: mais il ne passa aucun gaz sous la cloche. En examinant ce qui resta dans le matras, je n'ai trouvé que du fer à l'état de chaux, & de la chaux blanche d'arsenic.

Examinons ces résultats. D'après l'hypothèse de Sthal le fer qui a passé à l'état de chaux doit avoir perdu son phlogistique; ce phlogistique ne se montrant nulle part dans l'expérience, doit donc lui être enlevé par l'acide de l'arsenic, & celui-ci doit avoir passé à l'état de chaux blanche par sa combinaison avec le phlogistique de la limaille de fer: car on doit supposer dans cette hypothèse que l'acide de l'arsenic n'est qu'une chaux d'arsenic éminemment déphlogistiquée. C'est la seule manière, d'après la-

quelle on puisse rendre raison de ces résultats en suivant la doctrine du phlogistique.

Remarquons d'abord qu'on trouve une contradiction étrange dans une pareille conclusion ; car c'est se contredire, que d'attribuer au phlogistique la cause du brillant dans les substances métalliques, & au même principe le changement de l'arsenic en chaux, tandis que dans cette doctrine l'état de chaux dans les substances métalliques n'est qu'une privation de phlogistique. Je m'expliquerai sur cela d'une manière plus précise. On sait que l'acide arsénique qu'on sature de phlogistique passe à l'état de régule ; si ce phlogistique est enlevé au fer par l'acide de l'arsenic, celui-ci doit donc passer à l'état métallique. Or c'est précisément le contraire qui arrive, car l'arsenic se trouve réduit à l'état de chaux.

Je ne veux pas me dissimuler une supposition par laquelle on peut rendre raison de ce phénomène ; c'est en supposant que dans cette opération l'échange de phlogistique ne se fait dans une proportion convenable ; c'est-à-dire que la quantité de phlogistique fournie par le fer ne suffit pas pour réduire l'acide de l'arsenic. Or cet acide n'étant que la même chaux dépourvue plus complétement de phlogistique, il s'ensuit que le fer ne lui en fournit que la quantité nécessaire pour constituer la chaux blanche. Voilà si je ne me trompe l'argument du Sthâlien réduit à toute sa force. Examinons maintenant cette conclusion.

Si c'est le fer qui donne son phlogistique à l'acide de l'arsenic, le poids du fer doit être diminué, car il y a diminution de poids par tout où il y a diminution de matiè-

re ; si c'est l'acide de l'arsenic qui reçoit le phlogistique, le poids de celui-ci doit s'augmenter, car où il y a addition de matière, il doit y avoir augmentation en pesanteur. Supposons même que cet être (le phlogistique) métaphysique à tous égards, n'est pas un être matériel, & n'est doué de pesanteur ; le poids du fer ne doit donc être altéré ; pas même celui de l'acide de l'arsenic. Aucun, je crois, n'ose contester ces principes de physique. Cependant si on les admet, la logique du Sthalien ne peut être exacte, car à l'examen des faits on trouve que le fer qui cède son phlogistique à l'acide de l'arsenic, augmente en poids, tandis que l'acide de l'arsenic qui le reçoit, diminue. Ce que je viens de remarquer montre donc que la conclusion du Sthalien est erronée ; & il paroît évidemment que c'est précisément le contraire qu'il faut en inférer ; c'est-à-dire, que c'est le fer qui augmente en poids celui qui reçoit de la matière, & que l'acide de l'arsenic dont le poids diminue, celui, qui la lui donne. Mais quelle est-elle cette matière que le fer reçoit de l'acide de l'arsenic ? Nous la trouverons dans l'examen des matières que l'on fait réagir, & c'est encore ici le lieu de voir si ce prétendu phlogistique existe ou n'existe pas dans le fer.

J'aime partir de ce principe établi par le célèbre inventeur de la doctrine du phlogistique, que Sthal développa ensuite. Celui des êtres par lequel des corps homogènes augmentent en poids, doit être considéré du nombre des principes dont ces mêmes corps sont composés. *Id per quod corpus homogeneum augmentum capit, id ipsum est, quod pro principio istius corporis haberi potest.* Becher *Phys.*

subter. On ne doute plus de nos jours que c'est à l'air pur que l'on doit l'augmentation de poids des chaux métalliques (1) : l'air pur on le trouve ici dans la chaux de fer qu'on obtient par ce procédé; il doit donc être considéré comme un des principes de la chaux métallique du fer; la pesanteur de l'air étant connue, c'est de ce même air qu'il faut répéter l'augmentation en pesanteur; les chaux métalliques dont on opère la réduction rendent précisément la même quantité d'air qu'elles ont absorbé; & le poids de l'air qu'elles rendent répond très-exactement à celui de l'augmentation d'une substance métallique lors de son passage à l'état de chaux. Ce n'est donc qu'en absorbant de l'air que le fer a passé à l'état de chaux. Du moins nous ne voyons pas encore ici que le fer ait donné des indices de son phlogistique. Mais il s'agit encore de voir ce qui se passe dans l'acide de l'arsenic, car c'est ici, dit-on, que va se combiner le prétendu phlogistique. Partons donc du même principe de Becher. Si on ajoute de l'air vital à la chaux blanche d'arsenic, sa pesanteur s'augmente, & il en résulte de l'acide d'arsenic. L'air est donc un principe de l'acide de l'arsenic, car c'est par le moyen de l'air qu'on augmente le poids de la chaux blanche qu'on acidifie. L'acide de l'arsenic n'est donc que la chaux d'arsenic à laquelle on ajoute un excès d'air vital (2); mais

(1) J'ai déjà remarqué ce qui arrive par la calcination du mercure avec d'autres gaz comme dans les expériences de M. le Comte Morozzo.

(2) M. Monnet nous a donné dernièrement un mémoire fort étendu, dans le quel il combat cette doctrine de l'acide de l'arsenic, & celle de

si le phlogistique du fer se combina avec l'acide de l'arsenic pour produire la chaux blanche, il ne doit être question que d'enlever ce phlogistique pour produire l'acide; cependant c'est de l'air que nous ajoutons. On peut opposer que c'est en ajoutant cet air vital qu'on enlève le phlogistique. Voyons maintenant si ce phlogistique se montre dans le procédé par lequel on ajoute l'air vital à la chaux blanche. On sait qu'on y parvient très-aisément par l'acide muriatique oxigéné. Il ne s'agit que de voir si c'est en s'emparant du phlogistique de la chaux d'arsenic, ou en cedant son excès d'air vital que l'acide muriatique oxigéné change en acide la chaux blanche d'arsenic. A cet effet il faut examiner ce que c'est que l'acide muriatique oxigéné. Je ne veux pas entrer dans des longs détails pour décider cette question. Pelletier nous a fait connoître une expérience décisive. On met de l'air vital, & de l'acide muriatique ordinaire en contact; l'air est absorbé en partie, l'acide muriatique devient oxigéné; cet acide n'est donc que l'acide muriatique ordinaire surchargé d'oxigène ou d'air vital. En veut-on une preuve inverse? On expose l'acide muriatique oxigéné à la lumière, l'air vital se dégage: on obtient séparément ce gaz qui l'avoit oxigéné & séparément l'acide muriatique ordinaire dans le même état qu'il

---

l'acide muriatique oxigéné dont je parlerai ci-après. Je ne crois pas qu'on puisse exiger ici une refutation des principes de M. Monnet, la refutation de ce mémoire se trouvant dans l'ouvrage même, & dans les mêmes expériences par lesquelles il combat ces doctrines. Je le crois d'autant moins que parmi les Sthaliens il n'y a que M. Monnet qui ait nié des faits établis par ses confrères les Sthaliens, & constatés par tous les chimistes de l'Europe.

se trouvoit avant que de l'avoir combiné avec l'air vital. L'acide muriatique passe donc à l'état d'acide muriatique oxigéné toute fois qu'il absorbe de l'air vital (1), il passe à l'état d'acide muriatique ordinaire toute fois qu'on lui enlève ce gaz, sans qu'il soit nullement question d'y ajouter du phlogistique (2). Appliquons maintenant ces faits,

(1) A. Ce mémoire devant être destiné à ceux mêmes qui sont le moins au fait de la doctrine pneumatique, je suis contraint à m'exprimer d'une manière qui à la rigueur ne peut avoir le droit à la plus grande exactitude. On peut bien s'en apercevoir par ce que je viens de dire des expériences de Pelletier, & de la combinaison de l'oxigène avec l'acide muriatique. Pour ne pas laiſſer lieu à des interprétations équivoques je remarquerai ici que par la méthode indiquée ici d'après M. Pelletier on n'obtient pas un acide complétement oxigéné; car cet acide ne résulte que lorsque l'air vital se combine avec l'acide muriatique après avoir perdu son calorique; mais l'expérience de ce chimiste prouve suffisamment pour décider de la nature de cet acide. Ainsi lorsque je dis que l'acide muriatique ordinaire paſſe à l'état d'acide muriatique oxigéné en absorbant de l'air vital, il faut entendre, avec cet air privé de son calorique, c'est-à-dire avec sa base, l'oxigène. C'est faute d'avoir bien saisi cette différence, que des Chimistes tombèrent dans des méprises qu'ils auroient aisément évitées, & qu'ils envisagèrent quelque lieu des difficultés qui n'existent pas.

(2) Les chimistes Sthaliens, qui supposent que l'acide muriatique oxigéné n'est que l'acide muriatique ordinaire dépourvu de son phlogistique opposent à cette vérité deux difficultés qui ne sont rien moins que singulières. Les voici. *L'acide muriatique oxigéné*, disent-ils, *dans la doctrine pneumatique contient plus d'oxigène que l'acide muriatique ordinaire, & l'oxigène étant le principe de l'acidité, comment se pourroit-il que l'acide muriatique oxigéné soit moins acide que l'acide muriatique ordinaire.* Mais comment peut-on opposer de pareilles difficultés. Est-ce que les principes qui composent des corps par sa combinaison avec d'autres principes doivent poſſéder chacun séparément les propriétés des corps auxquels ils peuvent donner origine! Le soufre est la base de l'acide sulphurique. Du soufre qu'on ajoute à de l'acide sulphurique foible doit donc en augmenter l'acidité? C'est par cette même raison que l'acide muriatique oxigéné n'est pas plus acide que l'acide muriatique ordinaire, c'est-à-dire parce que l'oxigène ne peut produire un acide qu'en se combinant avec une base; parce que cette base n'en admet que jusqu'à un certain point de saturation, & parce

& tâchons d'en déduire une conséquence générale d'après le principe de Becher & de Sthal. L'acide muriatique oxigéné ne cède que l'air vital à la chaux d'arsenic, qu'il change en acide; l'acide augmente en poids par cette addition de l'air vital; l'air vital doit donc être considéré du nombre des principes de l'acide de l'arsenic. C'est ce même principe que l'acide cède au fer, qui passe à l'état de chaux; c'est ce même principe qu'on peut enlever au fer, & qui produit de nouveau de l'acide d'arsenic, si on voudra le combiner avec la chaux blanche; le prétendu phlogistique ne se montre nulle part; un être que je ne sais trouver aucune part, je conclus qu'il n'existe pas.

De la décomposition de l'eau d'une manière immédiate.

Je n'ai que deux expériences à donner qui prouvent directement la décomposition de l'eau, & par là que le fluide aqueux ne peut être une substance élémentaire. Les voici.

---

que cette base étant complétement saturée dans l'acide muriatique ordinaire, ne peut acidifier l'oxigène excedant qui se trouve dans l'acide muriatique oxigéné.

La seconde difficulté qu'ils opposent est celle-ci. *Le gaz oxigéné est le seul propre à la combustion; ainsi comment le gaz acide muriatique oxigéné qui en est si riche n'est-il plus propre à la combustion que le gaz acide muriatique ordinaire?* D'abord on pourroit y répondre que c'est par la même raison que l'oxide de manganèse, l'oxide de mercure &c. qui donnent des quantités énormes de gaz oxigène ne sont pas combustibles que parce que l'oxigène ne peut entretenir la combustion que lorsqu'il est combiné avec le calorique; mais on peut malheureusement leur répondre que l'objection n'existe pas, car c'est sur de faux aperçus qu'ils l'objectent. Le gaz acide muriatique oxigéné est précisément aussi propre à la combustion, qu'ils prétendent qu'il le soit, & s'ils se donneront la peine d'introduire une bougie dans le gaz acide muriatique oxigéné bien pur, elle y brûlera aussi bien que dans l'air vital,

J'ai pris trois onces de chaux vive que j'ai réduite en pâte avec suffisante quantité d'eau; dès que le mélange fut refroidi j'ai ajouté à cette pâte un gros de phosphore coupé en petits morceaux, que j'ai mêlés exactement à la pâte, & j'ai mis le mélange dans une petite cornue de grès. J'ai adapté au col de la cornue un tuyau de verre courbé dont l'extrémité met sous la cloche de l'appareil pneumato-chimique. En procédant lentement à la distillation il passa aussi tôt sous la cloche du gaz hépatico-phosphorique, le même à tous égards que celui que M. Gengembre a décrit le premier. Lorsqu'il ne passoit plus de gaz sous la cloche, j'ai examiné le gaz, & ce qui reste dans la cornue.

Ce dernier étoit un sel moyen composé d'acide phosphorique & de chaux, c'est-à-dire un vrai phosphate calcaire. En le traitant par l'acide vitriolique de la même manière qu'on le pratique avec la poudre des os calcinés suivant la méthode de Schéele, on en tire l'acide phosphorique qu'on peut réduire une autre fois en phosphore. Ici il se produit donc de l'acide phosphorique; mais le phosphore ne peut passer à l'état d'acide phosphorique sans absorption d'air vital; cependant la chaux ne peut avoir fourni ce gaz; car il ne se dégage aucun gaz dans l'extinction de la chaux d'après M. Achard; en supposant quelques parties de chaux éteintes ce seroit de l'air fixe qu'il se dégageroit, & l'air fixe ne pourroit pas s'être combiné avec le phosphore, parce que celui-ci ne se combine avec l'air qu'au moyen de la combustion, & aucune combustion ne peut avoir lieu au contact de l'air fixe, ou

gaz acide carbonique (1). C'est donc l'eau, qui a fourni l'air vital qui acidifia le phosphore. Il ne reste qu'à trouver l'air inflammable, ou l'hydrogène, qui combiné avec l'air vital formoit l'eau décomposée. Nous le trouverons dans le gaz hépatico-phosphorique. Ce gaz dont on connoît déjà la propriété surprenante de s'enflammer par lui-même, n'est que de l'air inflammable, ou de l'hydrogène de l'eau décomposée, qui tient en dissolution du phosphore tout formé. En veut-on une preuve décisive? On n'a qu'à conserver de ce gaz quelques jours. Le phosphore dissous se précipite aux parois du récipient; le gaz ne s'enflamme plus par lui-même au contact de l'air, il ne jouit plus d'aucune des propriétés, qui le caractérisent, & pour lors ce n'est plus que de l'air inflammable tout pur. Ici l'eau se décompose donc évidemment; elle fournit de l'oxigène, ou air vital, qui est absorbé par le phosphore, qui en est acidifié. Elle fournit de l'air inflammable, qui se présente avec des caractères frappans au moyen d'une partie de phosphore qu'il tient foiblement en état de dis-

(1) J'ai dit qu'il ne se dégage aucun gaz dans l'extinction de la chaux d'après les expériences de M. Achard. Le contraire résulte des expériences que M. le Comte de Saluces a publié dans les mémoires de l'Académie. R. des sciences, car il assure qu'il se dégage de l'air vital Je suis très-porté à le croire, car l'eau qui dans cette opération passe de la fluidité à l'état solide, perd une très-grande partie de son calorique, & il ne seroit pas étrange que l'eau se décomposât en partie. Mais on ne tirera pas certainement de ce fait la conséquence que ce soit la chaux qui fournisse l'air vital, qui acidifie le phosphore dans l'expérience dont je viens de rendre compte; car cette expérience réussit également bien avec les alcalis & la craie; or les alcalis & la craie ne dégagent que du gaz acide carbonique, ou air fixe, & le phosphore ne sauroit être acidifié par ce gaz.

solution ; si on enlève ce phosphore, l'air inflammable est à nud. Je n'entrerai pas dans une plus grande discussion de cette expérience, car j'avoue que je ne connois guères quelles objections raisonnables le Sthalien y pourroit opposer. Il en est, je crois, de même de l'expérience suivante.

Je prends de la chaux noire de manganèse en poudre, je la mets dans un matras, & j'y verse au-dessus de l'acide sulphurique concentré. J'adapte un siphon au matras, & je l'échauffe pour tirer l'air vital. Dès que la chaux & l'acide ne donnent plus de gaz, dès que je vois que la chaux de manganèse est devenue complétement blanche, je délute l'appareil, & je verse sur la chaux de l'eau distillée.

De l'instant la chaux de manganèse noircit comme auparavant.

Il se dégage de l'air inflammable.

La chaux de manganèse ainsi noircie par l'eau je la desèche avec du papier brouillard, je la mets dans un nouveau matras, & en la traitant de nouveau par l'acide sulphurique elle me donne autant d'air pur qu'en avoit fourni la prèmiere fois.

Comme on ne peut supposer du phlogistique dans la chaux de manganèse qui en est, dit-on, après l'air vital, le corps le plus avide, comme on ne peut supposer dans quelques gouttes d'eau des pintes d'air vital en état de dissolution, il faut convenir que c'est de l'eau qui se décompose que vient le gaz inflammable qui se dégage, & de l'eau qui se décompose, que vient cette grande quantité d'air vital, qu'on restitue ainsi à la chaux de manganèse. Je ne vois aucun doute raisonnable à élever sur ce

singulier résultat; & je ne vois pas même la manière dont on pourroit l'expliquer dans l'hypothèse du phlogistique. Je conclus donc que l'eau ne doit être rangée parmi les substances élémentaires, & j'ose prononcer qu'il faut admettre les opinions nouvelles sur la composition de l'eau. On m'avouera du moins, que la doctrine pneumatique l'emporte à plusieurs égards sur la doctrine du phlogistique, & cela suffit pour que l'on doive lui donner la préférence.

De la décompofition de l'eau par le fluide électrique.

Indépendamment des procédés dont j'ai parlé au commencement de ce mémoire, & par lesquels on décompose l'eau, on y parvient également par le fluide électrique. C'est à MM. Paets, Van-Trowscki, & Deiman que nous devons cette expérience curieuse, qui a été répétée avec le succés le plus complet par MM. Priestley, Schurer, l'Abbé Chappe & Silvestre &c.

Les résultats de ces physiciens jusqu'à présent n'ont été contestés par personne; mais je connois des doutes que l'on opposa aux conséquences qu'ils en déduisent. Je supposerai donc que les faits sont exacts & je vais soumettre à l'examen les doutes qu'on y oppose. Ce sera la refutation des savantes réflexions que le docteur Carradori fit imprimer dans le premier volume des *annali chimici* du docteur Brugnatelli, qui fera l'objet de cet article; je ne sais qu'on ait élevé d'autres difficultés sur les inductions

que les physiciens Hollandois ont tirées de leurs expériences.

Le docteur Carradori a remarqué sagement.

1° Que la matière électrique pourroit bien contenir du phlogistique; ainsi toute expérience faite avec l'électricité ne sauroit être décisive jusqu'à ce qu'il soit démontré que dans le fluide électrique il n'existe pas du phlogistique.

2° Qu'en faisant même abstraction du phlogistique, comme il n'est pas démontré que l'air inflammable soit un être élémentaire, on peut croire qu'il se trouve un des principes de ce gaz dans la matière électrique, tandis que l'autre seroit fourni par l'eau. Du moins la conséquence des Hollandois ne sauroit être légitime, dit-il, *jusqu'à ce qu'on ait démontré que l'électricité ne pouvoit pas dans les circonstances concourir à la formation de l'air inflammable.* Je m'arrêterai ici un instant, pour ajouter quelques réflexions sur ces doutes de Carradori. On voit ici quelle est la conséquence des doutes qu'il tâcha d'établir jusqu'à présent. On voit qu'il ne s'agit que de la matière électrique qu'il soupçonne ou contenir du phlogistique, ou assez propre à concourir à la formation de l'air inflammable. Je pourrois d'abord remarquer que tous les doutes qu'il tâche d'exciter posant sur des bases qui ne sont pas plus prouvées que celles qu'il combat, les conséquences des physiciens Hollandois resteroient également solides jusqu'à ce que le Physicien de Florence eût prouvé les fondemens de ses soupçons. Mais comme il paroît que le Docteur Carradori regarderoit comme légitime la conséquence des Physiciens Hollandois lorsqu'il seroit démontré que l'électricité ne

sauroit concourir à la formation de l'air inflammable, comme je crois être en état de le satisfaire sur ce point, je vais le faire en peu de mots. Pour cela il ne s'agit que de lui rappeler le passage suivant d'une lettre du D. Priestley au célèbre Crell, que je trouve traduite en Italien presqu'en même tems que l'on fit connoître en Italie les expériences des Physiciens Hollandois. Le Docteur Carradori ne connoissoit certainement pas cette lettre de Priestley lorsqu'il écrivoit ses doutes. Le voici ce passage tel que l'ont annoncé à l'Italie les savans auteurs du *Giornale scientifico e letterario* qu'on imprime à Turin (octobre 1790. pag. 81): *Noi abbiamo annunziata questa curiosa sperienza del sig. Paets Van-Trowski, nel giornale d'agosto pag.* 85. *Da una lettera di Londra diretta al celebratissimo Crell noi ricaviamo, che il Dottore Priestley dopo avere ripetuta, e trovata vera la sperienza del Fisico Olandese, ha inoltre scoperto, che questo effetto della scintilla elettrica non è propriamente dovuto alla elettricità, ma che il calore produce lo stesso effetto.* Ce passage suffit sans doute au Docteur Carradori; car on voit ici que le Doct. Priestley a exclus tous doutes qu'on pourroit élever sur l'action du fluide électrique; puisqu'on obtient les mêmes résultats par la chaleur.

Je suivrai maintenant les argumens du Physicien de Florence.

3°. Il s'attache à prouver que les résultats que les Physiciens Hollandois ont obtenu avec les acides sulphurique & nitrique ne peuvent nullement fournir des inductions applicables à la question de la décomposition de l'eau indé-

pendamment du concours de quelques principes fournis par la matière électrique ; on peut bien lui accorder ceci, car j'ai déjà prouvé la non influence de sa matière électrique. Voilà donc que toutes les difficultés élevées par Carradori disparoissent quant à ce qui regarde l'air inflammable. Voyons celles qui regardent le dégagement de l'air vital obtenu dans les expériences des Physiciens Hollandois. M. Carradori observe

4°. Qu'il est faux qu'il ne se trouve que de l'air commun dans l'eau, car l'Abbé Fontana tira de l'air vital de l'eau de la Seine, & Schéele démontra qu'il n'y a que l'air pur de l'air atmosphérique qui soit absorbé par l'eau. Voilà ce qui est très-vrai. Il est même de principe chez les Pneumatistes que l'air vital est absorbible par l'eau (1). Carradori conclut que malgré les soins, que les Physiciens Hollandois se donnèrent pour débarasser leur eau de l'air qu'elle contenoit, il se peut encore que ce soit l'eau qui la fournisse, mais sans se décomposer par là, étant presqu'impossible de la débarasser entièrement. Mais la conséquence du Physicien de Florence ne paroît pas assez fondée. Par toutes les expériences les plus exactes que l'on a fait jusqu'à présent il résulte qu'une livre d'eau donne par les procédés par lesquels on parvient à la décomposer quinze mille huit cent trente sept pouces cubes de gaz oxigène. Or voudroit-il supposer ce volume énorme de gaz dissous dans une livre d'eau par cela seul que l'ab-

(1) Voyez le chapitre 2.

bé Felix Fontana en a trouvé quelques pouces sur livre ? Ne voit-on pas ici, que l'eau ne sauroit pas même absorber la moitié d'un volume aussi grand des gaz avec lesquels il se combine le plus aisément, tel que le gaz alcalin, le gaz acide muriatique, le gaz acide carbonique ou air fixe &c. Ce seroit un paradoxe bien étrange qu'une pareille supposition. Enfin le docteur Carradori

5°. Ajoute, que même en accordant tous les faits & les conséquences notées il manque aux expériences des Physiciens Hollandois *qualche cosa* pour pouvoir les dire décisives. Voici ce qu'il y manque d'après le Physicien de Florence. Les Physiciens, dit-il, ont distingué deux espèces d'air inflammable; celle des marais, & celle qu'on tire de la distillation des végétaux, qui pesent beaucoup, ensuite celle des métaux qui est plus légère, Il étoit donc nécessaire, dit-il, d'examiner avant tout la nature de l'air inflammable; car si jamais le gaz que les Physiciens d'Hollande ont obtenu n'étoit pas de l'espèce de celle qu'on tire des métaux, il ne pourroit être une des parties constituantes de l'eau. Cette dernière difficulté n'est rien moins qu'imaginaire & curieuse. On distingua, & on doit distinguer en physique ces deux gaz inflammables, car le physicien ne considère que les caractères extérieurs, & apparens; mais une pareille distinction n'est permise aux chimistes. Le gaz inflammable n'est qu'un; on ne l'a jamais distingué; car on sait que ce qui produit la différence entre le gaz inflammable métallique, & celui des marais, n'est que de l'air fixe ou gaz acide carbonique, & de l'air phlogistiqué, ou azote dont le dernier est

toujours souillé. Ensuite comment voudroit-il nous insinuer le Docteur Carradori que celui-ci ne pourroit être une des parties constituantes de l'eau ? Certainement que le gaz inflammable des marais ne peut entrer en totalité dans la formation de l'eau lors de sa combustion avec l'air vital; mais c'est parce qu'il n'y a que l'air inflammable tout pur qui se combine, car l'air fixe, l'air phlogistiqué n'entrent nullement dans la combustion. Or abstraction faite de ces deux gaz, qui existent dans l'air inflammable des marais, & qui se trouvent dans le résidu après la combustion, l'air inflammable des marais brûle complètement, & produit de l'eau par sa combustion aussi-bien que l'air inflammable qu'on tire des métaux. Je ne connois que le Docteur Carradori qui ait annoncé une pareille distinction, mais l'expérience peut aisément le convaincre de son erreur. D'ailleurs je trouve que le reproche que le Docteur Carradori fait aux Physiciens Hollandois n'est nullement fondé, & ce n'est pas avoir lu les expériences de ces Physiciens que de leur reprocher ce défaut d'attention. Deiman & Van-Trowski ont remarqué que la combustion de leur gaz n'a point laissé de résidu; ils l'ont vérifié par l'expérience. Ils s'assurerent donc que c'est de l'air inflammable tout pur, qu'ils obtinrent dans leurs essais; bien plus, c'est qu'ils l'ont remarquée cette circonstance, & l'on peut le voir aux N.^{os} 1 & 2 de leur résumé.

Il en est de même de ce que le D. Carradori ajouta touchant l'air vital. Il dit

6°. Que le Docteur Priestley ayant trouvé une espèce d'air jouissant de toutes les proprietés de l'air pur, quant à la combustion, mais qui cependant n'est pas propre à la respiration, il falloit s'assurer si cet air n'étoit pas peut-être de cette espèce-là; & le D. Carradori ajoute très-à-propos qu'à cette espèce d'air pur le D. Priestley lui donna le nom d'air nitreux déphlogistiqué. Voici la réponse. Les Physiciens Hollandois n'ont pas jugé de faire cette expérience inutile, parce qu'ils savoient ce que le D. Carradori ignoroit peut-être en écrivant ses doutes, que l'air vital n'est qu'un, & qu'il n'y a que cette espèce d'air, qui soit propre à la combustion sans laisser aucun résidu; que l'air nitreux déphlogistiqué de Priestley n'est que de l'air vital, qui contient de l'acide nitreux: que s'il est propre à la combustion, c'est qu'il doit l'être, parce qu'il est de l'air vital, & que l'acide nitreux qu'il contient ne s'y oppose pas; enfin que si l'air déphlogistiqué nitreux de Priestley n'est propre à la respiration, ce n'est point par une qualité délétère intrinsèque qu'il tue les animaux, mais bien par l'acide nitreux qu'il contient, & qui agit sur leurs poumons. Je remarquerai en outre que les Physiciens Hollandois ont précisément prouvé que le gas vital qu'ils ont obtenu, n'étoit pas de celui que le D. Priestley appelle nitreux déphlogistiqué. Dans ce cas après l'inflammation on auroit pour lors trouvé l'acide nitreux dans le résidu, ce dont il n'est question dans les expériences des Physiciens Hollandois.

Je remarquerai encore que lorsque même on auroit trouvé l'acide nitreux pour résidu, il seroit également prouvé que c'est de l'air vital qu'il s'est produit dans leurs expériences,

& que c'est de l'air vital tout pur, c'est-à-dire différent de celui, que nous rappelle ici le D. Carradori; car on sait qu'il résulte de l'acide nitreux par la réaction de ces deux gaz au moyen de la combustion; or l'acide nitreux ne sauroit être une partie de l'air vital, car il est produit par l'air vital ou par sa réaction avec le gaz inflammable (1).

Ce seroit ici le lieu d'entrer dans les détails, qui prouvent la formation synthétique de l'eau par la combustion du gaz inflammable avec l'air vital. Ce seroit le lieu d'examiner jusqu'où sont fondés les doutes que l'on éleva sur ces résultats par cela seul, que des Physiciens ont obtenu de l'acide nitreux avec de l'eau. J'avois fait ce chapitre; mais au moment même que ce mémoire venoit d'être achevé, il tomba dans mes mains un mémoire du Doct. Priestley, par lequel ce vide dans la doctrine pneumatique se trouve rempli d'une manière, que je n'aurois pas certainement égalée (2). Ainsi en me bornant à rappeler que cette question si long-tems agitée n'existe plus; qu'il vient d'être prouvé par les expériences du Physicien de Birminghan, qu'il ne se produit de l'acide nitreux, que lorsqu'on ne suit pas dans les gaz les proportions nécessaires à la formation de l'eau, qu'il paroît résulter par là que l'eau, & l'acide nitreux peuvent également être produits par ces deux mêmes principes, mais dans des proportions différentes; que l'azote jugé nécessaire par les

(1) Voyez la note dans la page suivante.

(2) Voyez Journal de Physique 1791.

Chimistes néologues ne l'est pas ; j'ai brisé sur cet article (1). Je n'ajouterai plus que deux mots; c'est qu'en refutant ces deux dernières difficultés proposées par Carradori, j'espère lui avoir prouvé que ce *qualche cosa* qu'il suppose manquer aux expériences des Physiciens d'Hollande pour qu'elles soient décisives, ne manque point. Ce n'est cependant pas la conséquence que je veux en tirer ; je me bornerai à dire, qu'eu égard aux difficultés qu'on leur opposa, ces expériences ont encore le droit au titre de décisives.

Conclusion.

J'ai tâché d'exposer dans ce mémoire les principaux points de doctrine qui divisent les anciens Physiciens des Chimistes modernes par rapport à la nature de l'eau. J'ai exposé les argumens des uns, les difficultés des autres ; je les ai comparées, & je les ai discutées ; j'ai établi les points, qui les divisent. Il est résulté de cet examen préliminaire, qu'on ne pourroit prononcer sur la nature de l'eau, que par des preuves que le phlogistique, que le

(1) J'adopte ici la conséquence du D. Priestley; mais ce n'est que pour laisser toutes les suppositions qui peuvent être favorables au Sthalien, car à la vérité je soupçonne que le résultat du Doct. Priestley n'est que l'effet d'un air vital impur, c'est-à-dire mêlé d'azote qu'il employa, & on y est d'autant plus porté à le croire, qu'on ne connoît jusqu'à présent aucun moyen de se procurer de l'air vital complétement pur. Celui qu'a tiré M. Bertholet du muriate oxigéné de potasse qui est incomparablement plus pur que par toutes les méthodes connues contient encore 5/47 d'azote. Mais ces difficultés seront bientôt évanouies par la découverte que vient de faire M. Seguin d'un procédé pour tirer de l'air vital complétement pur, & qu'il doit publier bientôt.

Schalien fait agir dans les expériences, dans lesquelles on dit que l'eau se décompose, n'existe pas; & que par des faits; d'où il résulteroit que l'eau a été directement décomposée; c'est-à-dire sans que l'on puisse soupçonner que les principes obtenus viennent d'autres corps. J'ai suivi les preuves sur lesquelles est fondée l'existence du phlogistique; je les ai examinées; je les ai comparées avec les preuves que les Pneumatistes donnent de leur doctrine. J'ai consulté l'expérience, & j'ai fait connoître les faits. Il est résulté de ces recherches, que le phlogistique n'existe pas dans les substances métalliques; que les phénomènes qu'on répétoit du phlogistique dépendent entièrement de l'absorption d'air; que l'air absorbé est fourni par l'eau, & que l'eau se décompose. J'ai prouvé par des expériences, que l'eau fournit du gaz inflammable, & de l'air vital dans des circonstances, où l'on ne peut supposer l'existence de ce gaz dans les corps qu'on met en réaction; & j'ai exclu par là toutes les difficultés que l'on opposa jusqu'aujourd'hui à la décomposition de l'eau par des procédés dans lesquels des matières phlogistiques étoient mises en action. J'ai fait voir que les doutes élevés contre la décomposition de l'eau par la matière électrique ne sont pas fondés; & je crois même avoir démontré qu'ils ne sont pas raisonnables. J'ai indiqué les argumens qui prouvent que la production de l'acide nitreux dans la formation synthétique de l'eau, ne présente pas aucune difficulté. Il résulte donc de toutes mes recherches, que l'eau se décompose, & qu'elle se résout en deux différentes especes de gaz, c'est-à-dire en air pur, & en gaz

inflammable, & que par la combustion de ces gaz on forme de l'eau. Ainsi je crois pouvoir en tirer la conséquence générale que l'eau qui se décompose, qui se résout en deux substances simples, ne sauroit être considérée du nombre des substances élémentaires. Et cette conséquence qui repose sur des faits également démontrés par l'analyse, & la synthèse, me paroît devoir être regardée du nombre des vérités les mieux établies, auxquelles l'entendement humain puisse aspirer & atteindre.

ESSAIS D'ARITHMÉTIQUE POLITIQUE

PAR M. LE COMTE BALBE

Premier Essai

Sur la mortalité extraordinaire de l'an 1789 à Turin (1).

L'arithmétique politique en considérant l'espèce humaine réunie en grandes masses, ne s'emploie le plus souvent qu'à découvrir les loix de la nature dans le cours ordinaire de ses effets: j'ai voulu essayer les ressources de cette science dans les événemens extraordinaires, soit pour reconnoître ce qu'ils ont réellement d'extraordinaire & en fixer les limites, soit pour en montrer la cause, & pour expliquer la manière dont elle agit.

(1) J'ai présenté à l'Académie dès l'année 1788. le tableau des recherches sur l'arithmétique politique du pays que j'avois entreprises plusieurs années auparavant. D'après ce plan les mortalités extraordinaires qui seroient venues à ma connoissance ne m'auroient occupé qu'après avoir considéré les phénomènes de la mortalité régulière. Mais d'autres occupations m'ayant empêché de suivre l'ensemble de mon projet, il ne doit pas paroître étrange que je ne m'attache à aucun ordre en publiant ces essais.

Un court extrait de celui-ci, & du suivant, a été lu à la séance publique du 30 Novembre 1789. J'ai depuis fait usage des observations postérieures lorsque le plan de mon travail a paru l'exiger.

Ayant été engagé à faire des recherches de cette espèce sur la mortalité de la ville de Turin dans le cours de l'année 1789., j'ai cru devoir choisir pour premier terme de comparaison la mortalité moyenne des cinq années précédentes. Je l'aurois prise sur dix ans, si je n'avois remarqué une différence considérable entre les premières années & les dernières de cette période soit dans la mortalité totale, soit dans la proportion de quelques-uns de ses principaux élémens.

C'est le résultat de cette comparaison pour chaque mois de l'année entre la mortalité de 1784 à 1788, & celle de 1789, que je présente dans la première de mes tables. J'en mesure le rapport en prenant l'unité pour premier terme constant, & me servant dans le second terme des fractions décimales. Cet aperçu peut suffire à nous mettre sur la route pour connoître avec plus de précision la marche & les degrés de la mortalité extraordinaire.

On voit d'abord qu'elle a été très-forte dès le mois de janvier, ce qui nous invite à chercher, si elle n'a pas commencé dès l'année précédente. C'est réellement au mois de décembre 1788 qu'elle a déployé sa première action.

On voit aussi qu'elle a cessé au mois d'Octobre 1789, & quoique dans les deux mois suivans on observe un nouvel excès, on peut l'attribuer à de nouvelles causes indépendantes des premières. La mortalité de ces deux derniers mois a surpassé la moyenne, mais sans être bien considérable ni par sa force ni par sa durée, puisque son excès n'a pas continué dans les premiers mois de l'année suivante. C'est pourquoi dorénavant je dirigerai mes recher-

ches autant qu'il me sera possible, non seulement sur l'ensemble de l'an 1789, mais plus particulièrement sur les dix mois qui se sont écoulés depuis Décembre 1788 jusqu'à Septembre 1789.

Pour juger d'un événement extraordinaire il ne suffit pas d'en faire la comparaison avec le commun des événemens du même genre, il faut aussi le comparer avec une longue suite de ces événemens, & surtout avec les plus extraordinaires qu'on rencontre dans cette suite. C'est ce que j'ai fait depuis l'année 1768, où commencent les tables mortuaires de cette ville que j'ai pu me procurer, jusqu'à l'année 1791. Je ne donne pas la table générale de ces 24 ans, parce qu'elle exige des détails qui m'écarteroient trop de mon sujet principal, & qui seront mieux placés dans un autre mémoire; mais je dirai en général que jamais le nombre des morts n'a approché de celui qu'on a observé en 1789 & qui a été de 4853. Les deux années plus meurtrières après celle-ci ont été 1782 & 1783: dans la première la mortalité a été de 3944, dans la seconde de 4006. Comme on pourroit douter, si l'excès observé en 1789 sur les années les plus mortelles de cette période, surtout dans les époques plus éloignées, ne devroit pas être attribué du moins en partie à l'accroissement de la population plutôt qu'à une cause réelle de mortalité extraordinaire, j'ajouterai que l'excès des années plus mortelles sur la moyenne des années précédentes a toujours été bien loin d'égaler en proportion celui de 1789. Ce n'est qu'en divisant les morts en deux âges, au-dessous & au-dessus de sept ans, qu'on rencontre pour cette der-

nière classe un seul cas d'une mortalité plus forte. Le nombre des morts au-dessus de sept ans dans l'année 1789 a été de 2417, tandis que l'an 1775 il avoit été de 2451, quoiqu'un des fauxbourgs n'y fût pas compris. La mortalité des enfans au contraire a été absolument sans exemple: la plus forte que je trouve est de 2035 à l'an 1782; celle de 1789 est de 2436.

Mais pour en venir à une comparaison plus positive je donne dans la seconde table la mortalité des dix mois depuis Décembre jusqu'à Septembre pendant une dixaine d'années. Je n'ai pas poussé cette table à une époque plus reculée, parce qu'une partie des fauxbourgs manquoit auparavant dans les régistres mortuaires.

J'ai commencé dans cette même table à faire usage de la séparation des morts en deux classes au-dessous & au-dessus de sept ans: c'est la seule distinction des âges qui soit notée à chaque mois dans les régistres, la seule par conséquent dont je pusse me servir dans cette partie de mon travail.

Il résulte de cette table.

1.° Que la mortalité de ces dix mois dans l'année 1788-89 a été à la moyenne prise sur dix ans, à-peu-près comme 3 à 2.

2.° Qu'elle a été à la plus forte qu'on eût encore observée, à-peu-près comme 32 à 25.

3.° Que l'excès sur la moyenne a été plus fort au-dessous de sept ans qu'au-dessus, à-peu-près dans la proportion de 8 à 7.

J'ai comparé dans la table suivante la mortalité de cha-

celui des dix mois de 1788-89, avec la plus forte qu'on eût observée dans le même mois pendant les dix années précédentes. Quoique dans cette période il y ait eu plusieurs mois où la mortalité d'un des deux âges a surpassé celle des mois correspondans de 1788-89, on peut remarquer que même en réunissant ces mois les plus meurtriers épars dans plusieurs années, on n'égale pas encore dans aucun des deux âges la mortalité de cette dernière époque.

Je viens de remarquer que la mortalité a été plus forte dans l'enfance que dans les âges supérieurs. L'on commence à découvrir par cette observation que la mortalité extraordinaire a été l'effet, ou d'une cause commune à plusieurs âges, mais plus forte à l'égard des enfans ; ou bien de deux causes, l'une agissante sur les enfans, l'autre sur les âges supérieurs, dont la première ait été plus forte que la seconde ; ou bien encore de deux causes, l'une commune aux enfans & à quelques-uns au moins des âges supérieurs, l'autre particulière aux enfans. Mais pour connoître de plus près le mode & l'action de la cause qu'on recherche, il convient d'examiner ses effets dans toutes leurs différentes circonstances. Il faut suivre séparément dans les deux âges la marche de cette mortalité extraordinaire, en jetant un coup d'oeil sur la table quatrième.

On y verra que, soit pour les enfans au-dessous de sept ans, soit pour les âges plus avancés, il y a eu deux causes bien distinctes de mortalité extraordinaire, l'une dans l'hiver, & l'autre dans l'été : la première a été plus foible au-dessous de sept ans qu'au-dessus, & la seconde

au contraire. La seconde a été plus forte que la première dans chacun des deux âges, mais beaucoup plus dans les enfans. La première a déployé le *maximum* de son action plus tôt sur les âges supérieurs, plus tard sur les enfans, c'est-à-dire en Décembre sur ceux-là, en Janvier sur ceux-ci. Ensuite elle s'affoiblit subitement dans les deux âges, mais elle ne laissa pas que d'agir sur le reste de l'hiver & sur le printems, jusqu'à ce qu'au commencement de l'été elle vint se joindre à la seconde cause. Le *maximum* de celle-ci coincida dans les deux âges au mois de Juillet, mais son action sur les enfans étoit déjà tout-à-fait extraordinaire au mois de Juin, & continua de même au mois d'Août, au lieu que dans les âges supérieurs l'excès de ces deux mois sur la moyenne ne fut pas bien considérable. La mortalité extraordinaire des enfans s'est encore soutenue dans le mois de Septembre: elle paroissoit presqu'avoir cessé d'agir à cette époque sur les âges supérieurs. J'ajouterai qu'au mois suivant elle a cessé tout-à-fait, non seulement dans le total comme je l'avois déjà remarqué, mais dans chacune des deux classes.

J'aurois souhaité de pouvoir faire un travail pareil à celui-ci sur un plus grand nombre de divisions dans les âges de la vie. J'aurois même espéré de poser les limites dans les âges les plus tendres, où peut-être la mortalité extraordinaire de l'hiver a cessé d'influer, comme celle de l'été dans les âges les plus avancés. Mais ce n'est que sur le nombre total des morts dans l'année, & non sur celui de chaque mois, que les tables imprimées de la police fournissent la distinction des âges en six époques au-

dessous de dix ans, & ensuite à chaque dixaine d'années, sans y comprendre les hôpitaux. C'est pourquoi il a fallu me contenter de dresser la table V, qui s'étend à toute l'année 1789, & ne comprend pas le mois de Décembre 1788. On pourra pourtant y remarquer des résultats assez curieux. On y voit clairement que c'est dans l'enfance, surtout depuis 2 ans jusqu'à 7, que la mort a moissonné davantage, & dans une proportion effrayante avec le tribut déjà très-fort qu'elle exige de cette classe. Mais l'excès de la mortalité s'observe constamment dans tous les âges de la vie: il ne devient nul qu'à une époque, où les observations sont en trop petit nombre pour en déduire des conséquences. Il prend un accroissement rapide depuis la naissance jusqu'à l'âge de 4 à 7 ans, où il atteint son maximum, ensuite il va toujours en décroissant, à une seule exception près qui n'est pas bien essentielle. Telle est la régularité de la nature, lors même qu'elle paroît se détourner de sa marche habituelle. La petite exception dont je viens de parler, se trouve à l'âge de 40 à 50 ans: la mortalité y a été plus forte que sa place dans la série ne paroissoit l'exiger. Peut-être cette époque de la vie a été la limite commune aux actions de deux causes, dont l'une ait influé sur les premiers âges, & l'autre sur les derniers.

N'ayant pas pour chaque mois des tables aussi détaillées que celle que je viens de donner pour toute l'année, j'ai tâché d'y suppléer en partie par le moyen des notes hebdomadaires qu'on redige au bureau de la police pour les présenter à S. M., & dont M. le Comte Saint-Mar-

tin d'Aglié, surintendant général de la police, a bien voulu me permettre de prendre copie. A la moitié de 1787 on a commencé à marquer dans ces notes sur le total des morts dans la semaine la division des âges depuis la naissance jusqu'à sept ans, de sept à vingt, & ensuite de dix en dix ans. J'ai depuis lors jusqu'à la moitié de 1792 une période de cinq années, & je puis comparer chaque mois de mortalité extraordinaire avec quatre autres mois qui donnent la mortalité moyenne. Mais comme les nombres seroient trop petits en les prenant à chaque mois, je n'ai divisé qu'en deux parties de cinq mois chacune l'époque de la mortalité extraordinaire; & par la même raison j'ai réuni au-dessus de vingt ans deux dixaines d'années. De cette façon il ne peut rester que des erreurs presqu'insensibles dans les corrections que j'ai dû faire, à cause que le commencement & la fin des mois ne coincident que rarement avec le commencement & la fin des semaines. J'ai dressé par ces moyens la table VI., où l'on peut observer la différence bien marquée entre la mortalité extraordinaire de l'hiver & celle de l'été. Nous savions déjà que la première a été très-petite dans le bas âge, nous apprenons maintenant que son augmentation a été progressive & constante jusqu'aux âges les plus avancés. Nous savions de même que la mortalité extraordinaire de l'été a été très-forte dans le premier âge, & maintenant nous y voyons une diminution suivie jusqu'à l'époque de 40 à 60 ans, où elle reprend un accroissement sensible, ce qui répond à l'observation que nous avons faite sur la table précédente. Nous voyons aussi que la cause de cet-

la mortalité extraordinaire ne s'est pas fait sentir au-dessus de 80 ans, autant qu'on peut en juger par le petit nombre des morts. Nous trouverions peut-être à l'extrémité opposée la limite de la mortalité extraordinaire de l'hiver, si le premier âge étoit autant subdivisé dans cette table que dans celle que nous avons donnée auparavant.

Dans les trois tables suivantes VII. VIII. IX. je donne séparément la mortalité de la ville, des hôpitaux & des fauxbourgs. Je présente ici sous un coup d'œil le principal résultat de ces tables, c'est-à-dire la mesure de la mortalité extraordinaire dans chacune de ces divisions en prenant l'unité pour la moyenne.

	au-dessous de sept ans	*au-dessus de sept ans*
Ville	1,741	1,275
Hôpitaux . . .	1,112	1,495
Fauxbourgs . .	2,650	2,082

La mortalité des enfans a donc été beaucoup plus foible dans les hôpitaux que dans le reste de la ville : celle des âges supérieurs au contraire. Ce fait n'est pas bien difficile à expliquer : on ne porte pas aux hôpitaux les enfans malades, comme on y porte les gens d'un autre âge, & par conséquent la mortalité extraordinaire des enfans doit s'y proportionner seulement au nombre de ceux qui sont élevés dans ces maisons, sans recevoir du dehors un nouveau surcroît. Il est vrai que cela seul ne paroît pas suffire pour expliquer l'avantage très-considérable des hôpitaux dans la classe des enfans. Peut-être ceux qu'on y

élève, ne communiquant pas beaucoup avec les autres de la ville n'ont pas partagé autant qu'eux les causes générales de la mortalité extraordinaire; peut-être les administrateurs & les gens de l'art y ont employé les soins convenables pour empêcher l'action de ces causes: peut-être aussi les enfans pauvres de la ville n'ont pas été soignés comme ceux des hôpitaux, d'autant plus qu'ordinairement dans leurs maladies on consulte plutôt des femmelettes que des médecins.

C'est apparemment à cette dernière cause que tient un fait bien plus étonnant, l'excès très-grave de la mortalité des faubourgs sur celle de la ville. Il est pourtant difficile de ne pas faire entrer dans l'explication de ce fait le dénuement des secours publics, que les pauvres des fauxbourgs ne partagent pas avec ceux de la ville. Ce n'est que depuis l'époque dont je parle, qu'on a commencé à faire quelque chose pour cette classe de citoyens.

Si les régistres mortuaires étoient dressés dans une forme qui présentât tous les détails convenables, il ne seroit pas impossible de démêler des circonstances qui aideroient à découvrir la raison de cette mortalité si extraordinaire dans les fauxbourgs par rapport à celle de la ville. Je soupçonne qu'un de ces fauxbourgs ait été le foyer principal des causes quelconques, qui en partant de ce point auroient agi sur les autres parties de notre population. Il paroît effectivement que c'est un seul de ces fauxbourgs qui a souffert une mortalité beaucoup plus grande que le commun de la ville. C'est ce qu'on peut voir dans la table X. La paroisse de saint Mary, qui comprend le fauxbourg

du Po & une petite partie de la ville, est celle où l'on remarque la mortalité la plus forte. La paroisse de S. Simon qui est celle du fauboug de la Doire, n'a pas éprouvé une mortalité plus forte que plusieurs des paroisses de la ville. Au reste, si cette table ne présente pas la mortalité des faubourgs, ou du moins de l'un d'entr'eux, d'une manière aussi frappante que nous l'avons observé, c'est qu'elle comprend les trois derniers mois de 1789, & ne s'étend pas au mois de Décembre de l'année précédente.

Ce n'est pas seulement dans le degré de sa force, c'est encore dans sa durée que la mortalité de la ville au-dessus de sept ans a été moins considérable que celle des hôpitaux & des faubourgs. En comparant les trois tables VII VIII IX on peut remarquer que la mortalité extraordinaire de ces âges avoit déjà cessé dans la ville au mois de Septembre, la différence ayant changé en moins, au lieu que l'excès continuoit à être très-sensible dans les faubourgs, & surtout dans les hôpitaux, & il ne s'évanouit qu'au mois suivant.

J'ajouterai encore trois tables (XI XII XIII) pour marquer séparément sur les deux sexes l'action de la mortalité extraordinaire. Ce n'est que depuis l'âge de sept ans que j'ai pu dresser ce tableau comparatif, la distinction des sexes au-dessous de cet âge n'étant pas consignée dans les régistres mortuaires. On ne doit point s'étonner si dans la table XI. les sommes des morts mâles & femelles n'égalent pas celles qui sont marquées dans la table VII: c'est qu'il y manque la classe des morts subites, où les deux sexes ne sont pas distingués. Quant aux pe-

tites différences qui se rencontrent quelquefois, soit dans ces dernières tables, soit dans les précédentes, entre les moyennes qui sont marquées dans un endroit, & la somme de deux moyennes marquées ailleurs, qui devroient donner le même total, on sait bien que ces différences proviennent de la méthode du calcul, où les fractions au-dessous de la moitié sont negligées, & au lieu de celles qui sont au-dessus l'on ajoute une unité.

Voici le principal corollaire & presque l'unique à déduire de ces trois dernières tables. C'est la comparaison du degré de mortalité extraordinaire dans chacun des deux sexes; la moyenne étant toujours supposée égale à l'unité.

	Mâles	*Femelles*
Ville	1,250	1,270
Hôpitaux	1548	1,442
Faubourgs . .	1,707	2,357
Total	1,383	1,404

En général il paroît que la mortalité extraordinaire a été un peu plus forte dans les femelles que dans les mâles: la différence est peu de chose dans la ville, elle est même en sens contraire dans les hôpitaux, mais en revanche elle est très-grande dans les faubourgs. Il est vrai quant à ceux-ci que le nombre des observations est trop petit pour en tirer des conséquences bien sûres, mais la disproportion entre les deux sexes y est si frappante, qu'on ne peut s'empêcher d'y reconnoître une cause cachée. Je crois que les femmes malades vont à l'hôpital beaucoup

moins que les hommes, & surtout les femmes des fauxbourgs : ce qui suffit peut-être à expliquer tous les phénomènes que nous avons observés en dernier lieu.

Voilà à-peu-près tout ce que j'ai pu découvrir sur cette mortalité vraiment extraordinaire : ce seroit maintenant aux médecins à indiquer les causes particulières qui l'ont produite. Je pense qu'on peut l'attribuer en partie à la rigueur de l'hiver, qui par le degré & la durée du froid a presqu'été sans exemple, & en partie aux rougeoles qui ont été très-nombreuses pendant tout l'été. Ces deux causes paroissent expliquer suffisamment toutes les circonstances que nous avons remarquées. Pour ce qui est du grand froid, on avoit déjà observé à Paris en 1709 son effet sur le nombre des morts. Il est à regretter que nous n'ayons pas des tables, où la mortalité soit distribuée dans un ordre nosologique: on ne marque séparément que les morts d'apoplexie, & de petite vérole, mais dans l'année 1789 on a eu soin d'y ajouter la mortalité produite par les rougeoles. Les morts de cette maladie sont au nombre effrayant de 825. Jamais les petites véroles n'ont fait chez nous un pareil ravage : jamais elles n'en ont approché. Le nombre le plus grand que j'aie trouvé des morts de cette maladie dans le cours d'une année, n'est que de 451, l'an 1777. Au reste les rougeoles toutes meurtrières qu'elles ont été, ne suffisent que pour rendre raison de la mortalité extraordinaire de trois ou quatre mois de l'été. En prenant les nombres dans la première de mes tables, on peut voir que les quatre mois de Juin à Septembre fournissent eux seuls un excès sur la mortalité moyenne de 984,

qui par conséquent surpasse déjà de 159 la mortalité causée par les rougeoles. Je n'ajouterai rien sur un sujet qui n'est pas de mon ressort : je ne ferai que remarquer que dans cette année malheureuse les morts d'apoplexie ont été plus fréquentes que jamais, soit dans l'hiver, soit aux approches de l'été.

Qu'il me soit seulement permis d'observer combien la médecine peut attendre de secours de l'arithmétique politique. Il est peut-être arrivé assez souvent, & dans plusieurs grandes villes, ce qui semble avoir été notre cas dans l'hiver de 1789, c'est-à-dire qu'une mortalité très-grave & très-extraordinaire n'a presque pas été remarquée si ce n'est par les Curés, & par le très-petit nombre de personnes qui ont pu consulter les extraits qu'on fait à chaque semaine des régistres mortuaires, & qui ont pris la peine de les comparer avec les années précédentes. On avoit cependant un avantage qu'on n'a jamais eu ni avant ni après cette époque. C'est que dans un journal entrepris au commencement de cette année (1), on donnoit à chaque mois l'article des maladies dominantes, ce qui n'a continué que jusqu'au mois de Juillet inclusivement. La seconde mortalité extraordinaire qui a eu lieu dans la même année, c'est-à-dire dans l'été, a frappé davantage, parce qu'on avoit sous les yeux dans l'épidémie des rougeoles une cause plus marquée & plus générale qui a très-bien été décrite au mois de Mai, Juin & Juillet dans le journal

(1) *Giornale scientifico, letterario, e delle arti, di una Società filosofica di Torino, raccolto e posto in ordine da Giovanni Antonio Giobert e dottor Carlo Giulio membri di varie Accademie* 1789. stamp. reale in 8.

dont j'ai fait mention. M. le Comte Graneri en entrant dans le ministère observa d'abord combien étoit effrayant cet excès de mortalité ; il voulut en connoître le degré & le commencement, & c'est d'après son observation que je remarquai pour la première fois la mortalité de l'hiver dont je n'avois encore aucune idée. On voit donc par l'expérience que les observations isolées des praticiens ne sont pas toujours suffisantes pour indiquer les mortalités extraordinaires, & lors même qu'elles les font connoître, c'est aux tables de mortalité à leur donner l'évidence & la mesure qui leur manquent.

Si je voulois démontrer l'importance de ce genre d'observations pour une partie très-intéressante de la police, celle qui a pour objet la salubrité des grandes villes, je pourrois citer un cas très-récent, dans lequel ces mêmes tables m'ont fourni la preuve, ou du moins l'indice des effets pernicieux d'une cause dont on a empêché le retour. Mais je ne dois pas m'écarter de mon sujet principal ; j'y reviens, & j'achève en faisant remarquer que les registres mortuaires, s'ils étoient bien dressés, & surtout s'ils étoient maniés par des mains plus habiles que les miennes, pourroient donner des résultats plus multipliés, plus précis, plus utiles que tous ceux que j'en ai tirés dans ce mémoire : ils serviroient à découvrir sur quel âge, sur quel sexe, sur quel endroit une maladie a déployé le maximum de son action, connoissances qui ne peuvent pas être indifférentes à la théorie & à la pratique des médecins.

SECOND ESSAI

Sur l'ordre de la mortalité dans les différentes saisons.

J'avois observé dans la mortalité extraordinaire de 1789, que son action avoit été plus meurtrière dans l'été sur les enfans & dans l'hiver sur les âges supérieurs. J'ai voulu voir si les causes extraordinaires avoient agi dans le même sens que les ordinaires. C'est ce qui m'a engagé dans les recherches suivantes.

Les auteurs qui ont traité ce sujet, nous ont donné bien des tables, où le nombre des morts est marqué en total à chaque mois. Je n'en connois aucune d'une certaine étendue, où la mortalité de chaque mois soit divisée selon les âges. J'ai seulement trouvé que la mortalité de l'année 1787 à Genève a été présentée sous ce point de vue dans un excellent article du journal de cette ville (1788 *num.* 31 4.). Les résultats ne seroient pas d'accord avec ceux que je vais donner dans ce mémoire; mais l'auteur, que je crois être M. le D. Odier, a reconnu lui-même que le nombre des observations étoit de beaucoup trop petit; il a peut-être continué son travail dans les années suivantes, mais le tems qui s'est écoulé depuis, n'est pas encore suffisant pour en tirer des conséquences bien sûres. M. Moheau a bien aussi donné une table, où la mortalité de chaque mois est divisée en trois âges, pour l'île de Ré & pour

le total de deux petites villes & de six paroisses de campagne, prises dans différentes provinces de la France (*Recherches sur la population de la France chap.* XI. *quest.* VIII. *tab.* II.); mais le nombre des morts dans l'île de Ré n'est que de 6199, & dans les autres villes & paroisses de 6590 : c'est pourquoi les remarques que l'auteur fait sur sa table n'ont pu être que bien vagues & douteuses.

J'ai le bonheur au contraire de travailler sur des nombres si grands, qu'ils permettent de discuter ce sujet, plus en détail peut-être qu'on ne l'ait jamais fait. La différence frappante que je ferai remarquer entre les enfans & les âges supérieurs, n'a pas été observée ailleurs que je sache: il est assez probable qu'elle existe par-tout où les causes physiques & politiques paroissent être à-peu-près les mêmes; mais pour expliquer l'influence de ces causes, & même pour en découvrir l'existence, il seroit intéressant de faire en beaucoup d'endroits de semblables recherches. Il faudroit encore comparer en différens pays les régistres mortuaires avec les tables météorologiques, ce qu'on n'a pas fait jusqu'à présent, & qu'on devroit faire sur-tout pour ces phénomènes de la mortalité qui s'écartent quelquefois de la règle. Je ne désespère pas de le faire chez nous : en attendant je tâcherai de montrer quelle est l'action ordinaire des révolutions constantes de l'année sur l'ordre de la mortalité, à différentes époques de la vie. La table XIV, qui présente un nombre de plus de 77.000 morts dans une période de 23 ans, peut suffire sans doute pour fixer à cet égard la marche véritable de la nature dans notre climat, & dans notre manière de vivre.

La période que j'emploie, est plus courte d'un an que celle dont j'ai fait usage dans un endroit du mémoire précédent : elle ne commence qu'à l'année 1769, parce que je n'ai pour 1768 que le total des morts dans l'année.

Le nombre effectif des morts à chaque mois ne présente pas dans le dernier degré de précision la véritable échelle de la mortalité, à cause de la différence d'un mois à l'autre dans le nombre des jours. Février, par exemple, paroît dans la table moins meurtrier que Mars, & Avril moins que Juillet, quoique dans le fond Mars le soit moins que Février, & Juillet moins qu'Avril. Cette réflexion si naturelle n'a pas échappé sans doute aux Arithméticiens politiques, mais je n'ai trouvé nulle part ni la méthode dont j'ai fait usage, ni aucune autre qui puisse en tenir lieu pour corriger cette erreur. Je prends la moyenne d'un jour à chaque mois, & je tiens compte au mois de Février des années bissextiles comprises dans la période. Pour avoir une mesure comparable je suppose la mortalité totale égale à l'unité. C'est ainsi que sur 1000 morts on voit dans la table XIV qu'il en meurt dans le mois de Janvier trois par jour avec une fraction décimale de trois chiffres, à l'aide de laquelle on peut aller jusqu'au scrupule en comptant 3109 sur 1000.000. Cette échelle est très-propre pour comparer les observations d'un tems ou d'un endroit donné avec celles d'un autre tems ou d'un autre endroit; mais comme les divisions ne sont pas égales, elle ne représente pas encore avec toute l'exactitude requise la marche progressive de la mortalité dans le cours de l'année. C'est pourquoi j'ai fait à chaque mois la correction con-

vénable pour le réduire à la douzième partie de l'année supposée de 365 $\frac{1}{4}$ jours. Il seroit inutile de donner le détail de ce petit calcul; il suffit d'avertir que pour le jour, ou les parties d'un jour qu'il s'agit d'ôter ou d'ajouter, il faut prendre la mortalité moyenne d'un jour sur deux mois voisins, c'est-à-dire celui sur lequel on opère, & le suivant.

Il étoit nécessaire de s'arrêter d'avance sur ces détails pour expliquer la manière dont j'ai dressé la table qui est le fondement principal de mon mémoire. Maintenant, si l'on considère dans cette table la mortalité de tous les âges à la fois, on peut observer que l'hiver est la saison la plus meurtrière; l'été vient ensuite, & les mois d'une température modérée se trouvent être les plus favorables. Cet ordre de choses paroît en effet le plus naturel. Et voilà à-peu-près tout ce qu'on peut apprendre de cette façon.

Mais si l'on veut examiner séparément les deux âges, on y puisera bien d'autres connoissances qui nous auroient échappé. On voit au premier coup d'oeil que les mois les plus chauds, Juillet & Août, sont les plus funestes aux enfans; Janvier ne tient que la troisième place dans l'ordre de la mortalité. Le mois de Mai est le plus favorable: on diroit que les premières chaleurs qui surviennent au mois suivant augmentent d'abord la mortalité des enfans, mais l'accroissement de Juin à Juillet est très-considérable: il se fait encore quelque augmentation au mois d'Août, après quoi la série se tourne en sens contraire, & va toujours en décroissant jusqu'au mois de Novembre, mais elle ne regagne jamais le point d'où elle est partie. De No-

vembre à Décembre, & de Décembre à Janvier on observe derechef un accroissement bien sensible dans le nombre des morts, qui pourtant est encore loin d'égaler celui d'Août, & même de Juillet. Ce n'est que les froids les plus rigoureux qui paroissent agir sur la mortalité des enfans, car au mois de Février elle se remet au même point de Novembre, & continue ensuite à s'affoiblir jusqu'au mois de Mai. Voici l'ordre des mois selon leur mortalité: Août, Juillet, Janvier, Septembre, Décembre, Octobre, Novembre, Février, Juin, Mars, Avril & Mai.

Il est assez naturel que les organes tendres & délicats des enfans soient susceptibles de souffrir des deux excès opposés: ce qui peut paroître singulier au 45^e^ degré de latitude, c'est qu'ils souffrent bien davantage de la chaleur que du froid: peut-être est-ce la faute de l'éducation bien plus que de la nature, & peut-être le nouveau fait que nous offrons aux réflexions des savans ne sera-t-il pas tout-à-fait inutile à fixer les meilleures règles de l'institution physique.

Ce qui rend remarquable ce fait c'est qu'on observe le contraire dans les âges supérieurs. La saison chaude est pour eux la plus favorable, la froide est la plus meurtrière. Dans l'ordre des mois selon leur mortalité Janvier est le premier; Juillet & Août tiennent presque la dernière place: la mortalité du mois de Mai qui est si petite dans les enfans, est encore au-dessus de la moyenne dans les âges supérieurs; la mortalité de l'automne qui est assez considérable dans les enfans, est bien au-dessous de la moyenne dans les autres âges, & même elle est dans le mois d'Octobre la moins

nombreuse de l'année. Comme le printems, la saison des fleurs, l'époque la plus propice pour tout ce qui végète, est aussi la plus favorable pour les enfans, de même l'époque de la maturité, la saison des fruits, est celle qui convient de préférence à l'âge plus mûr. Les premiers froids qui se font sentir au mois de Novembre, commencent à déployer leur action en faisant croître la mortalité, elle croit encore en Décembre, & parvient au plus haut degré au mois de Janvier. Elle va depuis toujours en descendant jusqu'au mois d'Octobre, à deux anomalies près qui se rencontrent au mois d'Avril & de Septembre. Peut-être le changement de la saison, soit du chaud au froid, soit du froid au chaud, est-il la cause de la mortalité de ces deux mois, plus forte qu'elle ne devroit l'être selon la marche qu'elle paroît suivre avant & après ces époques. Peut-être aussi cette mortalité plus forte est-elle due à quelque cause accidentelle, c'est-à-dire à quelque épidémie particulière qui ait eu lieu à ces deux tems de l'année, dans le cours de notre période. J'ai fait des recherches à ce sujet, & j'ai trouvé éffectivement qu'il y avoit eu des mortalités extraordinaires dans ces deux mois, mais comme j'en trouve aussi dans d'autres, je ne suis pas sûr s'il faut attribuer l'excédant de la mortalité de ces mois à une cause accidentelle, ou bien à une cause constante. Je penche fortement à cette dernière opinion, parce qu'ayant divisé ma période entière en plusieurs parties, & ayant observé séparément la ville, les hôpitaux & les fauxbourgs, j'ai presque toujours rencontré cette supériorité des mois d'Avril & de Septembre sur ceux qui les précèdent. J'omets

les détails qui me meneroient trop loin. Beaucoup de mes lecteurs préfèrent sans doute de voir ici l'ordre des mois selon leur mortalité dans les âges au-dessus de sept ans. Le voici: Janvier, Avril, Février, Mars, Décembre, Mai, Novembre, Septembre, Juin, Juillet, Août, Octobre.

Maintenant il seroit très-aisé de construire des courbes, qui présentassent à l'oeil la marche de la mortalité des deux âges dans le cours de l'année: on voit bien qu'elles seroient très-différentes à plusieurs égards. Celle des âges supérieurs, à deux petites sinuosités près, n'auroit qu'une seule infléxion, au lieu que celle des enfans en auroit deux. Mais ce travail n'étant point nécessaire à l'objet de mes recherches, je me réserve à le faire, lorsque je pourrai y faire entrer un plus grand nombre de divisions d'âges: les rapports numériques devenant alors plus multipliés, il pourra être utile de présenter un tableau pour en saisir d'un coup d'oeil les principales propriétés.

La façon dont j'ai présenté la série de la mortalité dans le cours de l'année, me paroît la plus convenable, lorsqu'on a un nombre d'observations assez grand dans un espace de tems assez long. Quelques auteurs qui ont traité de ces matières, ayant un nombre d'observations beaucoup moindre, ont introduit l'usage de réunir les mois en trimestres ou saisons: quelques-uns d'entr'eux ont commencé chaque saison au mois de l'équinoxe ou du solstice, d'autres au mois suivant. Soit qu'on s'y prenne d'une manière ou de l'autre, l'été est toujours la première saison dans l'ordre de la mortalité des enfans, & l'hiver la dernière, & pour les âges supérieurs l'ordre des saisons est toujours le sui-

vant; hiver, printems, automne & été. Voici l'échelle de la mortalité des saisons réduites au quart de l'année.

En les commençant au mois de l'équinoxe ou du solstice

Pour les enfans		*Pour les âges supérieurs*	
l'été	134	l'hiver	152
l'hiver	118	le printems	148
l'automne	117	l'automne	116
le printems	102	l'été	113
	471 + ...		529 = 1000

En commençant chaque saison au mois qui suit l'équinoxe ou le solstice.

Pour les enfans		*Pour les âges supérieurs*	
l'été	138	l'hiver	155
l'automne	116	le printems	138
l'hiver	114	l'automne	123
le printems	103	l'été	114
	471 + ...		530 = 1001

Je préfère cette seconde méthode parce qu'elle offre des différences plus marquées. L'action de la chaleur sur la mortalité des enfans se fait sentir au mois de Septembre beaucoup plus qu'au mois de Juin, & celle du froid sur les âges supérieurs beaucoup plus au mois de Mars qu'au mois de Décembre, ce qui fait qu'il est plus naturel de joindre les mois de Janvier & Février à celui de Mars qu'à celui de Décembre, & les mois de Juillet &

Août à celui de Septembre qu'à celui de Juin. Ce n'est là qu'une suite de la loi générale, par laquelle tous les effets physiques commmencent après leur cause, & durent encore après qu'elle a cessé.

Il n'est pas possible que le même ordre que nous avons remarqué sur une mortalité très-nombreuse ait lieu exactement dans toutes les divisions locales qu'on en peut faire, c'est-à-dire dans la ville, dans les hôpitaux & dans les fauxbourgs. On pourroit soupçonner au contraire avec quelque fondement que dans les hôpitaux & les fauxbourgs la mortalité doit suivre une loi différente que dans le reste de la ville. On pourroit croire par exemple que dans les hôpitaux la mortalité de l'été doit surpasser celle de l'hiver à cause de l'infection produite par le grand nombre de malades ou de valétudinaires entassés dans le même endroit laquelle sans doute doit être plus grave dans la saison chaude. Cependant il n'en est pas ainsi: les propriétés plus marquantes de la série générale s'observent aussi dans les séries particulières de la ville, des hôpitaux & des fauxbourgs que nous donnons dans la table XV. L'été est toujours plus meurtrier que l'hiver pour les enfans, l'hiver l'est toujours plus que l'été pour les âges supérieurs. Dans les enfans l'été & l'automne le sont toujours plus que le printems: le printems plus que l'été.

Du fait que nous venons d'observer on n'est pas en droit d'en conclure que dans les hôpitaux comme ailleurs le véritable degré de la mortalité au-dessus de sept ans soit plus petit à l'été qu'à l'hiver. Car ce n'est pas du nombre absolu des morts qu'on doit tirer l'estimation de ce degré,

mais du rapport entre le nombre des morts & celui des vivans, & il est très-possible que le nombre des vivans dans les hôpitaux, c'est-à-dire le nombre des malades, qui forment la plus grande partie des habitans de ces endroits, varie beaucoup d'une saison à l'autre; il est même très-naturel qu'il soit plus fort en hiver qu'en été. Il faudra donc des observations d'un autre genre pour s'assurer quelle est la saison où les maladies sont plus mortelles dans nos hôpitaux.

Je sens bien que le principe que je viens de poser peut s'appliquer aussi, du moins en quelque partie, à la mortalité de la ville, & j'avoue que cette réflexion ne laisse pas que de répandre un certain nuage d'incertitude sur les résultats de nos tables. Dans une grande population il se fait chaque jour de nombreux déplacemens, & il est possible par le concours de plusieurs circonstances que ces déplacemens aient lieu en plus grand nombre à certaines époques de l'année. C'est ainsi qu'il se fait de Turin une émigration considérable de gens qui vont à la campagne dans le cours de la belle saison, & surtout aux approches de l'automne. Mais cette émigration selon moi n'influe pas beaucoup sur l'ordre de la mortalité, parce que les gens qui font une campagne sont ordinairement de la classe où la mortalité est très-petite, c'est-à-dire des persones saines, dans le bon âge & à leur aise. Chacun est à-même de s'en convaincre en remarquant combien sont rares les exemples parmi les gens de sa connoissance, des personnes qui soient mortes à la campagne. Je ne crois donc pas que la mortalité de la belle saison soit beaucoup

plus petite qu'elle ne seroit, si cette émigration n'eût pas lieu. D'ailleurs elle peut être balancée par l'introduction régulière de quelques classes d'ouvriers, de maçons surtout, qui reviennent dans la capitale à l'approche de la belle saison. Mais je crois d'autre part que la mortalité de l'hiver est réellement un peu plus grande qu'elle ne seroit, s'il ne se faisoit dans cette saison une introduction du dehors probablement beaucoup plus forte qu'à toute autre époque de l'année, ou du moins d'un effet plus sensible sur le degré de mortalité. Un nombre assez considérable de gens pauvres, infirmes, âgés viennent chercher dans la capitale du travail ou des secours, & la mortalité dans cette classe doit être considérable. On en trouve quelque trace dans nos tables: l'hiver qui tient le premier rang dans la ville & dans les hôpitaux pour la mortalité au-dessus de sept ans, n'est qu'à la seconde place dans les fauxbourgs: l'automne au contraire est au premier rang dans ceux-ci, tandis qu'il n'est qu'au troisième dans la ville & dans les hôpitaux. Mais lorsque les nombres ne sont pas bien grands, on ne peut pas se fier à ces différences, & pour en donner un exemple, je ne crois pas qu'on puisse expliquer pourquoi l'automne est au premier rang dans la mortalité des enfans aux hôpitaux, tandis qu'il n'est qu'au troisième dans la ville, & au second dans les fauxbourgs. Quoiqu'il en soit, je conviendrai sans peine que dans la ville la proportion entre la mortalité de l'hiver & celle de l'été doit être un peu diminuée, si on veut en faire le rapport avec le nombre des vivans, mais je persiste à

croire qu'il reste toujours un tel excédant à ne laisser aucun doute sur les résultats que nous avons énoncés.

Pour ce qui est des enfans, comme leur mortalité est dans un ordre tout-à-fait différent, nos résultats bien loin d'être affoiblis par les réflexions que nous venons de faire, en acquièrent encore plus de force. Un grand nombre d'enfans pauvres doit être porté par leurs parens dans la capitale pendant l'hiver, & il en doit sortir un grand nombre dans la belle saison. Peut-être ce nombre n'est-il pas en proportion aussi grand que celui des gens d'un autre âge, mais comme dans les enfans la mortalité est beaucoup plus forte, il est toujours sûr que celle de l'hiver devroit être diminuée, & au contraire celle de la belle saison augmentée, si ces déplacemens n'avoient pas lieu, si la population étoit constante, & par conséquent la différence entre la mortalité de l'été & celle de l'hiver seroit encore plus forte qu'elle ne paroît dans nos tables.

Il se fait régulièrement une très-grande émigration d'enfans, qui sont portés à nourrice hors de la ville, & dont une bonne partie y meurt. Mais cette émigration doit être à-peu-près égale à tous les tems de l'année comme aussi le retour de ces enfans. En conséquence on seroit porté à croire que l'ordre de la mortalité dans les différentes saisons ne peut en souffrir aucun changement. Cette proposition n'est vraie qu'en supposant que les enfans à nourrice meurent dans le même ordre des saisons que ceux qui sont déjà sévrés. Car s'il n'en étoit pas ainsi, comme dans nos tables la mortalité des enfans à chaque mois les comprend tous ensemble jusqu'à l'âge de sept ans, l'or-

dre que nous avons observé pour ce nombre total ne resteroit pas le même, si le nombre des enfans à nourrice étoit augmenté de tous ceux qui n'y sont pas compris, c'est-à-dire de tous ceux qui sont hors de la ville. Les tables que j'ai à ma disposition ne peuvent pas m'éclairer sur ce point.

Je vais encore ajouter un mot sur une classe de la population où il ne se fait pas de grands déplacemens à une saison plus qu'à une autre, mais où des causes particulières semblent avoir une influence décidée. J'ai voulu observer séparément la mortalité des Juifs de notre ville (voyez la tab. XV), & comme le nombre n'en est pas bien grand j'aurois fort désiré de l'avoir pour une longue suite d'années: mais les notes que j'ai pu recueillir à ce sujet, ne commencent que l'an 1775. Les âges n'y sont pas distingués, c'est pourquoi on ne peut en faire la comparaison qu'avec la mortalité totale des deux âges: on a ce total dans la table XIV pour l'ensemble de la ville, des hôpitaux & des fauxbourgs. En comparant les deux séries on verra que la mortalité des Juifs suit un ordre tout-à-fait différent; elle se rapproche davantage de la série des enfans, mais l'été, & particulièrement le mois d'Août y est encore plus meurtrier dans une proportion très-frappante. La cause en est peut-être l'entassement excessif de cette nombreuse population dans un petit espace, & leur genre de vie qui n'est pas des plus convenables pour échapper aux fiévres putrides & autres maladies plus communes dans le tems des chaleurs.

Après avoir fait toutes les recherches dont j'ai été ca-

pable pour découvrir les phénomènes que nous présente l'ordre de la mortalité dans les différentes saisons, & surtout les variations de cet ordre selon la différence des âges, il me resteroit à faire un travail à-peu-près semblable sur la différence des sexes. Les notes dont je puis disposer se trouvent en défaut sur ce point comme sur plusieurs autres, les garçons & les filles n'y étant pas séparés au-dessous de sept ans. Pour les âges supérieurs on peut voir le parallèle de la mortalité des deux sexes à chaque mois dans les deux dernières colonnes de la table XV. Comme quelqu'un pourroit remarquer que les deux nombres réunis n'égalent pas le total porté dans la table précédente, il est bon de prévenir qu'il y manque deux classes, très-peu nombreuses à la vérité, celle des étrangers, & celle des morts subites, où le sexe n'est pas marqué dans les tables mortuaires de la police.

En considérant le parallèle que nous donnons de la mortalité des mâles & des femelles, on verra d'abord que la différence des sexes ne cause pas comme celle des âges des différences bien frappantes dans l'ordre des saisons : celui-ci est le même dans chacune des deux classes, c'est-à-dire, hiver, printems, automne, été. Mais si l'ordre est constant, les proportions ne laissent pas que de varier un peu. Sur 1000 de chaque sexe il en meurt

	Mâles	*Femelles*
dans l'hiver	283	294
dans le printems	268	252
dans l'été	220	214
dans l'automne	229	239

On voit donc que la différence entre l'hiver & l'été est encore proportionellement plus forte dans les femmes que dans les hommes, qu'elles souffrent plus du froid, & moins de la chaleur. Le printems est plus favorable aux femmes qu'aux hommes, l'automne au contraire.

Je n'ai fait jusqu'à présent qu'une seule division des âges, c'est-à-dire à l'époque de sept ans. C'est la seule, comme je l'ai déjà dit ailleurs, qui soit consignée à chaque mois dans les tables annuelles de la mortalité, les morts n'étant classifiés selon les âges que sur le nombre total de l'année. Si jamais je pourrai compulser les régistres originaux d'où l'on tire ce calcul, je me propose d'en faire usage, mais en attendant je me suis servi des notes hebdomadaires dont j'ai parlé dans mon premier essai. La période qu'elles comprennent de cinq années, ne paroît pas suffisante à déterminer la série de la mortalité mensuelle, mais l'est au-moins pour fixer l'ordre des saisons. J'ai donc dressé à l'aide de ces notes la table XVI, dont voici le résultat.

Sur 1000 morts à chacune des époques suivantes la proportion de la mortalité est représentée par ce petit tableau

	hiv.	*print.*	*été*	*aut.*
de 0 *à* 7 *ans*	222	217	312	249
7 — 20	235	262	305	197
20 — 40	265	255	243	237
40 — 60	309	239	216	236
60 — 80	325	228	179	268
80 — 100	353	234	157	257

La marche opposée & constante des deux séries de l'été & de l'hiver, dont l'une est toujours croissante, & l'autre est toujours décroissante, me paroît singulièrement remarquable; on savoit en général, ou plutôt on disoit, que plus on avance en âge, plus l'hiver est dangereux, plus la belle saison est favorable, mais on ne pouvoit pas s'attendre à une régularité si frappante & à une contrariété si marquée entre les deux saisons depuis les premières époques de la vie jusqu'à ses derniers termes.

C'est dans la force de l'âge entre 20 & 40 ans que les termes des deux séries se rapprochent de l'égalité, que l'espèce humaine paroît indifférente à la chaleur & au froid, & même que la vitalité n'est point altérée par toute autre vicissitude des saisons. Je ne fixe point une époque plus précise, parce qu'en divisant la vie de dix en dix ans, j'ai trouvé quelque petite irrégularité dans la série de l'hiver produite apparemment par le trop petit nombre des observations, ce qui m'a fait résoudre à réunir deux dixaines d'années dans le tableau ci-dessus. Dans les deux saisons tempérées, le printems & l'automne, qui sont aussi chez-nous les plus variables, on ne peut encore découvrir aucune loi bien évidente. J'observerai seulement que dans aucun âge la mortalité de ces deux saisons réunies ne parvient à égaler la somme des deux autres saisons.

Parmi les observations que je viens de faire il y en a quelques-unes qui pourroient fournir de nouveaux élemens au calcul des rentes viagères. En supposant par exemple que dans le premier âge depuis la naissance jusqu'à sept ans il en meure chaque année un sur cinquante, on voit

que de 5000 rentes constituées sur des têtes de cet âge; à l'approche de l'hiver, il doit s'en éteindre 44 dans les six premiers mois, au lieu que si on les eût constituées aux approches de l'été il s'en seroit éteint dans les six premiers mois 56. La différence se tourneroit en sens contraire dans les âges avancés, & y deviendroit beaucoup plus sensible. Cette petite attention a peut-être échappé jusqu'à présent à ceux qui se sont occupés de ces sortes de spéculations.

MORTALITÉ DE TURIN

y compris les Hôpitaux & les Fauxbourgs

dans le cours de l'année 1789

comparée à la mortalité moyenne de cinq années précédentes.

	Mortalité moyenne 1784-88.		Mortalité de 1789.			Proportion
Janvier	315	:	520	=	1 :	1,651
Fevrier	306		323			1,056
Mars	314		397			1,264
Avril	283		328			1,159
Mai	275		341			1,24
Juin	235		426			1,813
Juillet	257		717			2,780
Août	284		550			1,937
Septembre	257		324			1,262
Octobre	278		257			0,924
Novembre	268		296			0,104
Décembre	309		374			1,210
Total	3381		4853			1,435

MORTALITÉ DE TURIN

y compris les Hôpitaux & les Faubourgs dans le cours de dix ans, depuis le mois de décembre de chaque année jusqu'au mois de septembre de la suivante, divisée en deux âges au-dessous & au-dessus de sept ans, & comparée à la mortalité qu'on a observée depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789.

	Au-dessous de sept ans	Au-dessus de sept ans	Total
1778-79	1305	1286	2591
79 80	1460	1560	3020
80-81	1456	1348	2804
81-82	1741	1540	3281
82-83	1510	1898	3408 *
83-84	1419	1711	3130
84-85	1322	1682	3004
85-86	1002	1580	2582
86-87	1188	1526	2714
87-88	1180	1438	2618
Total	13583	15569	29152
Moyenne	1358	1557	2915
1788-89	2146	2224	4370

1358 : 2146 = 1 : 1,580

I 1557 : 2224 = 1 : 1,428

2915 : 4370 = 1 : 1,499

* 3408 : 4370 = 1 : 1,282

MORTALITÉ DE TURIN

y compris les hôpitaux & les fauxbourgs,

depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789,
divisée en deux âges
au-dessous & au-dessus de sept ans,
& comparée à la mortalité plus forte de chaque mois
dans les dix années précédentes.

	Au-dessous de sept ans			Au-dessus de sept ans		
	Mortalité plus forte qu'on rencontre dans les dix années précédentes		*Mortalité de 1788-89.*	*Mortalité plus forte qu'on rencontre dans les dix années précédentes*		*Mortalité de 1788-89.*
Décembre	(1781)	168	149	(1779)	173	295
Janvier	(1782)	198	202	(1785)	191	318
Février	(1782)	196	125	(1784)	233	198
Mars	(1781)	157	148	(1785)	247	249
Avril	(1784)	128	118	(1783)	300	210
Mai	(1782)	135	139	(1783)	245	202
Juin	(1780)	164	241	(1783)	180	185
Juillet	(1782)	229	477	(1783)	169	240
Août	(1782)	258	373	(1785)	148	177
Septembre	(1782)	189	174	(1782)	213	150
		1822	2146		2099	2224

MORTALITÉ DE TURIN

y compris les Hôpitaux & les Fauxbourgs

depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789,
divisée en deux âges
au-dessous & au-dessus de sept ans,
& comparée à la mortalité moyenne de chaque mois
dans les cinq années précédentes.

	Au-dessous de sept ans			Au-dessus de sept ans		
	Mortalité moyenne	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*	*Mortalité moyenne*	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*
Décembre	130 :	149 =	1 : 1,146	154 :	295 =	1 : 1,916
Janvier	134	202	1,508	181	318	1,751
Février	115	125	1,087	191	198	1,037
Mars	122	148	1,213	192	249	1,297
Avril	111	118	1,064	172	210	1,221
Mai	111	139	1,252	164	202	1,232
Juin	100	241	2,41	135	185	1,370
Juillet	136	477	3,507	120	240	2
Août	146	373	2,555	139	177	1,273
Septembre	118	174	1,475	140	150	1,071
Total	1223	2146	1,755	1588	2224	1,401

1223 + 1588 : 2146 + 2224 = 1 : 1,549

MORTALITÉ DE TURIN

y compris les fauxbourgs & non les hôpitaux,

dans le cours de l'année 1789,
divisée en quinze époques selon les âges de la vie,
& comparée à la mortalité moyenne
des cinq années précédentes.

Epoques de la mort	Mortalité moyenne		Mortalité extraordinaire		Proportion
peu après la naissance	215	:	250	= 1:	1,162
jusqu'à un an	384		565		1,471
d'un an à deux	189		331		1,751
de 2 à 4	228		512		2,246
de 4 à 7	160		423		2,644
de 7 à 10	71		115		1,620
de 10 à 20	102		143		1,402
de 20 à 30	162		216		1,333
de 30 à 40	178		231		1,298
de 40 à 50	164		226		1,378
de 50 à 60	156		199		1,276
de 60 à 70	187		228		1,219
de 70 à 80	167		202		1,210
de 80 à 90	65		75		1,154
de 90 à 100	10		10		1
	2438		3726		1,528

MORTALITÉ DE TURIN

y compris les hôpitaux & les fauxbourgs,

depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789,
divisée en six âges & en deux saisons,
& comparée à la mortalité moyenne
dans les quatre années précédentes ou suivantes
depuis juillet 1787 jusqu'à juillet 1792.

	Du mois de décembre au mois d'avril			Du mois de mai au mois de septembre		
	Mortalité moyenne	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*	*Mortalité moyenne*	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*
de 0 à 7 ans	655 :	743 =	1 : 1,134	687 :	1403 =	1 : 2,042
de 7 à 20	88	112	1,275	98	187	1,908
de 20 à 40	212	284	1,340	185	241	1,302
de 40 à 60	251	393	1,566	181	289	1,597
de 60 à 80	250	400	1,6	150	211	1,407
de 80 à 100	47	75	1,596	30	24	0,8
	1503	2007	1,335	1331	2355	1,769

MORTALITÉ DE TURIN

sans y comprendre les hôpitaux & les fauxbourgs,

depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789, divisée en deux âges au-dessous & au-dessus de sept ans, & comparée à la mortalité moyenne de chaque mois dans les cinq années précédentes.

	Au-dessous de sept ans			Au-dessus de sept ans		
	Mortalité moyenne	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*	*Mortalité moyenne*	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*
Décembre	83 :	75	=1 : 0,904	91 :	160	=1 : 1,758
Janvier	85	107	1,259	108	126	1,167
Février	69	71	1,029	116	113	0,974
Mars	83	82	0,988	115	165	1,435
Avril	70	73	1,043	111	113	1,018
Mai	66	76	1,152	99	131	1,323
Juin	58	128	2,207	79	117	1,481
Juillet	75	326	4,347	74	130	1,757
Août	89	256	2,876	87	107	1,230
Septembre	74	115	1,554	86	70	0,813
	752	1309	1,741	966	1232	1,275

MORTALITÉ

DES HÔPITAUX DE TURIN

depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789, divisée en deux âges au-dessous & au-dessus de sept ans, & comparée à la mortalité moyenne de chaque mois dans les cinq années précédentes.

	Au-deſſous de ſept ans					Au-deſſus de ſept ans				
	Mortalité moyenne		Mortalité extraordinaire		Proportion	Mortalité moyenne		Mortalité extraordinaire		Proportion
Décembre	28	:	31	= 1 :	1,107	52	:	99	= 1 :	1,904
Janvier	29		48		1,655	59		156		2,644
Février	26		27		1,038	65		63		0,969
Mars	23		23		1	63		67		1,063
Avril	27		22		0,815	50		77		1,54
Mai	30		27		0,9	55		56		1,018
Juin	24		27		1,125	45		49		1,088
Juillet	36		32		0,888	38		86		2,263
Août	25		39		1,56	41		44		1,073
Septembre	21		23		1,095	41		64		1,561
	269		299		1,112	509		761		1,495

MORTALITÉ

DES FAUBOURGS DE TURIN

depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789, divisée en deux âges au-dessous & au-dessus de sept ans, & comparée à la mortalité moyenne de chaque mois dans les cinq années précédentes.

	Au-dessous de sept ans			Au-dessus de sept ans		
	Mortalité moyenne	Mortalité extraordinaire	Proportion	Mortalité moyenne	Mortalité extraordinaire	Proportion
Décembre	18 :	43 =	1 : 2,389	11 :	36 =	1 : 3,273
Janvier	20	47	2,35	15	36	2,4
Février	21	27	1,286	9	22	2,444
Mars	17	43	2,259	13	17	1,308
Avril	14	23	1,642	11	20	1,818
Mai	14	36	2,571	10	15	1,5
Juin	19	86	4,526	11	19	1,727
Juillet	26	119	4,577	8	24	3
Août	32	78	2,437	11	26	2,364
Septembre	22	36	1,636	13	16	1,231
	203	538	2,650	112	231	2,062

MORTALITÉ DE TURIN

y compris les hôpitaux & les fauxbourgs,

dans le cours de l'année 1789,
divisée selon les paroisses,
& comparée à la mortalité moyenne
des cinq années précédentes.

	Mortalité moyenne		Mortalité extraordinaire		Proportion
Paroisse de la Cour	51	:	70	=	1 : 1,373
des Carmes	138		249		1,804
de S. Augustin	222		280		1,261
de S. Dalmace	82		113		1,378
de S. Jean	538		794		1,476
de S. Marc	335		605		1,806
de S.e Marie	115		178		1,548
de S. Martinien	49		86		1,755
de S. Philippe	400		623		1,557
de S. Roch	83		91		1,096
de S. Simon	181		269		1,486
de S. Thomas	202		299		1,486
Hôpitaux	944		1127		1,194
Juifs	42		69		1,643
	3382		4853		1,435

MORTALITÉ DES DEUX SEXES

A TURIN

au-dessus de l'âge de sept ans, depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789, sans y comprendre les hôpitaux & les fauxbourgs, comparée à la mortalité moyenne des cinq années précédentes.

	Mâles			Femelles		
	Mortalité moyenne	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*	*Mortalité moyenne*	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*
Décembre	44 :	70 =	1 : 1,591	44 :	85 =	1 : 1,932
Janvier	51	63	1,235	53	55	1,038
Février	62	61	0,984	52	47	0,904
Mars	58	81	1,397	55	77	1,4
Avril	55	58	1,055	52	50	0,961
Mai	53	75	1,415	42	55	1,310
Juin	41	53	1,293	36	57	1,583
Juillet	38	57	1,5	34	67	1,971
Août	40	53	1,325	45	51	1,133
Septembre	46	39	1,270	39	30	0,769
	488	610	1,250	452	574	1,270

MORTALITÉ DE TURIN

y compris les hôpitaux & les fauxbourgs,

depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789,
divisée en six âges & en deux saisons,
& comparée à la mortalité moyenne
dans les quatre années précédentes ou suivantes
depuis juillet 1787 jusqu'à juillet 1792.

	Du mois de décembre au mois d'avril			Du mois de mai au mois de septembre		
	Mortalité moyenne	Mortalité extraordinaire	Proportion	Mortalité moyenne	Mortalité extraordinaire	Proportion
de 0 à 7 ans	655 :	743	=1 : 1,134	687 :	1403	=1 : 2,042
de 7 à 20	88	112	1,275	98	187	1,908
de 20 à 40	212	284	1,340	185	241	1,302
de 40 à 60	251	393	1,566	181	289	1,597
de 60 à 80	250	400	1,6	150	211	1,407
de 80 à 100	47	75	1,596	30	24	0,8
	1503	2007	1,335	1331	2355	1,769

MORTALITÉ DE TURIN

sans y comprendre les hôpitaux & les fauxbourgs,

depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789,
divisée en deux âges
au-dessous & au-dessus de sept ans,
& comparée à la mortalité moyenne de chaque mois
dans les cinq années précédentes.

	Au-dessous de sept ans			Au-dessus de sept ans		
	Mortalité moyenne	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*	*Mortalité moyenne*	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*
Décembre	83 :	75	= 1 : 0,904	91 :	160	= 1 : 1,758
Janvier	85	107	1,259	108	126	1,167
Février	69	71	1,029	116	113	0,974
Mars	83	82	0,988	115	165	1,435
Avril	70	73	1,043	111	113	1,018
Mai	66	76	1,152	99	131	1,323
Juin	58	128	2,207	79	117	1,481
Juillet	75	326	4,347	74	130	1,757
Août	89	256	2,876	87	107	1,230
Septembre	74	115	1,554	86	70	0,813
	752	1309	1,741	966	1232	1,275

MORTALITÉ

DES HÔPITAUX DE TURIN

depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789,
divisée en deux âges
au-dessous & au-dessus de sept ans,
& comparée à la mortalité moyenne de chaque mois
dans les cinq années précédentes.

	Au-dessous de sept ans			Au-dessus de sept ans		
	Mortalité moyenne	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*	*Mortalité moyenne*	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*
Décembre	28 :	31 =	1 : 1,107	52 :	99 =	1 : 1,904
Janvier	29	48	1,655	59	156	2,644
Février	26	27	1,038	65	63	0,969
Mars	23	23	1	63	67	1,063
Avril	27	22	0,815	50	77	1,54
Mai	30	27	0,9	55	56	1,018
Juin	24	27	1,125	45	49	1,088
Juillet	36	32	0,888	38	86	2,263
Août	25	39	1,56	41	44	1,073
Septembre	21	23	1,095	41	64	1,561
	269	299	1,112	509	761	1,495

MORTALITÉ

DES FAUBOURGS DE TURIN

depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789, divisée en deux âges au-dessous & au-dessus de sept ans, & comparée à la mortalité moyenne de chaque mois dans les cinq années précédentes.

	Au-dessous de sept ans			Au-dessus de sept ans		
	Mortalité moyenne	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*	*Mortalité moyenne*	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*
Décembre	18 :	43	= 1 : 2,389	11 :	36	= 1 : 3,273
Janvier	20	47	2,35	15	36	2,4
Février	21	27	1,286	9	22	2,444
Mars	17	43	2,259	13	17	1,308
Avril	14	23	1,642	11	20	1,818
Mai	14	36	2,571	10	15	1,5
Juin	19	86	4,526	11	19	1,727
Juillet	26	119	4,577	8	24	3
Août	32	78	2,437	11	26	2,364
Septembre	22	36	1,636	13	16	1,231
	203	538	2,650	112	231	2,062

MORTALITÉ DE TURIN

y compris les hôpitaux & les fauxbourgs,

dans le cours de l'année 1789, divisée selon les paroisses, & comparée à la mortalité moyenne des cinq années précédentes.

	Mortalité moyenne		Mortalité extraordinaire		Proportion
Paroisse de la Cour	51	:	70	=	1 : 1,373
des Carmes	138		249		1,804
de S. Augustin	222		280		1,261
de S. Dalmace	82		113		1,378
de S. Jean	538		794		1,476
de S. Marc	335		605		1,806
de S. Marie	115		178		1,548
de S. Martinien	49		86		1,755
de S. Philippe	400		623		1,557
de S. Roch	83		91		1,096
de S. Simon	181		269		1,486
de S. Thomas	202		299		1,486
Hôpiraux	944		1127		1,194
Juifs	42		69		1,643
	3382		4853		1,435

MORTALITÉ DES DEUX SEXES

A TURIN

au-dessus de l'âge de sept ans,
depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789,
sans y comprendre les hôpitaux & les fauxbourgs,
comparée à la mortalité moyenne
des cinq années précédentes.

	Mâles			Femelles		
	Mortalité moyenne	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*	*Mortalité moyenne*	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*
Décembre	44 :	70 =	1 : 1,591	44 :	85 =	1 : 1,932
Janvier	51	63	1,235	53	55	1,038
Février	62	61	0,984	52	47	0,904
Mars	58	81	1,397	55	77	1,4
Avril	55	58	1,055	52	50	0,961
Mai	53	75	1,415	42	55	1,310
Juin	41	53	1,293	36	57	1,583
Juillet	38	57	1,5	34	67	1,971
Août	40	53	1,325	45	51	1,133
Septembre	46	39	1,270	39	30	0,769
	488	610	1,250	452	574	1,270

MORTALITÉ DES DEUX SEXES

au-dessus de l'âge de sept ans

DANS LES HÔPITAUX DE TURIN

depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789, comparée à la mortalité moyenne des cinq années précédentes.

	Mâles			Femelles		
	Mortalité moyenne	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*	*Mortalité moyenne*	*Mortalité extraordinaire*	*Proportion*
Décembre	29 :	45	= 1 : 1,558	23 :	54	= 1 : 1,478
Janvier	29	87	3	30	69	2,3
Février	34	44	1,294	31	19	0,613
Mars	35	48	1,371	28	19	0,679
Avril	30	50	1,666	19	27	1,421
Mai	29	37	1,276	25	19	0,76
Juin	26	26	1	19	23	1,211
Juillet	25	43	1,72	14	43	3,071
Août	23	26	1,130	18	18	1
Septembre	23	32	1,391	17	32	1,882
	283	438	1,548	224	323	1,442

MORTALITÉ DES DEUX SEXES

au-dessus de l'âge de sept ans

DANS LES FAUBOURGS DE TURIN

depuis décembre 1788 jusqu'à septembre 1789, comparée à la mortalité moyenne des cinq années précédentes.

	Mâles			Femelles		
	Mortalité moyenne	Mortalité extraordinaire	Proportion	Mortalité moyenne	Mortalité extraordinaire	Proportion
Décembre	6 :	16 =	1 : 2,644	5 :	20 =	1 : 4
Janvier	7	13	1,857	8	23	2,875
Février	7	7	1	3	15	5
Mars	7	4	0,571	7	13	1,857
Avril	4	8	2	7	12	1,714
Mai	4	5	1,25	6	10	1,666
Juin	6	8	1,333	5	11	2,2
Juillet	5	13	2,6	4	11	2,75
Août	7	15	2,143	4	11	2,75
Septembre	5	10	2	7	6	0,857
	58	99	1,707	56	132	2,357

MORTALITÉ DE TURIN de 1769 à 1791 y compris les hôpitaux dès le commencement de cette période ; & les fauxbourgs depuis 1779.				ORDRE DE LA MORTALITÉ Sur 1000 morts dans l'année					
				Moyenne d'un jour			Moyenne du mois réduit à $\frac{1}{12}$ de l'année		
	Au-dessous de sept ans	Au-dessus de sept ans	Total	Au-dessous de sept ans	Au-dessus de sept ans	Total	Au-dessous de sept ans	Au-dessus de sept ans	Total
Janvier	3215	4229	7444	1,343	1,766	3,109	40,902	53,780	94,682
Février	2693	3717	6410	1,236	1,706	2,941	37,541	51,800	89,341
Mars	2778	3866	6644	1,160	1,615	2,775	35,240	49,147	84,387
Avril	2625	4060	6685	1,133	1,752	2,885	34,414	53,231	87,645
Mai	2537	3632	6169	1,060	1,517	2,577	32,258	45,883	78,141
Juin	2751	2946	5697	1,187	1,271	2,459	36,458	38,554	75,012
Juillet	3749	2941	6690	1,566	1,228	2,794	47,945	37,357	85,302
Août	3890	2922	6812	1,625	1,220	2,845	49,439	37,155	86,594
Septembre	3059	3019	6078	1,320	1,303	2,623	40,131	39,618	79,749
Octobre	3054	2798	5852	1,276	1,169	2,444	38,808	35,543	74,351
Novembre	2885	3117	6002	1,245	1,345	2,590	37,910	41,008	78,918
Décembre	3086	3664	6750	1,289	1,530	2,819	39,244	46,633	85,877
	36322	40911	77233	1,288	1,450	2,738	470,290	529,709	999,999

MORTALITÉ DE TURIN

	Dans la ville 1769-91		Dans les hôpitaux 1769-91		Dans les fauxbourgs 1779-91		Juifs 1775-91	Ville hôpit. & faub. au-dessus de sept ans	
	Au-dessous de sept ans	Au-dessus de sept ans	Au-dessous de sept ans	Au-dessus de sept ans	Au-dessous de sept ans	Au-dessus de sept ans	De tout âge	Mâles	Femelles
Janvier	2286	2639	616	1391	313	199	80	2083	2039
Février	1897	2374	542	1200	254	143	57	1898	1746
Mars	1969	2497	573	1206	236	163	59	1996	1792
Hiver	6152	7510	1731	3797	803	505	196	5977	5577
Avril	1872	2733	567	1158	186	169	63	2134	1842
Mai	1696	2412	622	1082	219	138	37	1920	1643
Juin	1831	1918	586	889	334	139	50	1590	1293
Printems	5399	7063	1775	3129	739	446	150	5644	4778
Juillet	2570	1858	702	946	477	137	72	1527	1355
Août	2796	1830	635	937	459	155	111	1505	1351
Septembre	2157	1890	569	951	333	178	65	1611	1346
Été	7523	5578	1906	2834	1269	470	248	4643	4052
Octobre	2027	1728	669	919	358	151	47	1449	1290
Novembre	1915	1956	651	997	319	164	53	1554	1486
Décembre	2141	2259	630	1184	315	221	73	1828	1755
Automne	6083	5943	1950	3100	992	536	317	4831	4531

MORTALITÉ DE TURIN

y compris les hôpitaux & les fauxbourgs,

depuis le commencement de juillet 1787 jusqu'à la fin de juin 1792.

	De 0 à 7 ans	De 7 à 20	De 20 à 30	De 30 à 40	De 40 à 50	De 50 à 60	De 60 à 70	De 70 à 80	De 80 à 90	De 90 à 100
Janvier	767	103	93	150	157	178	174	166	64	13
Février	625	71	77	118	139	128	138	134	40	3
Mars	596	106	95	123	135	127	121	108	44	5
Hiver	1988	280	265	391	431	433	433	408	148	21
Avril	585	95	111	140	138	119	139	104	38	5
Mai	599	99	85	112	109	99	107	87	29	5
Juin	757	118	92	90	116	88	82	71	33	2
Printems	1941	312	288	342	363	306	328	262	100	12
Juillet	1050	134	103	97	113	100	91	78	26	3
Août	1063	125	103	95	110	94	90	62	23	4
Septembre	681	104	98	106	103	83	88	54	17	2
Été	2794	363	304	298	326	277	269	194	66	9
Octobre	737	75	85	92	86	87	89	77	32	3
Novembre	698	78	86	96	116	92	125	86	30	5
Décembre	800	81	118	109	139	140	162	155	48	5
Automne	2235	234	289	297	341	319	376	318	110	13

SUR QUELQUES PROPRIÉTÉS IRRÉGULIÈRES DE LA TEINTURE VIOLETTE DES FLEURS DE MAUVE, ET DE LA LESSIVE DE PRUSSE CONSIDÉRÉES COMME RÉAGENS CHIMIQUES.

PAR M. LE D. BONVOISIN

Il est connu que les dissolutions alcalines verdissent les teintures des fleurs de violettes, & les cramoisies ou bleuâtres des autres végétaux, & que les acides ont la propriété de changer en rouge ces mêmes couleurs. Mais lorsque les acides & les alcalis sont combinés ensemble dans une parfaite saturation, ils ne sont plus capables de produire aucun de ces effets, excepté dans le cas que l'une des deux substances l'emporte sur l'autre, & qu'elle s'y trouve par excès. Il arrive cependant bien des fois qu'à force d'expériences on rencontre d'irrégularités, ou des exceptions aux règles générales, qu'on avoit pourtant eu raison d'établir.

Lu le 31 mai 1792

Je me proposai l'automne passée d'examiner analytiquement l'eau qui sourd des grands marécages, placés à l'occident & au nord de *Cental*. Je plongeai dans de l'eau de ces sources du papier brouillard que je venois de teindre d'une couleur tirant sur le violet en le frottant avec les petales fraîches de fleurs de mauve. Cette couleur commençoit à se changer quelque peu à la première immersion, & finissoit par verdoyer dans les immersions suivantes. En poursuivant mes recherches je n'ai trouvé dans l'eau aucun principe alcalin tout nu, ou un peu excédant. Je n'ai trouvé que la terre de chaux saturée en juste proportion d'acide marin.

Dans le soupçon que les expériences analytiques toutes seules pourroient me jeter dans l'erreur, j'ai entrepris de composer du sel marin à base calcaire, & j'ai vu clairement que dissous dans l'eau distillée & pure il avoit aussi la propriété de changer en vert la couleur violette du papier teint avec les petales de mauve. J'obtenois un changement de couleur semblable quoique moins décidé au moyen de la solution de la magnésie marine. Les sels neutres qui résultent de la combinaison des alcalis véritables avec l'acide marin, étant réduits à une saturation parfaite par des cristallisations & des solutions réitérées dans de l'eau bien pure, n'ont produit aucun changement dans la couleur de mauve.

Mais la terre calcaire pure qui existe dans l'eau de chaux, change en vert, comme tout le monde le sait, la couleur de mauve, & cela ne fait aucune exception à la loi générale des propriétés des corps alcalins.

La même terre calcaire dissoute dans l'acide aérien ou carbonique suivant la nouvelle nomenclature produisoit aussi le même changement de couleur.

Ces phénomènes que m'ont présentés contre mon attente des teintures obtenues, en frottant sur du papier des petales de mauve, cueillies en automne, nous donnent un moyen qui n'est pas à négliger, de connoître bien souvent avec une grande facilité l'existence de la chaux ou des terres alcalines dans un liquide, quoiqu'elles y soient dans un état de combinaison.

Mais les propriétés quelque peu alcalines que les terres de cette classe conservent encore lorsqu'elles saturent les acides, m'amenent à l'explication d'un autre phénomène

qui échappe souvent aux analystes des eaux minérales; l'on sait que le fer dissous dans les alcalis n'est point précipité en bleu par l'alcali saturé du principe colorant le bleu de prusse. Mais l'on croit que toutes les fois que le fer demeure dissous dans le liquide par l'intermède d'un acide, la lessive prussienne doit bientôt le troubler, & le réduire en bleu.

En faisant l'analyse de quelques eaux minérales de la Savoie suivant la commission que l'Académie m'en avoit donnée, & dont je rendrai bientôt compte, il m'est arrivé bien souvent de voir que la lessive prussienne ne précipitoit point du tout le fer, ou qu'il ne le précipitoit que difficilement, quoiqu'il y fût dissous par l'acide carbonique. J'en ai cherché avec le plus grand soin la cause, & je me suis aperçu qu'il n'y avoit dans les eaux que la présence simultanée des sels neutres ou magnésiens qui mît le fer à l'abri de la force de ce réagent, & qui fût d'obstacle à l'action singulière que la lessive prussienne exerce sur lui, lorsqu'il est dissous dans un acide; c'est de quoi les expériences suivantes m'ont convaincu.

Je fis dissoudre dans de l'eau pure chargée d'acide aérien autant de limaille de fer qu'elle en peut attaquer. Lorsque je versois de l'alcali de prusse dans cette eau artificiellement minérale, une couleur bleue décéloit bientôt la présence du fer.

En faisant encore une dissolution de spath calcaire dans de l'eau distillée au moyen de l'air fixe, j'ai observé que toutes les fois qu'avant d'y mêler la lessive prussienne, j'ajoutois à l'eau ferrugineuse artificielle une bonne dose de cette eau calcaire aérée, la précipitation du fer en bleu n'avoit plus lieu.

De même toutes les fois qu'à l'eau martiale pure &

gazeuse, j'ajoutois une portion convenable de chaux marine, & qu'à ce mélange j'ajoutois encore de l'alcali déphlogistiqué, je n'obtenois point non plus le précipité bleu ordinaire. Ainsi l'addition de la magnésie marine déliquescente à l'eau composée ferrugineuse empêchoit l'action de la lessive de prusse.

Il est connu que les solutions de fer qui se refusent à l'action de cette lessive à cause qu'elles sont alcalines, deviennent capables de la subir avec l'addition d'une dose surabondante d'acide qui neutralise la partie alcaline, & qui dissout le fer mis en liberté.

Par un procédé semblable l'on obtient le précipité azuré des eaux martiales qui contiennent avec le fer & ses dissolvans acides de la magnésie, ou de la chaux marine.

Mais bien souvent ce n'est qu'un ou deux jours après avoir mêlé la lessive & l'acide à l'eau qu'on peut voir ce phénomène attendu, & il arrive même fréquemment que le précipité désiré ne paroît jamais à cause de la dose excédante du sel contraire qui s'y oppose. Le fer ne se décèle point sans l'avoir séparé & rendu visible par les procédés ordinaires en décomposant l'eau au moyen du feu.

Tant il est vrai que l'analyse des eaux minérales soit par cette raison, soit par bien d'autres est un des problèmes les plus difficiles de la chimie. La recherche des principes existans dans une eau, ou dans tout autre composé que l'on veuille connoître doit s'appuyer à un grand nombre d'expériences. Ce n'est que par différentes voies & différens procédés qu'on peut parvenir à donner un bon jugement sur la nature, & la quantité de ces principes.

ESSAI

D'EXPÉRIENCES PROPRES A DÉCOUVRIR DANS LES VÉGÉTAUX LA NATURE DE QUELQUES SUBSTANCES QUI NE SONT PAS ENCORE ASSEZ CONNUES.

PAR M. LE DOCTEUR BONVOISIN.

Les corps organisés ne sont ni des substances homogènes, ni la réunion de parties également distribuées dans toutes leurs masses, ou intimement combinées en pure forme chimique ; mais ce sont les résultats de diverses substances arrangées différemment, & distribuées par-ci par-là dans le corps même des végétaux ou des animaux à qui elles appartiennent, lesquelles ont été élaborées successivement par un mécanisme singulier, fruit des loix d'affinités des corps en concours du mouvement, & d'aditions, & soustractions continuelles de beaucoup de parties, & de pleusieurs autres circonstances que la nature a employées à leur formation. Lu le 20 mars 1791

Les propriétés de ces substances ainsi formées ne dépendent donc point de la masse réunie de leurs principes, mais de leur mécanisme & de leur arrangement particulier. Pour connoître ces propriétés il ne suffit donc pas de connoître par une analyse exacte les principes déliés & constituants qui les forment, il faut que le chimiste sache séparer les divers produits sans détruire leurs organisation. Voilà à quoi on n'a pas trop réfléchi dans l'analyse des corps vivans & voilà pourquoi on avoit légérement cru que l'analyse des corps organisés est inutile & qu'elle ne peut

aucunement conduire à la connoissance de ses propriétés. Beaucoup de chimistes modernes persuadés de ce que je viens d'observer s'attachent avec fruit à détacher des végétaux leurs produits naturels sans les désorganiser, & c'est dans les mêmes vues que je produis a présent quelques expériences & quelques observations qui pourront être de quelque utilité, puisque elles conduisent à connoître quelques produits des végétaux qui n'étoient pas encore assez remarqués ou qu'on ne croyoit pas qu'ils pussent se rencontrer dans la classe de ces substances.

§. I.

Sur une substance particulière tirée des pétales des bluettes.

Il m'est venu, il y a deux ans, dans l'esprit, d'extraire des fleurs de bluettes (*cianus*) une teinture bleue qui comme réagent pût me servir à la place du sirop de violette.

J'ai choisi de ces pétales, les séparant de toute autre partie non colorée ou étrangère, & je les ai digérées dans une quantité d'esprit de vin bien déphlegmé pendant 24 heures. L'alcohol ne s'est chargé dans ce tems que d'une légère teinte rougeâtre & transparente qui tiroit un peu au violet, il rougissoit avec les acides, & verdissoit avec les alcalis.

Les fleurs tirées de l'infusion conservoient parfaitement leur couleur bleue: elles avoient même acquis un bleu plus décidé, & paroissoient avoir perdu le peu de teinte rougeâtre que quelques-unes d'entr'elles avoient auparavant.

Ensuite voulant voir, si l'eau seule suffiroit pour extraire toute la teinture des bluettes, je les ai bien essuyées avec du papier à filtre, & je les ai laissées encore sécher un peu à l'air libre. Je les ai mises dans un matras de verre avec de l'eau distillée, & j'en ai fait une légère décoction sur le feu, au moyen de laquelle j'ai emporté en peu de tems toute la couleur bleue de mes fleurs qui sont devenues presqu'entièrement blanches.

Cette décoction s'est chargée en même tems de toute la couleur qui étoit d'un bleu tirant un peu au violet. Je l'ai séparée des pétales en la passant par un tamis, & voyant qu'elle étoit trouble, j'ai résolu de la passer par le papier à filtre; elle passoit difficilement, il a fallu deux heures de tems pour achever la filtration de la partie aqueuse colorante de ces fleurs; mais j'ai été surpris de trouver après ce tems sur le filtre un mucilage décoloré & transparent, c'est celui qui fait l'objet de mon observation.

Ce mucilage ne pouvoit point se délayer, ni se dissoudre dans l'eau.

L'ayant fait sécher dans un verre, il conservoit un peu de transparence, & il ne se dissolvoit pas non plus dans l'esprit de vin.

Le peu que j'avois de ce gluten ne m'a point permis de poursuivre mes expériences pour en connoître la nature, & la saison étoit déjà trop avancée pour pouvoir me procurer d'autres fleurs.

J'ai lieu de soupçonner qu'il est de la même nature que celui qui est analogue au blanc des œufs, & que M. Four-

croy a trouvé dernièrement par d'autres procédés dans la partie verte de beaucoup de plantes (1).

Mais si ce mucilage est la partie albumineuse de quelques plantes, & des animaux, pourquoi n'a-t-il pas été coagulé par l'esprit ardent que j'avois déjà employé sur mes pétales? Et dans cet état & après l'action coagulante de l'esprit de vin, comment a-t-il pu être délayé & entrainé par l'eau?

Ces questions & le désir de constater précisément la nature du gluten des pétales de bluettes, m'engageront sans doute à suivre mes expériences. Si mes résultats méritent quelqu'attention, j'aurai l'honneur d'en informer l'Académie. Je vais lui rendre compte de l'examen que j'ai fait d'une autre substance intéressante qu'on trouve dans d'autres végétaux.

§. 2.

De la nature du principe âcre qui est contenu dans quelques plantes.

Les plantes qu'on appelle âcres, celles surtout qui sont de la classe des crucifères, contiennent un suc volatil & âcre qui pique la langue & l'odorat.

On avoit toujours cru que cette propriété dépendoit surtout de la présence de l'alcali volatil qu'on supposoit exister tout déployé dans ces plantes, & qu'on pouvoit retirer par distillation à feu.

(1) Voyez *Annales de Chimie*, Tom. III. pag. 252.

Quelques-uns ont commencé à douter de ce sentiment, assurant que l'alcali volatil qu'on retiroit de ces plantes par distillation, loin d'y être tout formé, étoit le produit du feu.

L'illustre M. Tingry de Genève dans un mémoire, qui fut couronné par la société R. de Medecine de Paris, a cru avoir démontré par des expériences très-ingénieuses que les plantes âcres ne renferment point d'alcali volatil, mais que leur âcreté est due à une huile essentielle toute particulière qui réside en elles-mêmes.

Pour m'assurer par moi-même, si le principe âcre de ces plantes ne recèleroit point véritablement un alcali volatil tout formé, j'ai tenté l'expérience qui suit.

J'ai pris une livre de suc d'ail très-fort que j'avois recemment exprimé des oignons de cette plante, j'y ai mêlé dix livres d'eau unie à quatre onces d'esprit de sel fumant. J'ai ajouté à l'acide une quantité aussi-forte d'eau pour ne pas altérer la nature de l'huile essentielle, s'il y en avoit, ce que l'acide concentré n'auroit pas manqué de faire.

J'ai commencé par remuer plusieurs fois ce mélange. Ensuite je l'ai laissé en repos pendant plusieurs jours à la température de dix degrés du thermomètre de Réaumur. Pendant ce tems j'ai vu peu à peu monter, & nager à la superficie de la liqueur une huile très-légère un peu rougeâtre que j'ai pu recueillir presqu'à la dose de trois gros.

Cette huile étant séparée ne sentoit plus la même odeur que l'ail, elle en avoit une autre moins désagréable; elle étoit très-volatile s'enflammoit à l'approche de la flamme, & avoit tous les caractères des huiles essentielles.

J'ai passé le résidu de la liqueur par une toile mouillée

pour le débarrasser de toute l'huile, qu'il pouvoit encore contenir, & je l'ai soumis à l'évaporation jusqu'à consistence d'extrait.

Dans cet état en y mêlant de la chaux, on avoit tout de suite des vapeurs d'alcali volatil bien décidées.

J'ai augmenté lentement le feu jusqu'à réduire cet extrait à sec, & même à le réduire en un véritable charbon avec l'attention néanmoins de ne point pousser de trop le feu, de crainte de volatiliser le sel.

J'ai réduit ce charbon en poudre, je l'ai délayé & fait bouillir dans l'eau distillée. J'ai fait passer par le filtre, & une bonne partie de ce charbon est restée sur le papier. La liqueur qui a passé étoit transparente, mais d'un brun foncé. Je l'ai fait évaporer dans un verre, elle m'a donné du véritable sel ammoniac avec un résidu d'une liqueur acide formée par l'excès de l'acide marin que j'avois employé.

J'ai conclu de ces expériences que ce qui fait la base du principe âcre de l'ail n'est point l'alcali volatil tout seul, ni l'huile essentielle toute pure, mais la réunion de l'un & de l'autre de ces principes, c'est-à-dire que c'est un savon volatil composé d'huile essentielle & d'alcali volatil. Je me propose aussi d'examiner le suc des poivrons, du poivre, de la moutarde, des oignons, & d'autres substances végétales de cette espèce, & de constater mieux la nature des huiles qu'elles recèlent. Je crois que c'est la diverse nature de ces huiles qui fait essentiellement la différence de leurs acretés, mais que dans ces végétaux l'huile est toujours combinée réellement avec l'alcali volatil, & qu'elle forme ainsi un véritable savon doublement volatil.

TENTAMEN BOTANICUM
DE FILICUM GENERIBUS DORSIFERARUM

AUCTORE

JACOBO EDVARDO SMITH

Genera Filicum, ab antiquioribus plane neglecta, a systematicis praeteriti aevi inconsiderate, negligenterque tractata, ad principia certa reducere primus conatus est Linnaeus. Raius ut videtur nomina, ne dicam consulta patrum (non omnia possumus omnes) incogitans servavit. Tournefortius, magis aliquantulum huic rei deditus, quo scopum suum egregium rite absolvat, filices, sicut alia sibi nota vegetabilia omnia, ad genera propria methodice referre voluit; sed characteres suos, vagos plerumque & lubricos, e figura frondis sumptos, minus feliciter scripsit. Vestigiis ejus omnino institit Plumierius, qui filices transatlanticas numerosissimas cum Botanicis Europaeis communicavit, denominationibusque Tournefortianis accomodavit. Alios recensere praetermitto.

Linnaeus, de characteribus vegetabilium genericis e fructificatione solummodo desumendis semper solicitus, consilium hoc, viro tam sapienti vere dignissimum, in editione prima Generum Plantarum anno 1737 typis evulgata, apprime secutus est, plantarum cohortes plurimas exhibens,

quas talibus organis gaudere ne quidem ullus antea botanicus somniaverat; inter alias, FILICES DORSIFERÆ in agmine bene instructo, primum nobis in hoc opere occurrunt.

Cum vero in hisce vegetabilibus structura fructificationis minus clare quam in plurimis aliis intellecta patuit, partibus essentialibus florum, staminibus nempe & pistillis, omnino, sicut hodie, ignotis, magnus ille systematis sexualis auctor familiis obscuris Filicum, nequaquam ex harum ope, suam cuique differentiam dare obnixus est. Eo usque autem sibi usui fuit, quod sine dubio ubinam hae partes fructificationis fuerint, fuerint modo (& revera esse ex analogia certissima existimabat) posset dicere; & quod ad fructum attinet, ad quem formandum caeterae partes fructificationis omnino accomodantur, structura jampridem bene cognita fuit. Neque hujusce rei cognitio difficultati, de qua loquor, satis obveniebat; quippe fructus Filicum Dorsiferarum in omnibus fere idem est, adeo ut ex hoc vel sapientissimus genericam differentiam nequit extundere. Linnaeus ergo ad principia, quae in aliis classibus quasi a dogmatibus Philosophorum abhorrentia omnino repudiaverat, situm nempe fructificationis, atque aggregatam ejus figuram, necessitate quadam coactus, recurrit. Hisce principiis fundantur genera sex illa Filicum Dorsiferarum, quae in prima Gen. Plant. editione meminit, vid:

Pteris. Fructificationes in lineam, subtus cingentem marginem folii, digestae.

Lonchitis. Fructif. in lineolas, sinubus folii subjectas, lunulatas, dispositae.

Adiantum. Fructif. in maculas ovales, apicibus foliorum reflexis subjectas, congestae.

Asplenium. Fructif. in lineas rectas, disco folii subjectas, dispositae.

Polypodium. Fructif. in puncta subrotunda, per discum folii aversum, distributae.

Acrosticum. Fructif. per totum discum pronum folii accumulatae in unum acervum.

In secunda ejusdem operis editione, L. Bat. 1742, duo alia genera prioribus adduntur, nempe *Hemionitis.* Fructif. in lineis coëuntibus, se intersecantibus, vel ramosis.

Trichomanes. Calyx turbinatus, solitarius, erectus, ex ipso margine folii. Stylus setaceus capsulam terminans.

In harum posteriore describenda phraseologiam vir optimus variat; neque tamen, meo sane judicio, in melius mutatur; nam neque ratione satis probata verba haec intulit, *stylus* nempe & *capsula.*

Quinta editio, Gen. Plant. Holmiae 1754, unum aliud genus filicum continet, *Blechnum* scilicet; fructif. dispositae in lineas costae folii parallelas, & approximatas.

Aliorum etiam generum dispositio paululum mutatur.

In editione sexta, ultima cui Linnaeus operam navavit, nequid novi est, neque ullum ejus, quod hanc rem illustret, manuscriptum adhuc reperi.

Editores, imitatoresque operum Linnaei omnes, genera filicum mutare nescii, intacta reliquerunt. Insignissimus solummodo Schreberus, nova sua editione Gen. Plant. Francof. 1791 vol. 2, duo nova genera, *Marattia*, & *Coenopteris*, ex aliis auctoribus excerpta, protulit, & unicum porro, quod

sibi novum visum est, *Meniscium* addidit insuper. Omnia haec genera mox dicenda sunt.

Neque quae de characteribus filicum genericis formandis quidam Linnaei contemporanei fecerunt, in hoc loco licet praetermittere.

Imprimis, Adanson in suo opere *Familles des plantes*, Paris 1763, vol. 2, p. 20, involucrum animadvertit, quod & Gleditsch in suo *syst. Plant.* Berolin. 1764; sed in paucis admodum filicum generibus hoc membrum adesse observaverunt, & in observationibus quibusdam quas adjecerunt, in erroris quoddam inciderunt, e. g. in *Pteride* Linn. (*Thelypteride* Adansonii, *Circinale* Gleditschii), ille involucrum univalve esse, & in formam imbricis, vel tegulae structum bene monuit; hic autem omnino deesse affirmavit. Ambo rite monent Asplenio Scolopendrio involucrum bivalve adesse, sed de forma hujusce membranae in Blechno, Hemionitide, & Lonchitide ne verbum quidem. Genera, quae Linnaeus struxit, immutaverunt prorsus, sed principiorum certorum nescii, omnia in pejus verterunt, & quod ad nomenclaturam spectat, omni principio, omni auctoritati contrarii grassati sunt. Porro uterque annulum illum elasticum, qui filicum capsulas constringit; observaverunt, sed longe errat hic, vel ille cum Polypodium vulgare hoc praeditum esse negat. In hac re hallucinationem Tournefortii nimis temere insecuti; at errorem ejus facile evitassent, capsulam inspexissent modo. Scopoli in Flora sua carniolica ex illorum monitionibus sibi profuit. Illustriss. Hallerus, & plerique alii scriptores Linnaeanas differentias acceperunt, parvas quasdam

variationes in speciebus distribuendis, tum in in nomenclatura rite ordinanda, pro re nata admittentes. Neque sane ultra Linnaeanos fines opus est quemquam progredi. Verumtamen illi, queis melior fortuna novas exoticas filices obtulit, jampridem in animo habuerunt, quam difficile est omnes ad familias Linnaei referre; & simul, quod difficilius, novas formare, novo charactere dignoscendas. Anno 1786 Illustr. Josephus Banks Baronettus, me suadente, plurimas filices raras quidem & curiosas, fructificatione jam instante, celeberrimo Hedwigio transmisit, haud sine spe quod vir acutissimus & huic ordini cryptogamico lucem, quam caeteris ante hoc obscura nocte pressis, daret. Opus susceperit necne incertum est.

Cum ex amplo Linnaei filii herbario, tum ex donis cel. Banks, necnon amicorum quorumdam aliorum, filices perplurimas accepi, omnino necesse esse duxi novam methodum experiri, quo acceptas ad normas, quoad potui, certas redigam. Ut tentamen hoc omni numero absolutum reddam, omnem speciem, in quam inciderim, probe examinavi, priusquam fundamenti quidquam locare ausus sim. Tum etiam amicos hujusce rei peritissimos adivi, Dom. Dryandrum nempe & T. F. Forsterum juniorem.

Involucrum vel fructificationis tegimen summo usui in generibus determinandis mihi visum est, & praecipue latus, ex quo ruptura involucri ortum ducit, & rumpendi modus.

Involucrum sane est membranae quoddam, & fructificationem omnis fere filicis adhuc immaturam obtegit. Initium capit modo a margine, saepius a nervo, vel a vena frondis. Nec fas est, si genera naturalia satis perspecta ha-

bere velimus, omittere observare, num membrana, & fructificatio quam obtegit, sint respectu nervi sive venae, terminales aut laterales. Involucrum firme huic lateri frondis adhaeret, illi vero adpressum, sive levissimo quodam tactu obstrictum; haud tamen quin & hac etiam parte aër omnino excludatur, adeo ut quacumque ratione impregnatio florum absolvatur, quasi in tenebris sub hac membrana res tacite agatur, neque opem alterius cujusquam poscit. Membrana enim omnia fide amplectitur, fovetque, dum pericarpia, jamjam matura, semina sua valent projicere; & quod haec organa vera semina propellunt, ex multorum philosophorum experimentis patet.

Res, quae in hoc involucro membranaceo praecipue notanda est, directionem sive modum, quo se rumpit, spectat. Num externe (sive ad marginem frondis) an interne (sive ad latus, quod ad costam sive nervum frondis, vel frondis laciniae) vergit. Huic rei nemo ante me advertit animum. At sane summo usui est in generibus naturalibus determinandis, cum in omni specie sit constans; tum in filicibus, quae quoad habitum, & caeteras res consentiunt, semper eadem est. Porro tantum abest quod Linnaei genera turbet aut diruat, ut potius augeat, & characteres suos confirmet; tum perraro occurrit species, quae de sede sua a Linnaeo data depellatur inquilina. Neque haec dico quasi characteres Linnaeanos supervacaneos haberi vellem; e contrario, hos omnes strenuus retineo, at pace viri illustrissimi differentias de involucro desumptas liceat addere, quo genera sua priora firmiori stent talo, & ut principiis veris characteres novorum generum rite determinentur.

In praesentia filices, quae dorsiferae dicuntur, i. e. quae fructificationem in dorso frondis gerunt, & has solum in animo est tractare. Itaque non solum illas plantas cryptogamicas, quas Prof. Schreberus in nova editione Gen. Plant. Linnaei sub nomine *Miscellaneae* conclusit, sciens praetermisi, verum etiam Ophioglossum, Osmundam, & Onocleam. Haec ultima sane istis filicibus a doctissimo Professore conscribitur, quae capsula annulata gaudent, sed perperam. At observationibus ejus, in Ophioglossum, & Osmundam, nemo est, qui non assentiatur.

Veniamus ergo ad methodicam distributionem generum filicum dorsiferarum, legibus antea datis caute obsequentes. Has alio tempore fusius illustrabimus; verum enimvero haec omnia, quae jam proferre ausus sum, quasi adumbrationem rei, aliis doctioribus mox augendam, corrigendam haberi volo.

FILICES DORSIFERÆ

Char. Essentialis. Fructificationes frondosae, in pagina inferiore, aliquando marginales.

SECTIO I.^ma^ Annulatae.

Char. Essent. Capsulae pedicellatae, bivalves, uniloculares, annulo articulato elastico cinctae.

Fructificationes involucro membranaceo plerumque tectae.

1. ACROSTICHUM Linn. *Fructificationes* maculam amorpham, continuam, discum fere totum occupantem, formantes.

Involucrum. Nullum, nisi squamulae, vel pili capsulis interstincti.

OBS. In hoc genere capsulae, adhuc tenerrimae, plerumque tenui pubescentia fota jacent; aliquando squamis membranaceis minutis interseruntur, quae ambo forsan involucri vicem gerunt.

Exempl. Generis. Acrostichum aureum *Linn.*

. . . . latifolium } *Swartz. Prod.* 128.
. . . . villosum }
Osmunda peltata *ejusd.* 127.

2. POLYPODIUM Linn. *Fructificationes* in punctis subrotundis, sparsis, non marginalibus.

Involucrum umbilicatum, undique fere dehiscens.

OBS. Polypodium vulgare, quod hujusce generis species primaria habenda est, ne quid involucri prae se ferre visum est. Capsularum coacervationes se se tenerrimas adhuc, ex ipsa frondis substantia nudas protrudunt. Cum vero hoc huic speciei omnino peculiare est, vix inde ratio habeatur cur hanc a caeteris revera Polypodiis temere distrahamus. Meliori sane ratione, istas, quarum involucrum vere umbilicatum est, & in orbem ductum, & aequaliter a omni parte se se rumpit, ab illis, quarum involucrum dimidiatum, sive reniforme est, liceat (praesertim cum in animo tenemus quot species hoc genus complectitur) seorsim positas separare. Sed fines utriusque ordinis tam parvo usi sunt discrimine, & tam difficiles sunt determinari verbis, ut omni-

no tutius sit, dum horum scientia in majus proferatur, genus, prout jamjam receptum fuerit, servare.

Ex. Gen. (Involucro obsoleto) Polypodium vulgare *Linn.*
(Invol. umbilicato) . . . . trifoliatum *ejusd.*
(Invol. subreniforme) . . . . filix mas *ejusd.*
& . . . . marginale *ejusd.*
(Invol. semilunare) . . . . filix faemina *ejusd.* anne ad DAREAM removenda?

3. ASPLENIUM Linn. *Fructif.* in lineolis sparsis.
Involucrum e vena lateraliter ortum ducens interius (i. e. costam versus) dehiscens.
Exempl. Gener. Asplenium Hemionitis *Linn.*
. . . . . . monanthemum *ejusd.*

4. DAREA Juss. Gen. 15. *Fructif.* in lineolis sparsis.
Involucrum e vena lateraliter ortum ducens, exterius (i. e. marginem versus) dehiscens.
Confer. *Smith. Pl. Ic. t.* 50.
Exempl. Gener. Caenopteris furcata *Bergii in Act. Petrop. ann.* 1782.
. . . . . . rutaefolia *ejusd.*
. . . . . . vivipara *ejusd.*
. . . . . . rhizophylla *Smith. Plant. Ic. t.* 50. (habitat in Hispaniola).
Asplenium cicutarium *Swartz Prod.* 130.
. . . . . . flaccidum *Forst. Prod.* 80.

5. HEMIONITIS LINN. *Fructif.* in lineolis sparsis, decussantibus, geminis, venae approximatis.

Involucra e vena ortum ducentia, utrinque exterius dehiscentia.

CONFER. *Fig.* 1.

Exempl. Gener. Hemionitis lanceolata *Linn.*
. . . . . . palmata *ejusd.*
Asplenium plantagineum *ejusd.*
. . . . . . grandifolium *Swartz Prod.* 130
Meniscium *Schreb. Gen. Pl.* 757 ?

6. SCOLOPENDRIUM *Fructif.* in lineolis sparsis, geminis, interveniis.

Involucra superficiaria, sibi invicem longitudinaliter incumbentia, sutura longitudinali dehiscentia.

CONFER. *Fig.* 2.

OBS. Character hujusce generis, Hemionitidis characteri contrarius admodum. Utrumque satis ab Asplenio distinctum, neque ullo modo cum hoc confundi debet.

Termino *involucrum superficiarium* intelligi velim involucrum quod a superficie sive disco frondis ortum capit, nec a margine aut nervo. Venula plerumque comitatur.

Exempl. Gener. Asplenium Scolopendrium *Linn.*
. . . . . . Ceterach *ejusd.* ?
vix aliam speciem inveni.

7. BLECHNUM Linn. *Fructif.* in lineis longitudinalibus, continuis, costae adjacentibus.

Involucrum superficiarium, continuum, costam versus dehiscens.

Exempl. Gener. Blechnum occidentale *Linn.*
. . . . . . australe *ejusd.*
Osmunda spicant *ejusd.*

8. WOODWARDIA *Fructif.* in punctis oblongis, distinctis, serialibus, costae adjacentibus.

Involucra superficiaria, fornicata, costam versus dehiscentia.

CONFER. *Fig.* 3.

OBS. Amicissimus Thomas Jenkinson WOODWARD L. L. B. Soc. Linn. sodalis, observationibus variis, dissertationibusque de stirpibus anglicanis praeclarus, vir summae fidei atque ingenii, hoc genus optime meruit.

Exempl. Gener. Species mihi notae sunt sequentes tantum.

1. W. *augustifolia*, fronde pinnata: pinnis linearibus acutis, integerrimis. *Habitat* in Pensylvania. Ex amicissimo viro D. *Georgio Staunton* Baronetto habui.

2. W. *japonica*, fronde pinnata: pinnis pinnatifidis, nervo nudo: lobis obtusis, serratis, stipite squamoso. Blechnum japonicum. *Thunb. Jap.* 333. *t.* 35. *Linn. suppl.* 445.

Obs. In exemplari ab ipso Thunbergio misso, stipes squamosus & scaber est, neque glaber, ut in Flo. Japonica traditur.

Habitat in Japonia *Thunberg.*

3. W. *virginica*, fronde pinnata, pinnis pinnatifidis, nervo utrinque fructificante: lobis obtusis serrulatis, stipite glabro.

Blechnum virginicum. *Linn. Mant.* 307. *Ait. Hort. Kew. V.* 3. 460.

Filix mas vulgari similis, pinnulis amplioribus planis, nec crenatis, virginiana. *Pluk. Phyt. t.* 179. *f.* 2. male

Habitat in Virginia.

4. W. *radicans*, fronde pinnata: pinnis pinnatifidis nervo nudo: lobis acutis, serratis, stipite glabro.

Blechnum radicans. *Linn. Mant.* 307. (excluso syn. Pluk.) *Ait. Hort. Kew. V.* 3. 460.

Filix italica non ramosa maxima, glabra, Polypodii folio, gallas ferens, D. Michelii. *Til. Pis.* 62. *t.* 24.

Habitat in Maderae rimis rupium profundis, argillaceis, *Koenig*; in Amalphi & Cerasii valle inter Chartariam & Ferraram, *Tilli*; in Lusitania, *Edoardus Whittaker Gray* M. D.

9. PTERIS Linn. *Fructif.* in linea marginali, continua.

Involucrum e margine ipsius frondis inflexo, continuum, interius dehiscens.

Exempl. Gener. Pteris grandifolia *Linn.*

. . . . vittata *ejusd.*

. . . . cretica *ejusd.*

. . . . aquilina *ejusd.*

Huc forsitan spectant Acrostichum septentrionale, atque australe *Linn.* ut & au-

strale *Vahlii Symb.* 1. *t.* 25., quae A. radiatum a Koenigio melius appellatur.

10. LINDSÆA DRYANDRI (inedit.) *Fructif.* in linea continua, a margine parum remota.

Involucrum superficiarium, continuum, exterius dehiscens.

CONFER. *Fig.* 4.

Exempl. Gener. Adiantum guianense *Aubl. Guian. t.* 365.

. . . . . . sagittatum *ejusd. t.* 366.

. . . . . . strictum *Swartz Prod.* 135.

11. VITTARIA *Fructif.* in linea marginali continua.

Involucrum duplex, continuum; *alterum* superficiarium, exterius dehiscens; *aliud* e margine ipsius frondis, inflexo, interius dehiscens.

CONFER. *Fig.* 5.

Exempl. Gener. Pteris lineata *Linn.*

Unica species, ni fallor, inter filices adhuc inventas.

12. LONCHITIS LINN. *Fructif.* in lineolis, sinubus frondis geminatim subjectis, lunulatis.

Involucra e margine ipsius frondis inflexa, interius dehiscentia.

OBS. Genus habitu affine Pteridi, charactere Adianto. L. pedata *Linn.* & L. adscentionis *Forst.* Pterides sunt.

Exempl. Gener. Lonchitis hirsuta *Linn.*

. . . . . . aurita *ejusd.*

13. ADIANTUM Linn. *Fructif.* in punctis subrotundis, marginalibus, distinctis.

Involucra squamiformia, e margine ipsius frondis inflexo, distincta, interius dehiscentia.

Exempl. Gener. Adiantum Capillus-Veneris *Linn.*

. . . . . . triphyllum *Smith Pl. Ic. t.* 74.

14. DAVALLIA *Fructif.* in punctis subrotundis, submarginalibus, distinctis.

Involucra squamiformia, superficiaria, distincta, exterius dehiscentia.

CONFER. *Fig.* 6.

OBS. Fructificationes respectu venarum semper terminales sunt, nequaquam laterales. Genus gaudet habitu firmiori, nitido concinno, neque tenero membranaceo, dilatato Trichomanis & Adianti.

Botanico indefesso atque acutissimo, charactere amabili, ut & scientia claro, Edmundo DAVALL, Soc. Linn. Sod. Urbae apud Helvetos degenti, novum hoc genus lubentissime dicavi.

Exempl. Gener.

1. D. *canariensis*, fronde tripartita alternatim supradecomposita: lacinulis lanceolatis unifloris.

Trichomanes canariense *Linn.*

Habitat in canariis, Lusitania, ad latera montium. *Loëfling*, *Herb. Linn.*

2. D. *chinensis*, fronde alternatim tripinnata: lacinulis cuneiformibus obtusis subbifloris.

Trichomanes chinense *Linn.*

Habitat in China.

3. D. *clavata*, fronde alternatim decomposita: lacinulis lineariculneiformibus obtusis unifloris.

Adiantum clavatum *Linn.*

Habitat in Insulis Indiae Occidentalis.

4. D. *aculeata*, fronde supradecomposita: lacinulis cuneiformibus obtusis palmato-lobatis multifloris, rachi flexuosa aculeata.

Adiantum aculeatum *Linn.*

Habitat in Jamaica & Hispaniola.

5. D. *pedata*, fronde quinquangula trifida pinnatifida: laciniis apice multifloris.

Adiantum repens *Linn. suppl.* 446.

Habitat in Insula Mauritii.

Obs. Omnes fere species gaudent surculis repentibus squamosis, nomen hujus triviale, a Linnaeo filio datum, necesse itaque mutandum est.

6. D. *falcata*, fronde pinnata: pinnis lanceolatis subfalcatis undulatis multifloris basi inaequaliter cordatis.

Lonchitis glabra minor. *Plum. fil.* 48., *t.* 63.

Habitat ad rivulos, & in sylvis Antillinarum insularum. *Plumier.* in Herb. Linn. absque nomine aut loco.

7. D. *pectinata*, fronde lanceolata pectinato-pinnatifida: laciniis obtusis undulatis multifloris; infimis auriculatis semipinnatisve.

Habitat in India Orientali, *D. Hurloch* 1786. eandem forte in Otaheite legit Nelson. *H. Banks.*

8. D. *heterophylla*, frondibus sterilibus simplicissimis

Involucra urceolata, monophylla, exterius hiantia.
Columellae exsertae, pistilliformes.
CONFER. *Plum. Fil. t.* 86.
OBS. Habitus membranaceus, semipellucidus.
Ex. Gen. Trichomanes crispum *Linn.*
.... scandens *ejusd.*
.... pusillum *Swartz. Prod.* 136.
.... reptans } *ejusd.*
.... lucens }
.... rigidum }

18. HYMENOPHYLLUM. *Fructif.* margini frondis insertae, distinctae.
Involucra bivalvia, planiuscula, recta, exterius hiantia.
Columellae inclusae.
CONFER. *Fig.* 8.
OBS. Habitus Trichomanis.
Ex. Gen. Trichomanes tunbridgense *Linn.*
...... asplenoides *Swartz. Prod.*
...... fucoides } *ejusd.*
...... ciliatum }
...... lineare }
...... undulatum }
...... polyanthos }
...... clavatum }
Etiam Adiantum decurrens *Jacq. Coll. V.* 2. 103, *t.* 2, *f.* 1, 2, sed in hac specie columella mihi videtur exserta.

19. SCHIZÆA. *Fructif.* in appendiculo frondis, ejusdemque dorsum tegentes.

Involucra e marginibus appendiculi inflexis, continuis.

CONFER. *Fig.* 9.

OBS. Genus habitu distinctissimum, charactere obscurum. Nomen a σχιζω, findo.

Ex. Gen. Acrostichum pectinatum *Linn.*
. . . . . . dichotomum *ejusd.*
. . . . . . elegans *Vahl. Symbol.* 2., *t.* 50.
? . . . . . spicatum *Linn. Smith. Pl. Ic. t.* 49.

SECTIO 2.[da] Thecatae.

Char. Essent. Capsulae sessiles, per foramina dehiscentes, absque annulo, nudae.

20. GLEICHENIA. *Capsulae* triloculares, trivalves; *dissepimenta* e medio valvularum.

CONFER. *Fig.* 10.

OBS. In memoriam Illustr. Gulielmi Friderici Baronis de *Gleichen*, observationum microscopicarum in genitalia plantarum auctoris.

Exempl. Gen.

1. Gleichenia *polypodioides*, unica species adhuc detecta.
Onoclea polypodioides *Linn. Mant.* 306.
Habitat ad Cap. bonae spei.

21. MARATTIA. SWARTZ. *Capsulae* ovales, superne longitudinaliter dehiscentes; *loculis* utrinque pluribus.

Ex. Gen. Marattia alata *Swartz. Prod.* 128. *Sm. Pl. Jc. t.* 46.
. . . . . laevis *Sm. Pl. Jc. t.* 47.
. . . . . fraxinea *ibid. t.* 48.

22. DANÆA. *Capsulae* uniloculares extus porro dehiscentes, duplici serie aggregatae.

CONFER. Fig. 11.

OBS. Nomen dedi in honorem amici, & fautoris maxime colendi, Bot. Prof. J. Petri Mariae DANA, cujus nomine stirpem, quae mihi videtur Ligustici species, jamjam condecoravit Illustr. Allionius.

Capsulae venulis insident.

Exempl. Gener.

1. D. *nodosa*, rachi subsimplici, foliolis acuminatis, subintegerrimis, ad marginem usque capsuliferis, stipulis acutis.

Asphenium nodosum *Linn.*

Lingua cervina nodosa major, *Plum. Fil.* 90, *t.* 108.

Habitat in Jamaica, Hispaniola, Martinica, locis humidis umbrosis. *In Herb. Linn.*

2. D. *alata*, rachi apice alata, foliolis serrulatis prope marginem nudis, stipulis obtusis, erosis.

Lingua cervina nodosa minor, *Plum. Fil.* 91., *t.* 109.

Habitat in Martinica, *Plumier. in herb. Linn.*

EXPLICATIO TABULÆ

Fig. 1. *Hemionitis plantaginea.*

a. Portio frondis, magn. nat.

b. Fructificatio aucta.

c. Annuli capsularum.

Fig. 2. *Scolopendrium vulgare.*

Portio frondis magn. nat., cum fructif. in situ, involucris jam diruptis.

Fig. 3. *Woodwardia radicans.*

d. Pinnula.

e. Portio ejusdem aucta.

f. Involucrum.

Fig. 4. *Lindsaea*, forte nova species.

g. Pinna.

h. Portio ejusdem aucta.

i. Involucrum.

k. Capsularum coacervatio.

Fig. 5. *Vittaria lineata.*

l. Portio frondis.

m. Portio aucta.

n. Involucra.

Fig. 6. *Davallia canariensis.*

o. Pinnula.

p. Eadem aucta.

q. Involucrum.

Fig. 7. *Dicksonia arborescens.*
r. Pinnula.
s. Fructif. aucta.
t. Involucrum interius.
u. Invol. exterius.

Fig. 8. *Hymenophyllum*, nova species?
v. Portio frondis.
w. Pars ejusdem aucta.
x. Fructif. in statu naturali.
y. Involucrum arte expansum.
z. Capsulae.

Fig. 9. *Schizaea dichotoma.*
aa. Apex frondis fructificantis.
bb. Aucta.
cc. Involucr.

Fig. 10. *Gleichenia polypodioides.*
dd. Portio pinnae.
ee. Lacinia aucta.
ff. Capsulae apertura.

Fig. 11. *Danaea nodosa.*
gg. Portio pinnae.
hh. Capsularum congeries aucta.
ii. Ejusdem interna structura.

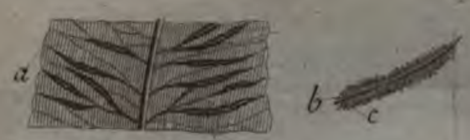


Fig. 1. Hemionitis

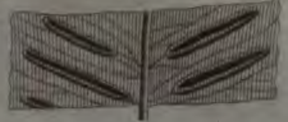


Fig. 2. Scolopendrium

Fig. 3. Woodwardia

Fig. 4. Lindsæa

Fig. 5. Vittaria

Fig. 6. Davallia

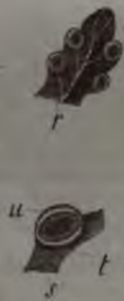


Fig. 7. Dichsonia

Fig. 8. Hymenophyllum

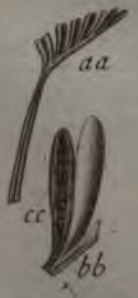


Fig. 9. Schizæa

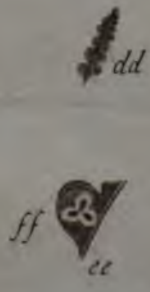


Fig. 10. Gleichenia

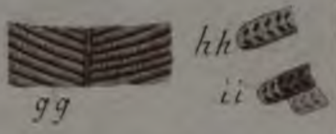


Fig. 11. Danæa

P. Tela fc.

MÉMOIRES
PRÉSENTÉS
A L'ACADÉMIE

RECHERCHES

SUR LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU PREMIER DEGRÉ

PAR M. JEAN TREMBLEY

Les Géomètres ont employé deux méthodes principales pour intégrer les équations différentielles du premier degré, savoir la séparation des variables, & l'introduction des facteurs qui rendent les différentielles complètes. Ils ont regardé la seconde méthode comme susceptible d'une plus grande généralité, & en conséquence plusieurs d'entr'eux l'ont cultivée avec soin. M. Euler en particulier a remarqué qu'il y avoit une liaison étroite entre les multiplicateurs qui rendent complètes les équations différentielles & les intégrales particulières de ces équations. Il a déterminé les cas où les facteurs des multiplicateurs étoient des intégrales particulières des équations proposées. Il en a conclu que la recherche des multiplicateurs étoit utile pour trouver les intégrales particulières des équations différentielles. Mais ce grand Géomètre ne paroît pas avoir examiné l'inverse de la question qui consiste à savoir, si les intégrales particulières ne peuvent pas conduire à la découverte des multiplicateurs, & par conséquent à celle des intégrales complètes. Il regardoit la recherche des intégrales particulières comme aussi difficile que celle des intégrales complètes. Il existe cependant une multitude de

Présenté le 20 août 1790.

cas où les intégrales particulières se présentent comme d'elles-mêmes, & où les intégrales complètes sont difficiles à trouver, la plupart même des cas généraux qu'a traités M. Euler sont de ce nombre. Il n'est d'ailleurs pas impossible de soumettre la recherche des intégrales particulières à des règles directes, comme je le ferai voir dans un mémoire particulier. Je me propose de montrer dans celui-ci comment la connoissance des intégrales particulières conduit à celle des multiplicateurs. Je supposerai les intégrales particulières connues pour ne pas répéter ce que j'ai dit dans le mémoire dont je viens de parler. Je ne traiterai d'abord que des cas où le multiplicateur est algébrique, parce que ce sont les seuls auxquels la méthode s'applique directement. J'indiquerai cependant ensuite comment on peut trouver aussi les multiplicateurs qui contiennent des quantités transcendantes.

§. 1. Voici le théorème général qui sert de base à tout ce mémoire. Soit l'équation différentielle non complète $Rdx + Sdy = 0$. Pour la rendre complète je la multiplie par M, & j'ai $RMdx + SMdy = 0$ (R, S & M étant des fonctions de x & y). Je tire de-là comme on sait

$$\left(\frac{dRM}{dy}\right) = \left(\frac{dSM}{dx}\right) \text{ ou } R\left(\frac{dM}{dy}\right) - S\left(\frac{dM}{dx}\right) + \left(\left(\frac{dR}{dy}\right) - \left(\frac{dS}{dx}\right)\right)M = 0.$$

Cette équation aux différences partielles a souvent été donnée par les géomètres comme contenant les déterminations que doit avoir le multiplicateur cherché M. Je cherche maintenant les intégrales particulières de l'équation $Rdx + Sdy = 0$, & je fais M = au produit de ces intégrales affectées d'exposans indéterminés. Je substitue cette

valeur de M & ses différentiellles dans l'équation que je viens de rapporter, & j'égale à zéro les coëfficiens de différens termes, ce qui me fournit des équations desquelles je tire la détermination des exposans.

2. La démonstration de ce théorème général est contenue dans deux théorèmes généraux que donne M. Euler. (*calc. Integr.*) T. I. pag. 414 & 416. Mais ces théorèmes indiquent des exceptions qu'il est bon de discuter. Le premier théorème est : *Si aequatio differentialis* $Pdx + Qdy = 0$, *per functionem* M *multiplicata*, *reddatur integrabilis*, *integrale particulare erit* $M=0$, *nisi eodem casu* P *vel* Q *abeat in infinitum.* M. Euler appelle P & Q ce que j'ai appelé R & S. Ce théorème peut se tirer de l'équation de condition $R\left(\frac{dM}{dy}\right) - S\left(\frac{dM}{dx}\right) + \left(\left(\frac{dR}{dy}\right) - \left(\frac{dS}{dx}\right)\right)M = 0$; car si $M = 0$, l'équation devient $R\left(\frac{dM}{dy}\right) - S\left(\frac{dM}{dx}\right) = 0$. Mais dans ce cas $\left(\frac{dM}{dy}\right) = -\left(\frac{dM}{dx}\right)\frac{dx}{dy}$, ce qui étant substitué dans l'équation donne $Rdx + Sdy = 0$. Si cette supposition rend $R = \infty$, alors $\left(\frac{dR}{dy}\right) = \infty = \frac{1}{0}$ & $M\left(\frac{dR}{dy}\right) = \frac{0}{0}$ ne peut plus se négliger généralement. Mais on peut toujours disposer l'équation $Rdx + Sdy = 0$, de façon que R & S ne soient point affectés de dénominateurs, & alors ils ne pourront devenir infinis par la supposition de $M = 0$, ce qui élude l'objection. Le second théorème est: *Si aequatio differentialis* $Pdx + Qdy = 0$ *per functionem M divisa evadat per se integrabilis*, *integrale particulare erit* $M=0$, *nisi posito* $M=0$, *vel* P, *vel* Q *evanescat.* Si l'on met dans l'équation $\frac{1}{M}$ au

lieu de M, on obtiendra l'équation

$$R\left(\frac{dM}{dy}\right) - S\left(\frac{dM}{dx}\right) - M\left[\left(\frac{dR}{dy}\right) - \left(\frac{dS}{dx}\right)\right] = 0,$$

qui étant semblable à la précédente, au signe près de M, donne dans le cas de $M = 0$ $Rdx + Sdy = c$. Si cette supposition rend $R = 0$, l'équation se réduit à $S\left(\frac{dM}{dx}\right) = 0$. Or S n'étant pas nul, on aura $\left(\frac{dM}{dx}\right) = 0$, $M = S : y$. Donc la supposition de $M = 0$ donnera y constante, & par conséquent $dy = 0$; donc on aura encore $Rdx + Sdy = 0$, ce qui détruit l'exception de M. Euler. Une exception qui paroît plus réelle se tire des quantités exponentielles. Si $M = e^{\varphi}$, l'équation devient, en divisant tout par e^{φ}, $R\left(\frac{d\varphi}{dy}\right) - S\left(\frac{d\varphi}{dx}\right) + \left(\frac{dR}{dy}\right) - \left(\frac{dS}{dx}\right) = 0$, ce qui change la forme de l'équation, aussi ces facteurs-là ne se trouvent-ils pas par la même méthode. Avant d'aller plus loin, je dirai quelque chose des intégrales particulières proprement dites, c'est-à-dire qui satisfont à l'équation différentielle sans être comprises dans l'intégrale complète. J'appelle intégrales incomplètes celles qui sont contenues dans l'intégrale complète.

3. Soit l'équation $dy = pdx$ (p étant une fonction quelconque de x & y), dont $\varphi = 0$ soit une intégrale particulière. Comme φ est une fonction de x, & de y, on peut tirer la valeur de y en φ & x, & celle de dy en φ, x, $d\varphi$, & dx. En substituant ces valeurs, on obtiendra l'équation $d\varphi = p'dx$ (p' étant une fonction de φ & de x), qui devienne $= 0$ lorsque $\varphi = 0$. Soit l'intégrale de cette

équation $\mu = A$, A étant la constante arbitraire, & μ une fonction de φ & x qui reste finie lorsque $\varphi = 0$. On aura, en différentiant cette intégrale, $\left(\frac{d\mu}{d\varphi}\right) d\varphi + \left(\frac{d\mu}{dx}\right) dx = 0$.

On tire de ces deux équations $\frac{d\varphi}{dx} = p' = -\frac{\left(\frac{d\mu}{dx}\right)}{\left(\frac{d\mu}{d\varphi}\right)}$.

Mais p' devient $= 0$, lorsque $\varphi = 0$; donc $\frac{\left(\frac{d\mu}{dx}\right)}{\left(\frac{d\mu}{d\varphi}\right)} = 0$

lorsque $\varphi = 0$. Mais puisque μ reste fini lorsque $\varphi = 0$, $\left(\frac{d\mu}{dx}\right)$ restera aussi fini; il faudra donc que $\left(\frac{d\mu}{d\varphi}\right)$ ait un dénominateur qui s'évanouisse lorsque $\varphi = 0$. Mais ce dénominateur ne pouvoit exister dans μ, car alors μ seroit devenue infinie lorsque $\varphi = 0$. Il faut donc que μ contienne un terme qui renferme $l\varphi$ ou $\sqrt[n]{\varphi}$, n étant un nombre quelconque. Mais si ce terme renferme $l\varphi$, $\varphi = 0$ sera encore une intégrale incomplète, car soit $\mu = \mu' l\varphi + \pi$, μ', π étant des fonctions quelconques de φ & de x, on aura $\mu' l\varphi + \pi = A$, ou $\varphi^{\mu'} e^{\pi} = B$, intégrale dont $\varphi = 0$ est une intégrale incomplète. Donc μ doit avoir un terme qui contienne $\sqrt[n]{\varphi}$. Donc l'équation différentielle

$d\mu = 0$ deviendra $n\varphi d\mu$, puisque $\mu = \mu'' \sqrt[n]{\varphi} + \psi$, μ'' & ψ étant des fonctions de φ & de x,

$n\varphi d\mu'' + \mu'' d\varphi + n d\psi \sqrt[n]{\varphi^{n-1}} = 0$. Donc dans l'équation

$d\varphi = p'dx$, p' sera $= p'' \sqrt[n]{\varphi^{n-1}}$, p'' étant une fonction de φ & de x. On déduit de-là bien aisément les deux méthodes que M. de la Grange a données dans les Mémoires de Berlin de 1774 pour trouver les intégrales particulières. La première suppose qu'on connoît l'intégrale complète. Cette intégrale étant $\mu'' \sqrt[n]{\varphi} + \psi = \text{A}$, on a en différentiant, & faisant varier la constante A,

$n\varphi d\mu'' + \mu'' d\varphi + nd\psi \sqrt[n]{\varphi^{n-1}} = nd\text{A} \sqrt[n]{\varphi^{n-1}}$. On égalera à zéro le coëfficient de $d\text{A}$, ce qui donnera $\varphi = 0$. On peut donc trouver l'intégrale particulière en égalant à zéro le multiplicateur de la différentielle de la constante, comme le dit M. de la Grange.

4. La seconde méthode ne rapporte pas la connoissance de l'intégrale complète, elle consiste à faire $\frac{ddy}{dx^2} = \frac{0}{0}$, & le facteur commun qui fait évanouir le numérateur, & le dénominateur sera l'intégrale particulière cherchée. En effet y étant une fonction de φ & de x, on a

$\frac{dy}{dx} = \text{P} \frac{d\varphi}{dx} + \text{Q}$, (P & Q étant des fonctions de φ & de x)

$= \text{P}p'' \sqrt[n]{\varphi^{n-1}} + \text{Q}$. Donc $\frac{ddy}{dx} = \frac{(1 - \frac{1}{n})\, \text{P}p'' d\varphi}{\sqrt[n]{\varphi}} - d.\text{P}p'' \sqrt[n]{\varphi^{n-1}}$

$$+ d\text{Q} = \frac{(1 - \frac{1}{n})\, \text{P}p'' d\varphi + \sqrt[n]{\varphi}\, (d\text{Q} - d\text{P}p'' \sqrt[n]{\varphi^{n-1}})}{\sqrt[n]{\varphi}} = 0,$$

& $\varphi = 0$ est le facteur, qui fait évanouir à la fois le numérateur, & le dénominateur, c'est-à-dire qui donne l'intégrale particulière.

5. On ne peut pas conclure de là que tous les facteurs qui rendent $\frac{ddy}{dx^2} = \frac{0}{0}$ sont des intégrales particulières. Car si l'équation $n\varphi d\mu'' + \mu'' d\varphi + n d\psi \sqrt[n]{\varphi^{n-1}} = 0$ est telle que $n\varphi d\mu'' + \mu'' d\varphi$, soit divisible par $\sqrt[n]{\varphi^{n-1}}$, après la division l'équation contiendra le terme $nd\psi$ que la supposition de $\varphi = 0$ ne détruira pas, & $\varphi = 0$ ne sera pas une intégrale particulière. Cependant on aura toujours $\frac{ddy}{dx^2} = \frac{0}{0}$. Ainsi l'équation $xdy = dx\sqrt{yy - xx}$ donne $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{yy - xx}}{x}$, $\frac{ddy}{dx} = \frac{y(xdy - ydx)}{(yy - xx)^{\frac{1}{2}}}$, quantité qui devient bien $= \frac{0}{0}$ lorsque $y = x$, & cependant $y = x$ n'est pas une intégrale particulière de l'équation, dont l'intégrale complète est $\frac{(y + \sqrt{yy - xx})^2}{4xx} - \frac{1}{2}\, l(y + \sqrt{yy - xx}) - \frac{1}{2}\, lx = C$.

Ainsi la méthode de M. de la Grange n'indique pas nécessairement les intégrales particulières, & il faudra toujours essayer si les facteurs trouvés satisfont à l'équation différentielle. Il est donc plus simple d'examiner si l'équation contient des radicaux, & si elle en contient d'essayer si en égalant à zéro la quantité qui est sous le signe, on satisfait à l'équation donnée. Les mêmes raisonnemens subsistent quelque soit le nombre des intégrales particulières, & il y aura dans l'équation différentielle autant de radicaux que d'intégrales particulières. On voit aussi que pour passer de l'équation différentielle à l'intégrale con-

plète, il faut la diviser par tous ces radicaux, & que par conséquent le multiplicateur qui rend intégrable l'équation différentielle, doit nécessairement renfermer toutes les intégrales particulières.

6. Il suit de ce que je viens de dire que les différens multiplicateurs qui peuvent rendre intégrable une équation différentielle, ne peuvent différer que par les intégrales incomplètes qu'ils contiennent. Si l'on a deux de ces multiplicateurs, on aura tout de suite l'intégrale complète. Soient ces multiplicateurs M & N, on aura les deux équations de condition

$$R\left(\frac{dM}{dy}\right) - S\left(\frac{dM}{dx}\right) + M\left(\left(\frac{dR}{dy}\right) - \left(\frac{dS}{dx}\right)\right) = 0,$$

$$R\left(\frac{dN}{dy}\right) - S\left(\frac{dN}{dx}\right) + N\left(\left(\frac{dR}{dy}\right) - \left(\frac{dS}{dx}\right)\right) = 0,$$

ou parce que $S = -\frac{Rdx}{dy}$, $\frac{dM}{M} + dy\left(\left(\frac{dR}{dy}\right) - \left(\frac{dS}{dx}\right)\right) = 0$,

$\frac{dN}{N} + dy\left(\left(\frac{dR}{dy}\right) 1 - \left(\frac{dS}{dx}\right)\right) = 0$, donc $\frac{dM}{M} = \frac{dN}{N}$, $\frac{M}{N} = A$,

intégrale de l'équation proposée. Si ces multiplicateurs contiennent un facteur commun, il sera une intégrale particulière de l'équation, puisqu'il ne se trouvera pas dans l'intégrale complète. Il ne peut y avoir que deux multiplicateurs essentiellement différens qui rendent intégrable une équation différentielle, car s'il y en avoit un troisième P, on auroit $\frac{P}{N} = A$; donc $P = M$.

7. Il suit aussi de la théorie précédente que dans l'équation différentielle $dy = pdx$; p contiendra $\sqrt{\varphi}$ dans

quelqu'un de ses termes, donc $\left(\frac{dp}{dy}\right)$ contiendra $\sqrt{\varphi}$ au dénominateur, donc $\frac{1}{\left(\frac{dp}{dy}\right)}$ aura $\sqrt{\varphi}$ pour multiplicateur. Puis donc que la supposition $\varphi = 0$ rend $\frac{1}{\left(\frac{dp}{dy}\right)} = 0$, on aura en différentiant cette dernière équation $d\left(\frac{dp}{dy}\right) = 0$,

ou $\left(\frac{ddp}{dxdy}\right) dx + \left(\frac{ddp}{dy^2}\right) dy = 0$, ou $dy + \frac{\left(\frac{ddp}{dx.dy}\right)}{\left(\frac{ddp}{dy^2}\right)} dx = 0$,

équation à laquelle satisfait la supposition $\varphi = 0$, mais cette supposition satisfait aussi à l'équation $dy - pdx = 0$, donc elle satisfera à la différence de ces deux équations, c'est-à-dire à l'équation, $p + \frac{\left(\frac{ddp}{dx\,dy}\right)}{\left(\frac{ddp}{dy^2}\right)} = 0$. Donc $\sqrt{\varphi}$ sera un facteur commun de $\frac{1}{\left(\frac{dp}{dy}\right)}$ & de $p + \frac{\left(\frac{ddp}{dx\,dy}\right)}{\left(\frac{ddp}{dy^2}\right)}$. C'est le théorème que donne M. de la Place (*Mém. de Paris pour* 1772 *T.* I. *pag.* 355.). M. de la Place prouve aussi p. 351 que si dans l'équation $dy = pdx$, p est rationnel par rapport à x & y, l'équation n'a aucune intégrale particulière. C'est ce que nous avons démontré plus haut d'une manière bien simple, & nous avons fait voir de plus, ce que M. de la Place ne dit pas, que s'il y a des intégrales particulières, on les obtient en égalant séparément à zéro les radicaux que contient p.

8. M. de la Place dit p. 344 que si l'on a l'équation différentielle $\mu M dx + \mu N dy = 0$, il est visible qu'elle deviendra nulle par la supposition de $\mu = 0$, ensorte que l'on pourroit considérer cette dernière équation comme une intégrale particulière de l'équation différentielle, mais que ce genre d'intégrales est différent de celui qu'il traite. Mais il est aisé de montrer que ces deux espèces d'intégrales que distingue M. de la Place, peuvent toujours se ramener l'une à l'autre par une simple substitution. Reprenons l'équation trouvée ci-dessus $d\varphi - p''\varphi^{\frac{n-1}{n}} dx = 0$. Soit $\varphi^{\frac{n-1}{n}} = \psi^{n-1}$, on aura $\varphi = \psi^{n}$, $d\varphi = n\psi^{n-1} d\psi$, & l'équation deviendra $n\psi^{n-1} d\psi - p''\psi^{n-1} dx = 0$, ou $\psi^{n-1}(nd\psi - p''dx) = 0$, équation qui se trouve sous la forme que vient de citer M. de la Place. Il est évident que p'' restant fini dans la supposition de $\varphi = 0$ restera fini dans la supposition de $\psi = 0$. Ainsi ces deux genres d'intégrales reviennent au même. Et cela résulte de la théorie même de M. de la Place, car la formule qu'il trouve $d\mu = \mu^{n} h dx$ co-incide exactement avec la nôtre, il appelle μ ce que nous appelons φ, & h ce que nous appelons p''. La démonstration que nous avons donnée par notre théorie du théorème de M. de la Place suppose que φ est une fonction de x & y. Si φ est une fonction de y seulement, toutes les conclusions précédentes subsistent; seulement comme dy s'évanouit par la supposition de $\varphi = 0$, on sait que $\sqrt{\varphi}$ est un facteur de p, ensorte que

le théorème de M. de la Place se simplifie & se réduit à ceci que $\sqrt{\varphi}$ sera un facteur commun de $\frac{1}{\left(\frac{dp}{dy}\right)}$ & de p. Comme rien n'empêche de changer x & y dans l'équation différentielle, on peut dire aussi que si φ est une fonction de x seulement, $\sqrt{\varphi}$ sera un facteur commun de $\frac{1}{\left(\frac{dp}{dx}\right)}$ & de p. Ici p répond à $\frac{1}{p}$ dans l'expression précédente. En faisant cette substitution on dira que $\sqrt{\varphi}$ sera un facteur commun de $\frac{1}{p}$ & de $\frac{p^2}{\left(\frac{dp}{dx}\right)}$. C'est ce que trouve M. de la Place pagg. 356 & 357. Je passe aux exemples qui montreront l'usage du théorème du § 1, & qui en feront sentir l'utilité.

9. Soit l'équation $axdy + bydx + cy^n x^{m-1}dx + fx^m y^{n-1}dy = 0$, que traite Mlle. Agnesi dans ses *Institutions analytiques* p. 397 de la trad. franç. Je trouve ici pour intégrales particulières $x = 0$, $y = 0$. Je fais donc $M = x^\mu y^\nu$. J'ai $R = by + cy^n x^{m-1}$, $S = ax + fx^m y^{n-1}$, $\left(\frac{dR}{dy}\right) = b + ncy^{n-1}x^{m-1}$, $\left(\frac{dS}{dx}\right) = a + mfx^{m-1}y^{n-1}$. L'équation de condition devient $(by + cy^n x^{m-1})\left(\frac{dM}{dy}\right) - (ax + fx^m y^{n-1})\left(\frac{dM}{dx}\right) + (b - a + (nc - mf)y^{n-1}x^{m-1})M = 0$. Si l'on substitue la valeur de M & celle de ses différentielles, on aura après avoir divisé par $x^{\mu-1}y^{\nu-1}$, $(by + cy^n x^{m-1})\nu x - (ax + fx^m y^{n-1})\mu y + (b - a + (nc - mf)y^{n-1}x^{m-1})xy = 0$. On a en

développant

$$\begin{array}{lll} b\nu xy & +\, c\nu y^{n} x^{m} & \\ -\, a\mu & -\, f\mu & = 0. \\ +\, b - a & +\, nc - mf & \end{array}$$

Je tire de-là les deux équations

$$b\nu - a\mu + b - a = 0, \quad c\nu - f\mu + nc - mf = 0,$$

ce qui donne en éliminant

$$\mu = \frac{(1 - n)\,bc + mfb - ac}{ac - bf}, \quad \nu = \frac{(m - 1)\,af + bf - anc}{ac - bf}.$$

On a donc $M = x^{\frac{(1-n)\,bc + mfb - ac}{ac - bf}} \, y^{\frac{(m-1)\,af + bf - anc}{ac - bf}}$.

10. Soit l'équation $x^3 dy\,(xx - aa) - ax^3 y dx + (aa - xx)\,y^3 dx = 0$ que traite Mlle. Agnesi p. 384. Je trouve pour intégrales particulières $x = 0$, $y = 0$, $x = \pm a$. Je fais donc $M = (x + a)^{\mu}\,(x - a)^{\nu}\,x^{\sigma}\,y^{\rho}$. Or on a $R = (aa - xx)\,y^3 - ax^3 y$, $S = x^3 (xx - aa)$, $\left(\frac{dR}{dy}\right) = 3\,(aa - xx)\,y^2 - ax^3$, $\left(\frac{dS}{dx}\right) = 5x^4 - 3aax^2$. On aura donc en substituant ces différentes valeurs dans l'équation de condition, & divisant par $(x + a)^{\mu - 1}\,(x - a)^{\nu - 1}\,x^{\sigma - 1}\,y^{\rho - 1}$; $(aay^3 - xxy^3)\,\big(\rho x\,(xx - aa)\big) + (aax^3 - x^5)\,\big(\mu\,(x - a)\,xy + \nu\,(x + a)\,xy + \sigma y\,(xx - aa)\big) + (3aay^2 - 3x^2y^2 - ax^3 - 5x^4 + 3a^2x^2)\,(x^3 y - aaxy) = 0.$

On a en développant

$$\begin{array}{lllllllll} 2\rho aax^3y^3 & -\,\rho x^5y^3 & -\,\rho a^4y^3x & +\,\mu aax^5y & -\,\mu x^7y & -\,a^3\mu x^4y & +\,a\mu x^6y & -\,\sigma a^4x^2y & \\ +\,3aa & -\,3 & -\,3a^4 & +\,\nu aa & -\,\nu & +\,a^3\nu & -\,a\nu & -\,3a^4 & = 0 \\ +\,3aa & & & +\,2\sigma aa & -\,\sigma & +\,a^3 & -\,a & & \\ & & & +\,5aa & -\,5 & & & & \\ & & & +\,3aa & & & & & \end{array}$$

On tire de-là $\mu = -\frac{1}{2}$, $\nu = -\frac{1}{2}$, $\rho = -3$, $\sigma = -3$.
On aura donc

$$M = \frac{1}{x^3 y^3 \sqrt{x+a}\,(x-a)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{x^3 y^3 (x-a)\sqrt{xx-aa}}.$$

11. Soit l'équation $(ax^2 + bxy + cy^2)\,dx + (ex^2 + fxy + gy^2)\,dy$. Je fais $y = Ax$ (A étant une constante), ce qui donne $dy = Adx$. Je substitue ces valeurs dans l'équation, je divise par $x^2 dx$, & j'ai $a + (b+e)A + (c+f)A^2 + gA^3 = 0$. Au lieu de chercher les racines de cette équation, ce qui rendroit le calcul fort long, je substitue simplement au lieu de A sa valeur $\frac{y}{x}$, & j'ai, en réduisant au même dénominateur, $\frac{ax^3 + (b+e)yx^2 + (c+f)y^2x + gy^3}{x^3} = 0$. Je fais $M = (ax^3 + (b+e)yx^2 + (c+f)y^2x + gy^3)^{\mu} x^{\nu}$.
On a $R = ax^2 + bxy + cy^2$, $S = ex^2 + fxy + gy^2$, $\left(\frac{dR}{dy}\right) = bx + 2cy$, $\left(\frac{dS}{dx}\right) = 2ex + fy$. On a donc, en substituant ces valeurs, & divisant tout par

$$(ax^3 + (b+e)x^2y + (c+f)xy^2 + gy^3)^{\mu-1} x^{\nu-1},$$

$$(ax^2 + bxy + cy^2)(\mu(b+e)x^3 + 2(c+f)x^2y + 3gxy^2)$$
$$-(ex^2 + fxy + gy^2)\mu(3ax^3 + 2(b+e)x^2y + (c+f)xy^2)$$
$$+\nu(ax^3 + (b+e)x^2y + (c+f)xy^2 + gy^3)$$
$$+((b-2e)x + (2c-f)y)(ax^4 + (b+e)x^3y$$
$$+(c+f)x^2y^2 + gxy^3) = 0.$$

On a en développant

$$\begin{array}{llllll}
\mu a(b+e)x^5 & +2\mu a(c+f)x^4y & +3\mu agx^3y^2 & +3\mu bgx^2y^3 & +3\mu cgxy^4 & -\nu ggy^5 \\
-3\mu ae & +\mu b(b+e) & +2\mu b(c+f) & +2\mu c(c+f) & -\mu g(c+f) & \\
-\nu ae & -2\mu e(b+e) & +\mu c(b+e) & -\mu f(c+f) & -\nu fg & \\
+a(b-2e) & -3\mu af & -\mu e(c+f) & -2\mu g(b+e) & -\nu g(c+f) & =0 \\
 & -\nu e(b+e) & -2\mu f(b+e) & -\nu ge & +g(2c-f) & \\
 & -\nu af & -3\mu ag & -\nu f(c+f) & & \\
 & +(b+e)(b-2e) & -\nu e(c+f) & -\nu g(b+e) & & \\
 & +a(2c-f) & -\nu f(b+e) & +g(b-2e) & & \\
 & & -\nu ag & +(c+f)(2c-f) & & \\
 & & +(c+f)(b-2e) & & & \\
 & & +(b+e)(2c-f) & & &
\end{array}$$

Le dernier terme donne $\nu = 0$, le premier $\mu = -1$, & ces valeurs satisfont aux autres termes. On a donc

$$M = \frac{1}{ax^3 + (b+e)x^2y + (c+f)xy^2 + gy^3}.$$

12. On trouvera de même que si l'on a l'équation générale

$$(ax^m + a'x^{m-1}y + a''x^{m-2}y^2 \ldots + a^{(m-2)}x^2y^{m-2} + a^{(m-1)}xy^{m-1} + a^{(m)}y^m)dx$$
$$+ (bx^m + b'x^{m-1}y + b''x^{m-2}y^2 \ldots + b^{(m-2)}x^2y^{m-2} + b^{(m-1)}xy^{m-1} + b^{(m)}y^m)dy = 0$$

on aura

$$M = \frac{1}{ax^{m+1} + (a'+b)x^my + (a''+b')x^{m-1}y^2 + (a'''+b'')x^{m-2}y^3 \ldots + (a^m + b^{(m-1)})xy^m + b^{(m)}y^{m+1}}$$

13. Soit l'équation $Ay^2x^{n-1}dx - 2Ax^ndx - Ax^nydy + 2Cxdy - Cydx = 0$ que traite M. Euler p. 364. (j'appelle x & y ce qu'il appelle T & S). Je fais $y = Bx^{\frac{1}{2}}$, ce qui donne $dy = \frac{1}{2}Bx^{-\frac{1}{2}}dx$, & l'équation devient

$B^2 - 4 = 0$. Or $B = \frac{y}{\sqrt{x}}$, donc $\frac{y^2 - 4x}{x} = 0$. Je fais $M = (y^2 - 4x)^{\mu} x^{\nu}$. On a $R = Ay^2x^{n-1} - 2Ax^n - Cy$, $S = 2Cx - Ax^ny$, $\left(\frac{dR}{dy}\right) = 2Ayx^{n-1} - C$, $\left(\frac{dS}{dx}\right) = 2C - nAx^{n-1}y$

On a donc, en substituant les valeurs, & divisant par $(y^2 - 4x)^{\mu-1} x^{\nu-1}$, $(Ay^2 x^{n-1} - 2Ax^n - Cy)\, 2\mu xy$

$$+ (Ax^n y - 2Cx)\left(\nu(y^2 - 4x) - 4\mu x\right)$$

$$+ \left((n+2)Ax^{n-1}y - 3C\right)(y^2x - 4x^2) = 0.$$

On a en développant

$$\begin{array}{llll} 2A\mu x^n y^3 & -4A\mu x^{n+1} y & -2\mu Cxy^2 & +8C\nu x^2 \\ +A\nu & -4A\nu & -2\nu C & +8C\mu \\ +(n+2)A & -4A\mu & -3C & +12C \\ & -4(n+2)A & & \end{array} = 0$$

On tire de-là $\mu = -n - \frac{1}{2}$, $\nu = n - 1$. Donc

$$M = \frac{x^{n-1}}{(y^2 - 4x)^{n+\frac{1}{2}}}.$$

14. Soit l'équation

$$cx^r y^s dy + bx^p y^q dx + ax^m y^n dx = 0$$

que traite Mlle. Agnesi p. 363, & dont il s'agit de trouver les cas intégrables. Je fais $y = Ax^{\mu}$, & l'équation devient

$$cA^{s+1}\mu x^{\mu(s+1)+r-1} + bA^q x^{\mu q+p} + aA^n x^{\mu n+m} = 0.$$

Je fais $\mu q + p = \mu n + m$, & j'ai $\mu = \frac{p-m}{n-q}$. Je fais aussi $\mu(s+1) + r - 1 = \mu q + p$, & j'ai $\mu = \frac{p+1-r}{s+1-q}$. L'équa-

tion de condition est donc $\frac{p+1-r}{s+1-q} = \frac{p-m}{n-q}$. L'équation devient alors

$$cA^{s+1}\,\frac{(p-m)}{n-q} + bA^q + aA^n = 0,\ \text{mais}\ A = \frac{y}{x^\mu} = yx^{\frac{m-p}{n-q}}.$$

Donc

$$c\,\frac{(p-m)}{n-q}\,y^{s+1}\,x^{\frac{(m-p)(s+1)}{n-q}} + by^q\,x^{\frac{(m-p)q}{n-q}} + ay^n\,x^{\frac{(m-p)n}{n-q}} = 0,$$

ou

$$\frac{c(p-m)}{n-q}\,y^{s+1}\,x^{\frac{(m-p)(s+1-n)}{n-q}} + by^q\,x^{p-m} + ay^n = 0.$$

Je fais donc

$$M = \left(\frac{c(p-m)}{n-q}\,y^{s+1}\,x^{\frac{(m-p)(s+1-n)}{n-q}} + by^q\,x^{p-m} + ay^n\right)^\mu x^\nu.$$

On a ici $R = bx^p y^q + ax^m y^n$, $S = cx^r y^s$,

$\left(\frac{dR}{dy}\right) = bqx^p y^{q-1} + anx^m y^{n-1}$, $\left(\frac{dS}{dx}\right) = c^r x^{r-1} y^s$.

On aura en réduisant comme à l'ordinaire

$$(bx^p y^q + ax^m y^n)\left(\mu x\left(\frac{c(p-m)(s+1)}{n-q}\,y^s\,x^{\frac{(m-p)(s+1-n)}{n-q}} + bqy^{q-1}x^{p-m} + any^{n-1}\right)\right)$$

$$-\,cx^r y^s\left(\mu x\left(\frac{c(p-m)^2(n-s-1)}{(n-q)^2}\,y^{s+1}\,x^{\frac{(m-p)(s+1-n)}{n-q}-1} + b(p-m)y^q x^{p-m-1}\right) + \nu\left(\frac{c(p-m)}{n-q}\,y^{s+1}\,x^{\frac{(m-p)(s+1-n)}{n-q}} + by^q x^{p-m} + ay^n\right)\right)$$

$$+\left(bqy^{q-1}x^q + any^{n-1}x^m - crx^{r-1}y^s\right)\left(\frac{c(p-m)}{n-q}y^{s+1}x^{\frac{(m-p)(s+1-n)}{n-q}} + by^q x^{p-m} + ay^n\right)x = 0.$$

On tire de-là $\mu = -1$, $\nu = -(m+1)$. On aura donc

$$M = \frac{1}{\left(\frac{c(p-m)}{n-q}y^{s+1}x^{r-1-m} + by^q x^{p-m} + ay^n\right)x^{m+1}}$$

$$= \frac{1}{\frac{c(p-m)}{n-q}y^{s+1}x^r + by^q x^{p+1} + ay^n x^{m+1}}.$$

15. Si l'équation proposée contenoit un terme de plus, & qu'elle fût $cx^r y^s dy + by^q x^p dx + ay^n x^m dx + fx^e y^u dy = 0$, la même substitution donneroit

$$cA^{s+1}\mu x^{\mu(s+1)+r-1} + bA^q x^{\mu q+p} + aA^n x^{\mu n+m}$$

$$+ fA^{u+1}\mu x^{\mu(u+1)+e-1} = 0,$$ & l'on trouveroit ces deux conditions d'intégrabilité $\frac{s-q+1}{r-r+1} = \frac{n-q}{p-m} = \frac{u-q+1}{p-e+1}$, l'équation devient alors à cause de $\mu = \frac{p-m}{n-q}$,

$$\frac{c(p-m)}{n-q}A^{s+1} + bA^q + aA^n + fA^{u+1}\frac{(p-m)}{n-q} = 0;$$ d'où l'on tirera en procédant comme ci-dessus

$$M = \frac{1}{\frac{c(p-m)}{n-q}y^{s+1}x^r + by^q x^{p+1} + ay^n x^{m+1} + \frac{f(p-m)}{n-q}y^{u+1}x^e}.$$

Mais les cas où ces deux conditions ont lieu ne sont pas les seuls où l'équation puisse s'intégrer, comme M.lle Agnesi paroît le croire. Si l'on reprend l'équation en A avant d'avoir déterminé μ, cette équation étant composée de quatre termes, il est évident que si deux de ces ter-

mes se détruisent, il restera une équation de condition composée de deux termes seulement qui fournira un multiplicateur de la même forme. Si l'on veut par exemple que les deux derniers termes de cette équation se détruisent, il faudra que $n = u + 1$, $\mu = -\frac{a}{f} = \frac{p+1-r}{s+1-q}$ & $m = e - 1$, l'équation de condition se réduira alors à $bA^q - \frac{ac}{f} A^{s+1} = 0$, ou $fbA^q - acA^{s+1} = 0$,

ou $fby^q x^{\frac{aq}{f}} - acy^{s+1} x^{\frac{(s+1)a}{f}} = 0$, ou

$$(acy^{s+1-q} - fbx^{p+1-r}) y^{-q} x^{-(s+1)\frac{a}{f}} = 0.$$

Je fais $M = (acy^{s-q+1} - fbx^{p+1-r})^\mu y^\nu x^\rho$, & je trouve $\mu = \frac{(n-q)\frac{a}{f}+r-e}{p+1-r}$, $\nu = -q$, $\rho = -r$. Donc

$$M = (acy^{s+1-q} - fbx^{p+1-r})^{\frac{\frac{a}{f}(n-q)+r-e}{p+1-r}} y^{-q} x^{-r}.$$

On peut aisément étendre ce procédé à des équations qui contiendroient plus de quatre termes. Je ne crois pas devoir m'y arrêter.

16. Soit l'équation $(x^n dx + ay^n dy)\frac{p}{q} + ydx - xdy = 0$, que traite M.lle Agnesi p. 393 (p & q étant des fonctions de x & y) on demande de trouver les cas intégrables de cette équation. Je fais $y = Ax$, ce qui donne

$(x^n dx + aA^{n+1} x^n dx)\frac{p}{q} + Axdx - Axdx = 0$, ou

$1 + aA^{n+1} = o$. Or $A = \frac{y}{x}$, donc $\frac{x^{n+1} + ay^{n+1}}{x^{n+1}} = o$.

Je fais $M = (x^{n+1} + ay^{n+1})^{\mu} x^{\nu} y^{\rho}$. (J'introduis le facteur y^{ρ} parce que $\frac{p}{q}$ peut être tel que y soit une intégrale particulière de l'équation.) On a ici (en faisant $\frac{p}{q} = \varphi$) $R = x^n \varphi + y$, $S = a\varphi y^n - x$, $\left(\frac{dR}{dy}\right) = x^n \left(\frac{d\varphi}{dy}\right) + 1$; $\left(\frac{dS}{dx}\right) = ay^n \left(\frac{d\varphi}{dx}\right) - 1$. On a donc

$$(\varphi x^n + y)\left[\mu a(n+1)xy^{n+1} + \rho(x^{n+2} + axy^{n+1})\right]$$
$$+ (x - a\varphi y^n)\left[\mu(n+1)x^{n+1}y + \nu(x^{n+1}y + ay^{n+2})\right]$$
$$+ \left[x^n\left(\frac{d\varphi}{dy}\right) - ay^n\left(\frac{d\varphi}{dx}\right) + 2\right](x^{n+2}y + ay^{n+2}x) = o.$$ Donc

$$\begin{array}{llll}
\mu a(n+1)\varphi x^{n+1}y^{n+1} & +\mu a(n+1)xy^{n+2} & +\rho\varphi x^{2n+2} & -aa\nu\varphi y^{2n+2} \\
+\rho a & +\rho a & +x^{2n+2}y\left(\frac{d\varphi}{dy}\right) & -aay^{2n+2}x\left(\frac{d\varphi}{dx}\right) \\
-\mu a(n+1) & +a\nu & +\rho x^{n+2}y & \\
-a\nu & +2a & +\mu(n+1) & = o \\
+ay^{n+2}x^{n+1}\left(\frac{d\varphi}{dy}\right) & & +\nu & \\
-ay^{n+1}x^{n+2}\left(\frac{d\varphi}{dx}\right) & & +2 &
\end{array}$$

Le 2^e & le 4^e termes donnent $\mu(n+1) + \nu + \rho + 2 = o$. Le 3^e donne $\rho\varphi + y\left(\frac{d\varphi}{dy}\right) = o$. Le 5^e donne $\nu\varphi + x\left(\frac{d\varphi}{dx}\right) = o$. Le 1er donne $\rho\varphi - \nu\varphi + y\left(\frac{d\varphi}{dy}\right) - x\left(\frac{d\varphi}{dx}\right) = o$. Cette

dernière équation n'est autre chose que les deux précédentes ajoutées ensemble. Je substitue dans la première équation les valeurs de ν & de ρ tirées des deux suivantes, & j'obtiens $\left(\frac{d\varphi}{dy}\right) + \frac{x}{y}\left(\frac{d\varphi}{dx}\right) - \left(\frac{2+\mu(n+1)}{y}\right)\varphi = 0$, d'où je tire par les méthodes connues $\varphi = y^{2+\mu(n+1)} f : \frac{x}{y}$. Ainsi μ reste indéterminé. Dans le cas donc où $\varphi = \frac{\rho}{q}$ a la valeur désignée, l'équation est intégrable. On a

$\rho = -\frac{y}{\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)$, $\nu = -\frac{x}{\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)$. Donc

$$M = (x^{n+1} + ay^{n+1})^\mu x^{-\frac{x}{\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)} y^{-\frac{y}{\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)}.$$

17. Si l'on a l'équation plus générale

$$\left(x^n dx + ay^{\frac{-nf-c-f}{c}} dy\right)\varphi - (cydx + fxdy) = 0$$

on fera $y = Ax^\mu$, & l'équation deviendra

$$\left(x^n dx + aA^{\frac{-nf-f}{c}} \mu x^{\frac{-(nf+c+f)\mu+(\mu-1)c}{c}} dx\right)$$

$$-(cAx^\mu dx + fA\mu x^\mu dx) = 0.$$

Je fais $c + f\mu = 0$, donc $\mu = -\frac{c}{f}$. L'équation devient alors $1 - \frac{ca}{f} A^{\frac{-nf-f}{c}} = 0$, or $A = yx^{\frac{c}{f}}$, donc

$$1 - ay^{\frac{-nf-f}{c}} x^{-n-1} = 0, \text{ ou } x^{n+1} - \frac{ac}{f} y^{\frac{-nf-f}{c}} = 0.$$

Je fais donc $M = \left(x^{n+1} - \frac{ac}{f} y^{\frac{-nf-f}{c}}\right)^{\mu} x^{\nu} y^{\rho}$, d'où je tire *mutatis mutandis* les mêmes conclusions que ci-dessus.

On trouvera $\varphi = y^{\frac{-c-f-f\mu(n+1)}{c}} f : xy^{\frac{1}{c}}$.

18. Soit l'équation

$$y^u dx - cx^{\frac{ut-mnt-t+r+n-ur}{n}} (bx^t + ay^n x^r)^m dy = 0,$$

que traite M.lle Agnesi p. 399. Je fais $y = Ax^{\mu}$, & l'équation devient

$$A^u x^{\mu u} dx - cA\mu x^{\frac{ut-mnt-t+r+n-ur}{n}+\mu-1} dx \left(bx^t + aA^n x^{\mu n+r}\right)^m = 0.$$

Je fais $\mu n + r = t$, ce qui donne $\mu = \frac{t-r}{n}$, & l'équation devient $A^n - cA\mu(b+aA^n)^m = 0$, mais $A = xy^{\frac{r-t}{n}}$, donc

$$y^u x^{\frac{(r-t)u}{n}} - cyx^{\frac{r-t}{n}} \left(\frac{t-r}{n}\right) \left(b + ay^n x^{r-t}\right)^m = 0.$$

Je fais donc

$$M = \left(y^u x^{\left(\frac{r-t}{n}\right)u} + cyx^{\frac{r-t}{n}} \left(\frac{r-t}{n}\right) \left(b + ay^n x^{r-t}\right)^m\right)^{\mu} x^{\nu} y^{\rho}$$

& je trouve en opérant toujours d'après la même méthode

$\mu = -1$, $\nu = \frac{u(r-t)}{n} - 1$, $\rho = 0$, donc

$$M = \frac{x^{\frac{u(r-t)}{n} - 1}}{y^u x^{\left(\frac{r-t}{n}\right)u} + cyx^{\frac{r-t}{n}} (b + ay^n x^{r-t})^m}.$$

19. Soit l'équation $y^2dy - dx\sqrt{a^2x^2+ay^3} = 0$ que traite M.lle Agnesi p. 362. Je fais $y^3 = Ax^2$, ce qui donne $y^2\,dy = \frac{2}{3}Axdx$, & l'équation devient $\frac{2}{3}A - \sqrt{aa+aA} = 0$, or $A = \frac{y^3}{x^2}$, donc $\frac{\frac{2}{3}y^3 - x\sqrt{aax^2+ay^3}}{x^2} = 0$. Je fais $M = (\frac{2}{3}y^3 - x\sqrt{aax^2+ay^3})^\mu x^\nu$, & je trouve $\mu = -1$, $\nu = 0$, donc $M = \frac{2}{3}y^3 - x\sqrt{aax^2+ay^3}$.

20. Soit l'équation $dx(\alpha+\beta x+\gamma y) - dy(\delta+\epsilon x+\zeta y) = 0$ que traite M. Euler p. 343. Je fais $y = A + Bx$, ce qui me donne les deux équations $\alpha + \gamma A - \delta B - \zeta AB = 0$, $\beta + (\gamma - \epsilon)B - \zeta BB = 0$. Or $A = y - Bx$. Substituant cette valeur dans la première équation j'ai $\alpha+\gamma y-\gamma Bx-\delta B-\zeta By+\zeta BBx = 0$. Je multiplie la seconde équation par x, & je l'ajoute à la première, ce qui donne $\alpha + \beta x + \gamma y - B(\delta + \epsilon x + \zeta y) = 0$, d'où je tire $B = \frac{\alpha+\beta x+\gamma y}{\delta+\epsilon x+\zeta y}$. Je substitue cette valeur dans la seconde équation, ce qui donne

$$\beta + \frac{(\gamma-\epsilon)(\alpha+\beta x+\gamma y)}{\delta+\epsilon x+\zeta y} - \frac{\zeta(\alpha+\beta x+\gamma y)^2}{(\delta+\epsilon x+\zeta y)^2} = 0.$$ Je fais

$$M = \left(\beta(\delta+\epsilon x+\zeta y)^2 + (\gamma-\epsilon)(\alpha+\beta x+\gamma y)(\delta+\epsilon x+\zeta y) - \zeta(\alpha+\beta x+\gamma y)^2\right)^\mu (\delta+\epsilon x+\zeta y)^\nu$$

& je trouve $\mu = -1$, $\nu = 0$, ce qui donne

$$M = \frac{1}{\beta(\delta+\varepsilon x+\zeta y)^2+(\gamma-\varepsilon)(\alpha+\beta x+\gamma y)(\delta+\varepsilon x+\zeta y)-\zeta(\alpha+\beta x+\gamma y)^2}.$$

21. Soit l'équation

$$(2n+1)ydy+\left(ny-\tfrac{1}{4}x-Cx^{\frac{-2n-3}{2n+1}}\right)dx=0,$$

que traite M. Euler p. 372. Je fais $y=\alpha x+\beta x^{-\frac{1}{2n+1}}$, & l'équation devient

$$\begin{array}{lll}(2n+1)\alpha^2 xdx & -\alpha\beta x^{-\frac{1}{2n+1}}dx & -\beta^2 x^{-\frac{2n-3}{2n+1}}dx=0\\ +n\alpha & +(2n+1)\alpha\beta & -C\\ -\frac{1}{4} & +n\beta & \end{array}$$

Le dernier terme donne $\beta^2+C=0$, le premier donne $\alpha=-\frac{1}{2(2n+1)}$, $\alpha=-\frac{1}{2}$, mais le second terme n'admet que la seconde valeur. J'ai donc $\beta=yx^{\frac{1}{2n+1}}+\frac{1}{2}x^{\frac{2n+2}{2n+1}}$, donc $\beta^2+C=y^2x^{\frac{2}{2n+1}}+yx^{\frac{2n+3}{2n+1}}+\frac{1}{4}x^{\frac{4n+4}{2n+1}}+C=0.$

Je fais $M=\left(yy+yx+\frac{1}{4}x^2+Cx^{-\frac{2}{2n+1}}\right)^{\mu}x^{\nu}$, & je trouve $\mu=n$, $\nu=0$, ce qui donne

$$M=\left(yy+yx+\tfrac{1}{4}x^2+Cx^{-\frac{2}{2n+1}}\right)^{n}.$$

22. Soit l'équation

$$ydy + ydx\left(\frac{m-n}{m+n+2} - \frac{(m+n)a}{x^{m+n+2}}\right) + dx\left(\frac{aa}{x^{2m+2n+3}}\right.$$

$$\left. + \frac{(m-n)a}{(m+n+2)x^{m+n+1}} - \frac{(m+1)(n+1)x}{(m+n+2)^2}\right) = 0$$

que traite M. Euler p. 376. Je fais $y = \alpha x + \beta x^{-m-n-1}$, & l'équation devient

$$\begin{array}{llll} \alpha^2 xdx & + \alpha\beta x^{-m-n-1}dx & - (m+n+1)\beta\beta x^{-2m-2n-3}dx & \\ + \frac{(m-n)\alpha}{m+n+2} & -(m+n+1)\alpha\beta - (m+n)a\beta & & \\ - \frac{(m+1)(n+1)}{(m+n+2)^2} & + \frac{(m-n)}{m+n+2}\beta & + aa & = 0 \\ & -(m+n)a\alpha & & \\ & + \frac{(m-n)a}{m+n+2} & & \end{array}$$

Le dernier terme me donne les valeurs $\beta = \frac{a}{m+n+1}$, $\beta = -a$. Le premier donne

$$\alpha^2 + \frac{(m-n)\alpha}{m+n+2} - \frac{(m+1)(n+1)}{(m+n+2)^2} = 0.$$

Le second terme admet cette valeur double de α, mais exclud la première valeur de β. L'équation du second degré en α donne $\left(\alpha + \frac{m+1}{m+n+2}\right)\left(\alpha - \frac{n+1}{m+n+2}\right) = 0$, ou en mettant pour α sa valeur $\frac{y+ax^{-m-n-1}}{x}$,

$$\left[\frac{y+ax^{-m-n-1} + \frac{(m+1)x}{m+n+2}}{x}\right]\left[\frac{y+ax^{-m-n-1} - \frac{(n+1)x}{m+n+2}}{x}\right] = 0.$$

Je fais donc

$$M=\left(y+ax^{-m-n-1}+\frac{(m+1)x}{m+n+2}\right)^{\mu}\left(y+ax^{-m-n-1}-\frac{(n+1)x}{m+n+2}\right)^{\nu}x^{\rho},$$

& je trouve $\mu=m$, $\nu=n$, $\rho=0$. On aura donc

$$M=\left(y+ax^{-m-n-1}+\frac{(m+1)x}{m+n+2}\right)^{m}\left(y+ax^{-m-n-1}-\frac{(n+1)x}{m+n+2}\right)^{n}.$$

23. Soit l'équation $(dy-x^3dx)\sqrt{a+y}-xxdy=0$ que traite M.lle Agnesi pag. 363. Je fais $y=A+Bx^4$, & l'équation devient en divisant par x^6, $4B^{\frac{3}{2}}-4B-\sqrt{B}=0$.

Or $B=\frac{y+a}{x^4}$. Donc $\frac{4(y+a)^{\frac{3}{2}}-4(y+a)x^2-x^4\sqrt{y+a}}{x^4}=0$.

Je fais donc

$$M=\left(4(a+y)^{\frac{3}{2}}-4(a+y)x^2-x^4\sqrt{a+y}\right)^{\mu}x^{\nu},$$

& je trouve $\mu=-1$, $\nu=0$. Donc

$$M=\frac{1}{4(a+y)^{\frac{3}{2}}-4(a+y)x^2-x^4\sqrt{a+y}};$$

24. Soit l'équation $2(aa-x)ydy-aydx-xdx=0$, que traite M. Euler p. 373. Je fais $x=Ay+By^2$, & l'équation devient

$$\begin{matrix}2aay & -2Ay^2 & -2By^3 & \\ -aA & -4aB & -2BB & =0. \\ -AA & -AB & & \end{matrix}$$

Je tire de-là $B=0$, & $B=-1$. La première valeur est exclue par les autres termes; le second donne $A=-2a$, ce qui satisfait au premier. J'ai donc $x=-2ay-yy$. Je vois ainsi qu'en faisant $x-aa=0$, ou $x=aa$ l'équation s'évanouit. Je fais donc

$M=(yy+2ay+x)^{\mu}(aa-x)^{\nu}$, & je trouve $\mu=-\frac{1}{2}$,

$\nu = 1$, ce qui donne $M = \frac{1}{(aa - \ )\sqrt{yy + 2ay + x}}$.

25. Soit l'équation $dy(y + a + bx + nx^2) - ydx(c + nx) = 0$ que traite M. Euler pag. 345. Je fais $y = \alpha + \beta x + \gamma xx$, & substituant cette valeur je trouve $\gamma = 0$,

$$\alpha\beta + \alpha\beta - \alpha c = 0, \quad \beta^2 + \beta(b - c) - \alpha n = 0.$$

Je tire de-là $\alpha = \frac{\beta^2 + \beta(b - c)}{n}$. Je substitue cette valeur dans la première équation, & j'ai

$$\beta(\beta^2 + \beta(b - 2c) + an + cc - bc) = 0,$$

ce qui donne $\beta = 0$, & $\beta^2 + \beta(b - 2c) + an + cc - bc = 0$.

Mais $y = \alpha + \beta x = \frac{\beta^2 + \beta(b - c) + \beta nx}{n}$, donc $\beta^2 + \beta(b - c + nx) - ny = 0$. Retranchant la première équation de la seconde j'ai $\beta = \frac{ny + an + cc - bc}{nx + c}$. Substituant cette valeur dans l'équation du second degré, & réduisant, j'obtiens

$$\frac{ny^2 + y(2an - bc + nbx - 2ncx) + (an + cc - bc)(a + bx + nx^2)}{(nx + c)^2} = 0.$$

La valeur $\beta = 0$ donne $\alpha = 0$, $y = 0$. Je fais donc

$$M = \left(ny^2 + y(2an - bc + nbx - 2ncx) + (an + cc - bc)(a + bx + nx^2)\right)^{\mu} y^{\nu} (nx + c)^{\rho},$$

& je trouve $\mu = -1$, $\nu = -1$, $\rho = 0$. Nous aurons donc

$$M = \frac{1}{ny^3 + y^2(2an - bc + nbx - 2ncx) + (an + cc - bc)(a + bx + nx^2)y}.$$

26. Soit l'équation

$$ydy + (3x + (\alpha + \beta + \delta))ydx + (x + \alpha)(x + \beta)(x + \delta)dx = 0,$$

que traite M. Cousin *Calc. intégr.* p. 560. Je fais $y = A + Bx + Cx^2$, & je trouve les trois valeurs

$A = -\alpha\beta$, $A = -\alpha\delta$, $A = -\beta\delta$, ce qui donne pour B les trois valeurs correspondantes $B = -(\alpha + \beta)$, $B = -(\alpha + \delta)$, $B = -(\beta + \delta)$, je trouve enfin $C = -1$, ensorte qu'on a $y + (x + \alpha)(x + \beta) = 0$, $y + (x + \alpha)(x + \delta) = 0$, $y + (x + \beta)(x + \delta) = 0$. Je fais donc

$$M = (y + (x+\alpha)(x+\beta))^{\mu} (y + (x+\alpha)(x+\delta))^{\nu} (y + (x+\beta)(x+\delta))^{\rho},$$

& je trouve $\mu = \nu = \rho = -1$. On aura donc

$$M = \frac{1}{(y + (x+\alpha)(x+\beta))(y + (x+\alpha)(x+\delta))(y + (x+\beta)(x+\delta))}.$$

27. Soit l'équation

$$ydy + yx^2 dx + \frac{dx}{x^3}\left(\tfrac{1}{16}x^8 + ax^4 + b\right) = 0,$$

que traite M. Cousin p. 563. Je fais $y = Ax^3 + Bx + \frac{C}{x}$, & je trouve en substituant les valeurs $A = -\frac{1}{4}$, $C = \pm\sqrt{b}$, $B = \pm\sqrt{-\frac{1}{2}C - a}$, ce qui me donne ces quatre intégrales particulières

$$y = -\tfrac{1}{4}x^3 - x\sqrt{\tfrac{\sqrt{b}}{2} - a} - \tfrac{\sqrt{b}}{x},$$

$$y = -\tfrac{1}{4}x^3 + x\sqrt{\tfrac{\sqrt{b}}{2} - a} - \tfrac{\sqrt{b}}{x},$$

$$y = -\tfrac{1}{4}x^3 - x\sqrt{-\tfrac{\sqrt{b}}{2} - a} + \tfrac{\sqrt{b}}{x},$$

$$y = -\tfrac{1}{4}x^3 + x\sqrt{-\tfrac{\sqrt{b}}{2} - a} + \tfrac{\sqrt{b}}{x}.$$

Je ferai donc $M = \left(y + \tfrac{1}{4}x^3 + x\sqrt{\tfrac{\sqrt{b}}{2} - a} + \tfrac{\sqrt{b}}{x}\right)^{\mu}$
$\left(y + \tfrac{1}{4}x^3 - x\sqrt{\tfrac{\sqrt{b}}{2} - a} + \tfrac{\sqrt{b}}{x}\right)^{\nu} \left(y + \tfrac{1}{4}x^3 + x\sqrt{-\tfrac{\sqrt{b}}{2} - a} - \tfrac{\sqrt{b}}{x}\right)^{\rho} \left(y + \tfrac{1}{4}x^3 - x\sqrt{-\tfrac{\sqrt{b}}{2} - a} - \tfrac{\sqrt{b}}{x}\right)^{\sigma}$.

Je trouve $\mu = \nu = 6 = \rho = -1$, ce qui donne

$$M = \frac{1}{y^4 + x^3 y^3 + \left(\frac{3}{8} x^6 + 2ax^2 - \frac{2b}{x^2}\right) y^2 + \left(\frac{1}{16} x^9 + ax^5 + bx\right) y + \left(\frac{1}{16} x^6 + ax^2 + \frac{b}{x^2}\right)^2}.$$

28. Soit l'équation

$$\alpha\gamma xydx + ydy\,(\alpha + \beta x + \gamma xx) - \alpha dy\,(\alpha - \gamma xx) = 0$$

que traite M. Euler p. 357. Je fais $y = \frac{A + Bx}{\alpha + \beta x + \gamma xx}$, & je trouve $A = \alpha^2$, $BB - B\alpha\beta + \alpha^3\gamma = 0$. Mais $B = \frac{y(\alpha + \beta x + \gamma xx) - \alpha^2}{x}$. Substituant cette valeur j'ai

$$\frac{y^2(\alpha + \beta x + \gamma xx)^2 - \alpha y(2\alpha + \beta x)(\alpha + \beta x + \gamma xx) + \alpha^3(\alpha + \beta x + \gamma xx)}{x^2} = 0.$$

Je trouve aussi $B = 0$, $A = 0$, ce qui donne $y = 0$. Je fais donc

$$M = \left(y^2(\alpha + \beta x + \gamma xx) - \alpha y(2\alpha + \beta x) + \alpha^3\right)^{\mu} \cdot (\alpha + \beta x + \gamma x^2)^{\nu}\, y^{\rho}\, x^{6},$$

& j'ai $\mu = -1 = \rho$, $\nu = 0$, $6 = 0$. On aura donc

$$M = \frac{1}{y^3(\alpha + \beta x + \gamma xx) - \alpha y^2(2\alpha + \beta x) + \alpha^3 y}.$$

29. Soit l'équation $(y - x)dy\sqrt{1 + xx} - ndx(1 + yy)^{\frac{3}{2}} = 0$ que traite M. Euler p. 346. Je fais $y = \frac{\alpha + \beta x}{\gamma + \delta x}$, ce qui donne $dy = \frac{\beta dx(\gamma + \delta x) - \delta dx(\alpha + \beta x)}{(\gamma + \delta x)^2}$. Je substitue ces valeurs dans l'équation, & j'ai en réduisant au même dénominateur

$$\left(\alpha(\beta\gamma - \alpha\delta) + (\beta - \gamma)(\beta\gamma - \alpha\delta)x - \delta(\beta\gamma - \alpha\delta)xx\right)\sqrt{1 + xx} - n\left(\alpha^2 + \gamma^2 + (2\alpha\beta + 2\gamma\delta)x + (\beta^2 + \delta^2)x^2\right)^{\frac{3}{2}} = 0.$$

Je fais évanouir les termes où x entre seul, en faisant $\alpha\beta + \gamma\delta = 0$, $\beta - \gamma = 0$, ce qui me donne $\beta = \gamma$, $\delta = -\alpha$. L'équation devient donc

$$\alpha(\alpha^2 + \beta^2)(1 + xx)^{\frac{3}{2}} - n(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{3}{2}}(1 + xx)^{\frac{3}{2}} = 0,$$

ou $(\alpha^2 + \beta^2)(\alpha - n\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}) = 0$.

Or $y = \frac{\alpha + \beta x}{\beta - \alpha x}$, donc $\alpha = \frac{\beta(y - x)}{1 + xy}$. Je substitue cette valeur, β disparoît, & j'ai l'équation

$$\left(\frac{(y-x)^2}{(1+xy)^2} + 1\right)\left(\frac{y - x}{1 + xy} - n\sqrt{\frac{(y-x)^2}{(1+xy)^2} + 1}\right) = 0,$$

ou $\frac{(yy + 1)(xx + 1)}{(1 + xy)^3}\left(y - x - n\sqrt{(1 + xx)(1 + yy)}\right) = 0$.

Je fais donc,

$M = (y - x - n\sqrt{(1 + xx)(1 + yy)})^{\mu}(1 + xy)^{\nu}(1 + yy)^{\rho}(1 + xx)^{6}$

& je trouve $\mu = -1$, $\nu = 0$, $\rho = -1$, $6 = -\frac{1}{2}$.

On a donc $M = \frac{1}{(1 + yy)\sqrt{1 + xx}\,(y - x - n\sqrt{(1+xx)(1+yy)})}$.

30. Soit l'équation $ydx - xdy + ax^n ydy\,(x^n + b)^{\frac{1}{n}} = 0$ que traite M. Euler p. 347. Je fais $y = (A + Bx^{-n})^{-\frac{1}{n}}$ & substituant la valeur dans l'équation, on a

$$A + aBx^{-1}(x^n + b)^{\frac{1}{n}}(A + Bx^{-n})^{-\frac{1}{n}} = 0.$$

Je fais $B = Aq$, ce qui donne

$A + Aaq\,(x^n + b)^{\frac{1}{n}}(Ax^n + Aq)^{-\frac{1}{n}} = 0$, ou bien

$$1 + A^{-\frac{1}{n}}aq\,(x^n + b)^{\frac{1}{n}}(x^n + q)^{-\frac{1}{n}} = 0.$$

Je fais $q = b$, & l'équation devient $1 + A^{-\frac{1}{n}} ab = 0$, $A^{-\frac{1}{n}} = -\frac{1}{ab}$, $A^{\frac{1}{n}} = -ab$, $A = \pm a^n b^n$, suivant que n est pair ou impair, donc $B = \pm a^n b^{n+1}$,

$$y^{-n} = \pm a^n b^n (1 + bx^{-n}) = \pm a^n b^n x^{-n} (b + x^n),$$

$$\frac{1}{y} = -\frac{ab}{x}(b + x^n)^{\frac{1}{n}}, \quad y = -\frac{x}{ab}(b + x^n)^{-\frac{1}{n}},$$

ou $y + \frac{x}{ab}(b + x^n)^{-\frac{1}{n}} = 0$. Je fais donc

$$M = \left(y + \frac{x}{ab}(b + x^n)^{-\frac{1}{n}}\right)^{\rho} x^{\mu} y^{\nu} (b + x^n)^{6},$$

& je trouve $\rho = -1$, $\mu = -n$, $\nu = n - 1$, $6 = -1$.

On aura donc $M = \dfrac{y^{n-1}}{x^n \left(x + aby(b + x^n)^{\frac{1}{n}}\right)}$.

31. Soit l'équation

$$ydx(1 + \lambda\lambda - 2\lambda u) + dy(1 - uu)\left(\lambda + y\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^{\frac{\lambda}{2}} \sqrt{E(1-uu)}\right) = 0,$$

que traite M. Euler pag. 365. Je fais

$$y = \frac{Au\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^{-\frac{\lambda}{2}}}{\sqrt{E(1-uu)}} + \frac{B}{\sqrt{E}}\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^{-\frac{\lambda}{2}},$$ & j'ai l'équation,

$$\begin{array}{llllll} Au - 2\lambda Au^2 + A^2u^3 + \lambda A & - 2\lambda Bu\sqrt{1-uu} & + ABu^2\sqrt{1-uu} & + B\sqrt{1-uu} & & \\ + A^2 - A^2\lambda - A^2 & - \lambda BB - 2AB\lambda & - AB & + AB^{\circ} & = 0 & \\ & + BB\lambda & & & & \end{array}$$

Je tire de-là $A = 0$, & $A = -1$. La première condition donne $B = 0$, & $y = 0$; la seconde donne $BB + 1 = 0$.

Or $B = \frac{y\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^{\frac{\lambda}{2}}\sqrt{E(1-uu)}+u}{\sqrt{1-uu}}$. Substituant cette valeur, j'obtiens

$$\frac{yy\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^{\lambda}E(1-uu)+2uy\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^{\frac{\lambda}{2}}\sqrt{E(1-uu)}+1}{1-uu}=0.$$

Je fais donc

$$M=\left(yy\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^{\lambda}E(1-uu)+2uy\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^{\frac{\lambda}{2}}\sqrt{E(1-uu)}+1\right)^{\mu}y^{\nu}(1-uu)^{\rho},$$

& je trouve $\mu=-\frac{1}{2}$, $\nu=-1$, $\rho=0$. On aura donc

$$M=\frac{1}{y\sqrt{yy\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^{\lambda}E(1-uu)+2uy\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^{\frac{\lambda}{2}}\sqrt{E(1-uu)}+1}}.$$

32. Soit l'équation $ydy+dx+\frac{xydx}{\sqrt{a-4x^3}}=0$ que traite M. Cousin p. 561. Je trouve les intégrales particulières

$$y=\sqrt[3]{-\frac{\sqrt{a}}{2}-\frac{\sqrt{a-4x^3}}{2}}+\sqrt[3]{\frac{\sqrt{a}}{2}-\frac{\sqrt{a-4x^3}}{2}},$$

$$y=\left(-\frac{1+\sqrt{-3}}{2}\right)\sqrt[3]{-\frac{\sqrt{a}}{2}-\frac{\sqrt{a-4x^3}}{2}}-\left(\frac{1+\sqrt{-3}}{2}\right)\sqrt[3]{\frac{\sqrt{a}}{2}-\frac{\sqrt{a-4x^3}}{2}},$$

$$y=-\left(\frac{1+\sqrt{-3}}{2}\right)\sqrt[3]{-\frac{\sqrt{a}}{2}-\frac{\sqrt{a-4x^3}}{2}}+\left(-\frac{1+\sqrt{-3}}{2}\right)\sqrt[3]{\frac{\sqrt{a}}{2}-\frac{\sqrt{a-4x^3}}{2}}.$$

En faisant donc pour abréger $\varphi=-\frac{\sqrt{a}}{2}-\frac{\sqrt{a-4x^3}}{2}$, $\psi=\frac{\sqrt{a}}{2}-\frac{\sqrt{a-4x^3}}{2}$, je fais

$$M=(y-\sqrt[3]{\varphi}-\sqrt[3]{\psi})^{\mu}\left(y+\left(\frac{1-\sqrt{-3}}{2}\right)\sqrt[3]{\varphi}+\left(\frac{1+\sqrt{-3}}{2}\right)\sqrt[3]{\psi}\right)^{\nu}\left(y+\left(\frac{1+\sqrt{-3}}{2}\right)\sqrt[3]{\varphi}+\left(\frac{1-\sqrt{-3}}{2}\right)\sqrt[3]{\psi}\right)^{\rho},$$

& je trouve $\mu=\nu=\rho=-\frac{1}{3}$, ce qui me donne

$$M=\frac{1}{\sqrt[3]{y^3+3xy+\sqrt{a-4x^3}}}.$$

33. Soit l'équation $\left(y+\frac{b\sqrt{r}}{a}-\frac{(c-2b\sqrt{r})2r}{a(1-4r)}\right)dy$

$$+\frac{ydr\left(-bc+3(b^2+c^2)\sqrt{r}-12bcr+4(b^2+c^2)r\sqrt{r}\right)}{a(c-2b\sqrt{r})(1-4r)^2\sqrt{r}}=0$$

que traite M. Cousin p. 569. Je trouve les intégrales particulières $y=0$,

$$y=-\frac{(c-2b\sqrt{r})}{2a(1-4r)}-\frac{(c-2b\sqrt{r})}{2a\sqrt{1-4r}},\quad y=-\frac{(c-2b\sqrt{r})}{2a(1-4r)}+\frac{c-2b\sqrt{r}}{2a\sqrt{1-4r}}.$$

Je fais donc

$$M=\left(y+\frac{c-2b\sqrt{r}}{2a(1-4r)}+\frac{c-2b\sqrt{r}}{2a\sqrt{1-4r}}\right)^{\mu}\left(y+\frac{c-2b\sqrt{r}}{2a(1-4r)}-\frac{(c-2b\sqrt{r})}{2a\sqrt{1-4r}}\right)^{\nu}y^{\rho},$$

& je trouve $\mu=\nu=\frac{1}{2}$, $\rho=-2$, ce qui donne

$$M=\frac{1}{y^2}\sqrt{yy+\frac{c-2b\sqrt{r}}{(1-4r)a}y+\frac{(c-2b\sqrt{r})^2r}{aa(1-4r)^2}}.$$

34. Avant de quitter ce sujet je parlerai d'un genre d'équations qui ne paroissent pas au premier coup d'œil susceptibles d'être traitées par cette méthode, & qu'il est cependant aisé d'y ramener. Soit l'équation $\frac{xdy+ydx}{a+x}=du$ (u étant une fonction de y) que traite M.lle Agnesi p. 386. En supposant $du=0$, j'ai pour in-

tégrales particulières $x = 0$, $y = 0$. Je fais donc $M = (a + x)^{\mu} x^{\nu} y^{\rho}$. On a ici $R = \frac{y}{a+x}$, $S = \frac{x}{a+x}$, $\left(\frac{dR}{dy}\right) = \frac{1}{a+x}$, $\left(\frac{dS}{dx}\right) = \frac{a}{(a+x)^2}$. L'équation de condition devient donc

$$y\,(\rho x\,(a + x)) - x\,(\mu xy + \nu y\,(a + x)) + xxy = 0.$$

On a en développant

$$\begin{array}{ll} \rho axy & + \rho xxy = 0 \\ - a\nu & - \mu \\ & - \nu \\ & + 1 \end{array}$$

Je tire de-là $\rho = \nu$, $\mu = 1$. Ainsi $\nu = \rho$ reste indéterminé. J'ai donc $M = (a + x)(xy)^{\nu}$. L'équation devient $(xdy + ydx)(xy)^{\nu} = du\,(a + x)(xy)^{\nu}$. Je fais $\nu = -1$, & j'ai $\frac{xdy + ydx}{xy} = \frac{adu}{xy} + \frac{du}{y}$, ou en faisant $xy = p$, $\frac{dp}{p} = \frac{adu}{p} + \frac{du}{y}$, ou $dp - \frac{pdu}{y} = adu$, équation linéaire, puisque u est une fonction de y.

35. Soit l'équation $\frac{2ydy + xdy + ydx}{a + x + y} = dz$ (z étant une fonction quelconque de y) que traite M.lle Agnesi p. 376. Je fais $y = Ax$, & l'équation devient $2A + 2AA = 0$, donc $A = 0$, $A = -1$. Je fais donc

$M = (y + x)^{\mu} y^{\nu} (a + x + y)^{\rho}$, & j'ai $R = \frac{y}{a + . + y}$, $S = \frac{2y + x}{a + x + y}$, $\left(\frac{dR}{dy}\right) = \frac{a + x}{(a + x + y)^2}$, $\left(\frac{dS}{dx}\right) = \frac{a - y}{(a + x + y)^2}$.

L'équation de condition sera donc

$$\frac{y}{a+x+y}\left(\mu(a+x+y)\,y+\nu(y+x)(a+x+y)\right.$$

$$+\rho y(x+y)-\frac{(2\nu+x)}{a+x+y}\left(\mu(a+x+y)\,y+\rho y(x+y)\right)$$

$$+\frac{(x+y)^2\,y}{a+x+y}=0.$$

On a en développant $\mu ayy+\mu xyy+\mu y^3+\nu axy+\nu xxy$

$$\begin{array}{llllll}
+\nu a & +2\nu & +\nu & -a\mu & -\mu & =0 \\
-2a\mu & +\rho & +\rho & & -\rho & \\
 & -2\mu & -2\mu & & +1 & \\
 & -\mu & -2\rho & & & \\
 & -2\rho & +1 & & & \\
 & -\rho & & & & \\
 & +2 & & & &
\end{array}$$

Le 4^e terme donne $\mu=\nu$. Le 1er donne la même chose. Le dernier donne $\rho=1$. Cela satisfait aux autres termes ensorte que μ reste indéterminé. J'ai donc

$M=(a+x+y)(x+y)^\mu y^\nu$, & l'équation sera

$$(2ydy+xdy+ydx)(yy+yx)^\mu=dz\,(a+x+y)(yy+yx)^\nu.$$

Je fais $yy+yx=p$, & j'ai

$$p^\mu dp=ap^\mu dz+(x+y)(yy+xx)^\mu dz.$$

Je fais $\mu=-1$, & j'ai $\frac{dp}{p}=\frac{adz}{p}+\frac{dz}{y}$ ou $dp-\frac{pdz}{y}=\frac{adz}{p}$ équation linéaire.

36. Je n'ai parlé jusqu'ici que des équations dont le multiplicateur étoit entièrement algébrique. S'il renferme des quantités transcendantes la méthode précédente ne peut être appliquée sans altération. Voici comment on peut

procéder dans ces sortes de cas. Soit l'équation $aady - aadx + (xx - yy)dx = 0$ que traite M. Euler p. 412. Je fais $y = Ax$ & l'équation devient $Aaa - aa + xx(1 - AA) = 0$, d'où l'on tire $A = 1$, $y = x$. Cette intégrale particulière ne donnant point de multiplicateur je fais $M = (y-x)^{\mu} e^{\phi}$ (e étant le nombre dont le logarithme hyperbolique est l'unité & φ étant une fonction de x & y qu'il s'agit de déterminer). On a $R = yy - xx + aa$, $S = -aa$, $\left(\frac{dR}{dy}\right) = 2y$, $\left(\frac{dS}{dx}\right) = 0$, l'équation de condition sera $(yy - xx + aa)\left(\frac{dM}{dy}\right) + aa\left(\frac{dM}{dx}\right) + 2yM = 0$. Substituant la valeur de M, & divisant par $e^{\phi}(y-x)^{\mu-1}$, on aura

$$(yy - xx + aa)\left(\mu + (y-x)\left(\frac{d\phi}{dy}\right)\right)$$

$$+ aa\left(-\mu + (y-x)\left(\frac{d\phi}{dx}\right)\right) + 2y(y-x) = 0.$$

On a en développant

$$\begin{array}{l} \mu yy - \mu xx + aa\mu + (yy - xx + aa)(y-x)\left(\frac{d\phi}{dy}\right) + aa(y-x)\left(\frac{d\phi}{dx}\right) - 2xy = 0 \\ +2 \qquad\quad -aa \end{array}$$

Je fais $\left(\frac{d\phi}{dy}\right) = 0$, & j'ai

$$\begin{array}{llll} \mu yy - \mu xx & + aay\left(\frac{d\phi}{dx}\right) & & \\ \quad +2 & - aax\left(\frac{d\phi}{dx}\right) & - 2xy & = 0. \end{array}$$

Le premier terme donne $\mu = -2$. Les deux autres donnent $aa\left(\frac{d\phi}{dx}\right) = 2x$, ou $d\phi = \frac{2x\,dx}{aa}$, donc $\phi = \frac{xx}{aa}$ &

$$M = \frac{e^{\frac{xx}{aa}}}{(y-x)^2}.$$

37. Soit l'équation $ady - ypdx - by^n qdx = 0$ (p & q étant des fonctions de x) que traite M.lle Agnesi p. 381. Je ne trouve d'autre intégrale particulière que $y = 0$. Je fais donc $M = e^\varphi y^\nu$. On a ici $R = -yp - by^n q$, $S = a$, $\left(\frac{dR}{dy}\right) = -p - nby^{n-1}q$, $\left(\frac{dS}{dx}\right) = 0$. On a donc

$$(yp + by^n q)\left(\frac{dM}{dy}\right) + a\left(\frac{dM}{dx}\right) + (p + nby^{n-1}q)M = 0.$$

On aura en substituant la valeur de M & divisant par $e^\varphi y^{\nu-1}$,

$$(yp + by^n q)\left(\nu + y\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)\right) + ay\left(\frac{d\varphi}{dx}\right) + (p + nby^{n-1}q)y = 0.$$

On a en développant

$$\begin{aligned} \nu py + b\nu qy^n + (py + by^n q)y\left(\frac{d\varphi}{dy}\right) + ay\left(\frac{d\varphi}{dx}\right) = 0. \\ + py + nbqy^n \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \end{aligned}$$

Je fais $\left(\frac{d\varphi}{dy}\right) = 0$, & $\nu = -n$, l'équation devient alors $-np + p + a\left(\frac{d\varphi}{dx}\right) = 0$, ou $\left(\frac{d\varphi}{dx}\right) = \frac{(n-1)p}{a}$,

$d\varphi = \frac{(n-1)pdx}{a}$, $\varphi = \frac{(n-1)}{a}\int pdx$, donc $M = \frac{e^{(n-1)\int\frac{pdx}{a}}}{y^n}$.

38. Soit l'équation

$$z^2 dx\sqrt{a+x} + azdx\sqrt{a-x} - a\sqrt{a}\,dz\sqrt{aa-xx} = 0$$

que traite le Père Ricati p. 398. Je ne trouve d'autre intégrale particulière que $z = 0$. Je fais $M = e^\varphi z^\nu$. On a ici $R = z^2\sqrt{a+x} + az\sqrt{a-x}$, $S = -a\sqrt{a}\sqrt{aa-xx}$,

$$\left(\frac{dR}{dz}\right) = 2z\sqrt{a+x} + a\sqrt{a-x}, \quad \left(\frac{dS}{dx}\right) = \frac{ax\sqrt{a}}{\sqrt{aa-xx}}.$$

L'équation de condition devient donc

$$(z^2\sqrt{a+x}+az\sqrt{a-x})\left(\frac{dM}{dz}\right)+a\sqrt{a}\sqrt{aa-xx}\left(\frac{dM}{dx}\right)$$
$$+\left(2z\sqrt{a+x}+a\sqrt{a-x}-\frac{ax\sqrt{a}}{\sqrt{aa-xx}}\right)M=0.$$

On a en substituant les valeurs & divisant par $e^{\varphi}z^{\nu-1}$,

$$(z^2\sqrt{a+x}+az\sqrt{a-x})\left(z\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)+\nu\right)+a\sqrt{a}\sqrt{aa-xx}.z\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)$$
$$+\left(2z\sqrt{a+x}+a\sqrt{a-x}-\frac{ax\sqrt{a}}{\sqrt{aa-xx}}\right)z=0.$$

On a en développant

$$z^3\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)\sqrt{a+x}+azz\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)\sqrt{a-x}$$

$$\begin{array}{l}+\nu z^2\sqrt{a+x}+a\nu z\sqrt{a-x}+a\sqrt{a}.z\left(\frac{d}{dx}\right)\sqrt{aa-xx}-\frac{azx\sqrt{a}}{\sqrt{aa-xx}}=0.\\ +2\qquad\qquad +a\end{array}$$

Je fais $\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)=0$, ce qui détruit les deux premiers termes. Le 3^e^ donne $\nu=-2$, le reste de l'équation devient

$$-a\sqrt{a-x}+a\sqrt{a}\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)\sqrt{aa-xx}-\frac{ax\sqrt{a}}{\sqrt{aa-2x}}=0.$$

Donc $\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)=\frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{a+x}}+\frac{x}{aa-xx}$,

$$d\varphi=\frac{dx}{\sqrt{a}\sqrt{a+x}}+\frac{xdx}{aa-xx},\quad \varphi=\frac{2\sqrt{a+x}}{\sqrt{a}}-l\sqrt{aa-xx}.$$

$$\text{Donc } M=\frac{e^{\frac{2\sqrt{a+x}}{\sqrt{a}}-l\sqrt{aa-xx}}}{zz}=\frac{e^{\frac{2\sqrt{a+x}}{\sqrt{a}}}}{zz\sqrt{aa-xx}}.$$

39. Soit l'équation $axydy+bxydx+a^3dx=0$, que traite le Père Ricati p. 394. Je ne trouve d'intégrale par-

$$(2xy + yy - 2xz - zz)\left(\frac{dM}{dy}\right) + (x+z)^2\left(\frac{dM}{dx}\right)$$
$$+ (4x + 2y + 2z)\,M = 0,$$
$$(2xy + yy - 2xz - zz)\left(\frac{dM}{dz}\right) - (x+y)^2\left(\frac{dM}{dx}\right)$$
$$- (4x + 2y + 2z)\,M = 0.$$

On a en substituant les valeurs dans la première équation, & divisant par

$$(y^2z - yz^2 + xy^2 - xz^2 + x^2y - x^2z)^{\mu - 1}\,x^{\nu - 1},$$

$$(2xy + yy - 2xz - zz)\left[\mu x(2yz - z^2 + 2xy + x^2)\right]$$
$$+ (x+z)^2\Big[\mu x(y^2 - z^2 + 2xy - 2xz)$$
$$+ \nu(y^2z - yz^2 + xy^2 - xz^2 + x^2y - x^2z)\Big]$$
$$+ (4x+2y+2z)(xy^2z - xyz^2 + x^2y^2 - x^2z^2 + x^3y - x^3z) = 0.$$

On tire de-là en développant $\mu = -1$, $\nu = 0$, & ces valeurs satisfont à la seconde équation. On aura donc

$$M = \frac{1}{(y-z)(yz) + (yy - zz)x + (y-z)xx}$$

41. Soit l'équation

$$dx(ay - bz) + dy(cz - ax) + dz(bx - cy) = 0$$

que traite M. Euler T. 3 p. 14. Je fais $y = Ax$, $z = Bx$, & l'équation devient après avoir été divisée par xdx,

$$aA - bB + BAc - aA + bB - BAc = 0,$$

équation identique, A & B restent donc indéterminés. Je fais $M = (y - Ax - Bx)^{\mu}$, ou en faisant $B = 0$, $M = (y - Ax)^{\mu'}$ ce qui ne nuit point à la généralité du facteur. J'ai

$R = ay - bz$, $S = cz - ax$, $T = bx - cy$,

$\left(\frac{dR}{dy}\right) = 0$, $\left(\frac{dR}{dz}\right) = -b$, $\left(\frac{dS}{dx}\right) = -a$, $\left(\frac{dT}{dx}\right) = b$.

On a les équations

$$(ay - bz)\left(\frac{dM}{dy}\right) + (ax - cz)\left(\frac{dM}{dx}\right) + 2aM = 0,$$

$$(ay - bz)\left(\frac{dM}{dz}\right) + (cy - bx)\left(\frac{dM}{dx}\right) - 2bM = 0.$$

On a en substituant les valeurs dans la première équation & divisant tout par $(y - Ax)^{\mu - 1}$,

$$(ay - bz)\mu - (ax - cz)A\mu + 2a(y - Ax) = 0.$$

On a en développant $a\mu y - b\mu z - Aa\mu x$
$+ 2a + Ac\mu - 2Aa = 0$.

Le premier & le dernier termes donnent $\mu = -2$, le second donne $A = \frac{b}{c}$. On a donc

$$M = \left(y - \frac{b}{c}x\right)^{-2} = \frac{1}{(cy - bx)^2},$$

& cette valeur satisfait à la seconde équation.

42. Soit l'équation

$$dx(yy + yz + zz) + dy(xx + xz + zz) + dz(xx + xy + yy) = 0,$$

que traite M. Euler p. 16. Je fais $y = Ax$, $z = Bx$, & j'ai en divisant par x^2dx & réduisant

$$A + B + A^2 + 3AB + BB + AAB + ABB = 0.$$

Or $A = \frac{y}{x}$, $B = \frac{z}{x}$, donc

$$\frac{y}{x} + \frac{z}{x} + \frac{yy}{xx} + \frac{3yz}{xx} + \frac{zz}{xx} + \frac{y^2z}{x^3} + \frac{yz^2}{x^3} = 0,$$

ou $yx^2 + zx^2 + y^2x + 3xyz + xz^2 + y^2z + yz^2 = 0$,

ou $(x + y + z)(xy + xz + yz) = 0$.

Je fais $M = (x + y + z)^{\mu} (xy + xz + yz)^{\nu}$.

J'ai $R = yy + yz + zz$, $S = xx + xz + zz$,

$T = xx + xy + yy$, $\left(\frac{dR}{dy}\right) = 2y + z$, $\left(\frac{dR}{dz}\right) = y + 2z$,

$\left(\frac{dS}{dx}\right) = 2x + z$, $\left(\frac{dT}{dx}\right) = 2x + y$.

On aura donc les deux équations

$$(yy+yz+zz)\left(\frac{dM}{dy}\right) - (xx+xz+zz)\left(\frac{dM}{dx}\right) + (2y-2x)M = 0,$$

$$(yy+yz+zz)\left(\frac{dM}{dz}\right) - (xx+xy+yy)\left(\frac{dM}{dx}\right) + (2z-2x)M = 0.$$

On a en substituant les valeurs dans la 1ère équation, & divisant tout par $(x + y + z)^{\mu-1} (xy + xz + yz)^{\nu-1}$,

$$(yy+yz+zz)\left(\mu(xy+xz+yz) + \nu(x+z)(x+y+z)\right)$$
$$-(xx+xz+zz)\left(\mu(xy+xz+yz) + \nu(y+z)(x+y+z)\right)$$
$$+(2y-2x)(yx^2+zx^2+xy^2+3xyz+xz^2+y^2z+yz^2) = 0.$$

On n'obtient par le développement que cette seule équation $\mu + \nu + 2 = 0$. Ainsi l'un des deux exposans reste indéterminé. Je passe à la seconde équation, qui devient

$$(yy+yz+zz)\left(\mu(xy+xz+yz) + \nu(x+y)(x+y+z)\right)$$
$$-(xx+xy+yy)\left(\mu(xy+xz+yz) + \nu(y+z)(x+y+z)\right)$$
$$+(2z-2x)(yx^2+zx^2+xy^2+3xyz+xz^2+y^2z+yz^2) = 0.$$

Le développement de cette seconde équation ne me donne que l'équation $\mu + \nu + 2 = 0$. Il y a donc plusieurs facteurs qui peuvent rendre intégrable l'équation proposée. Si l'on fait $\mu = \nu$, on a $\mu = -1$, & $M = \frac{1}{(x+y+z)(xy+xz+yz)}$.

Si l'on fait $\nu = 0$, on a $\mu = -2$; & $M = \frac{1}{(x+y+z)^2}$. Si l'on

fait $\mu = 0$, on a $\nu = -2$ & $M = \frac{1}{(xy + yz + xz)^2}$. L'on voit que si nous avions laissé le multiplicateur sous la forme composée de l'équation même, nous n'aurions eu qu'un exposant à déterminer, & que par conséquent il ne nous seroit resté aucune quantité indéterminée. De même dans les équations à deux variables que nous avons traitées ci-dessus, si nous avions décomposé chaque multiplicateur en ses facteurs simples, nous aurions eu souvent à la fin du calcul des exposans qui seroient restés indéterminés, & cela peut servir lorsque la forme du multiplicateur n'est pas indifférente, lorsque, par exemple, l'intégration s'acheve plus aisément en adoptant un multiplicateur d'une certaine forme.

43. Soit l'équation $zdx(xx + yy + zz) - z^3dy + z^2dz(y - x) + xdz(yy - xx) = 0$, que traite M. Euler p. 19. Je vois d'abord que $z = 0$ est une intégrale particulière. Je fais ensuite $y = Ax$, $z = Bx$, & l'équation devient $B - AAB + B^3 - AB^3 + AB^3 - B^3 + AAB - B = 0$, équation identique. Je fais donc $y - Ax = 0$, laissant A indéterminé. Mais m'étant assuré par un essai que ces intégrales ne suffisent pas, j'y joins un facteur transcendant, & je fais

$M = e^{\varphi}(y - Ax)^{\mu} z^{\nu}$, φ étant une fonction de x, y & z. On a $R = x^2z - zy^2 + z^3$, $S = -z^3$, $T = z^2y - z^2x + xy^2 - x^3$, $\left(\frac{dR}{dy}\right) = -2yz$, $\left(\frac{dR}{dz}\right) = (x^2 - y^2 + 3z^2)$ $\left(\frac{dS}{dx}\right) = 0$, $\left(\frac{dT}{dx}\right) = -z^2 + y^2 - 3x^2$. On a donc les deux équations $(x^2z - zy^2 + z^3)\left(\frac{dM}{dy}\right) + z^3\left(\frac{dM}{dz}\right) - 2yzM = 0$, $(x^2z - zy^2$

$+ z^3)\left(\frac{dM}{dz}\right) + (x^3 - xy^2 + xz^2 - z^2y)\left(\frac{dM}{dx}\right) + (4x^2 + 4z^2 - y^2z)M = 0$. On a en substituant les valeurs dans la première, & divisant par $e^{\varphi}(y - Ax)^{\mu - 1} z^{\nu - 1}$,

$$(x^2 - zy^2 + z^3)\left(\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)(yz - Axz) + \mu z\right)$$
$$+ z^3\left(\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)(yz - Axz) - A\mu z\right) - 2yz(yz - Axz) = 0.$$

On a en développant

$$(x^2z - y^2z + z^3)(yz - Axz)\left(\frac{d\varphi}{dy}\right) + z^4(y - Ax)\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)$$
$$\begin{array}{llll} - A\mu z^4 & + \mu z^2x^2 & - \mu z^2y^2 & + 2Axyz^2 \\ + 1 & & - 2 & = 0 \end{array}$$

Je fais $\left(\frac{d\varphi}{dy}\right) = 0$, $\mu = -2$, $A = 1$ & l'équation devient $z^4(y - x)\left(\frac{d\varphi}{dx}\right) + 2xz^2(y - x) = 0$, ou $z^2\left(\frac{d\varphi}{dx}\right) + 2x = 0$, $\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)dx = -\frac{2xdx}{zz}$, $\varphi = -\frac{xx}{zz} + F:z$. Il reste donc à déterminer ν & $F:z$. Je substitue maintenant les valeurs dans la seconde équation & j'ai après avoir divisé par $e^{\varphi}(y - Ax)^{\mu - 1} z^{\nu - 1}$, $(x^2z - zy^2 + z^3)\left(\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)\right.$

$$\left.(yz - Axz) + \nu(y - Ax)\right) + (x^3 - xy^2 + xz^2 - yz^2)$$
$$\left(\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)(yz - Axz) - A\mu z\right) + (4x^2 + 4z^2 - y^2z)(yz - Axz) = 0.$$

On a en développant $(x^2z - y^2z + x^3)(yz - Axz)\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)$

$$+ (x^3 - xy^2 + xz^2 - yz^2)(yz - Axz)\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)$$
$$\begin{array}{llllll} + \nu x^2yz & - \nu zy^3 & + \nu yz^3 & - A\nu x^3z & + A\nu xy^2z & - A\nu xz^3 \\ + 4 & - 1 & + A\mu & - A\mu & + A\mu & - A\mu \quad = 0 \\ & & + 4 & - 4A & + A & - 4A \end{array}$$

Je fais maintenant $A = 1$, $\mu = -2$, $\varphi = -\frac{xx}{zz} + F:z$,

& l'équation devient $(x^2 z - y^2 z + x^3)(yz - xz)(\frac{dF:u}{dz})$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
+\frac{2\,{}^4y}{z} & -\frac{2x^2y^3}{z} & +2x^2yz & -\frac{2x^5}{z} & +\frac{2x^3y^2}{z} & +\frac{2x^3y^2}{z} & -2x^3z & +2xy^2z & -\nu zy^3 & +\nu yz^3 & -\nu xz^3 \\
 & & -2 & & & & +2 & +\nu & -2 & -2 & +2 \\
-2 & +2 & -2 & +2 & +2 & -2 & -\nu & -2 & & +4 & -4 \\
 & & +\nu & & & & +2 & +2 & & & \\
 & & +4 & & & & -4 & & & &
\end{array} = 0$$

Je tire de-là $F: z = 0$, $\nu = -2$. J'ai donc $M = \frac{e^{-\frac{xx}{zz}}}{zz(y-x)^2}$.

44. Ces exemples me paroissent suffire pour faire juger de l'application de la méthode aux équations qui renferment trois variables. L'analogie est maintenant évidente, & il ne peut rester aucun doute sur les procédés à suivre pour les équations qui renfermeroient un plus grand nombre de variables. Le nombre des équations de condition augmenteroit, & le multiplicateur trouvé par le moyen d'une de ces équations devroit suffire à toutes, mais la méthode resteroit la même. Je n'insiste pas là-dessus pour ne pas alonger trop ce mémoire. Avant de le terminer, je dirai quelque chose des équations du premier degré où les différentielles passent la première dimension. Mr. Euler traite de ces équations dans la section 3. du T. I.

45. Les équations où les différentielles sont élevées à une puissance quelconque doivent en général être envisagées comme le produit de n équation du premier degré. Si donc l'équation du degré n, en envisageant $\frac{dz}{dx}$ comme l'inconnue peut se résoudre en ses facteurs, ou si l'on peut en obtenir quelques facteurs, on considérera chaque facteur comme une équation particulière dont on cherchera le mul-

tiplicateur par la méthode précédente. Ces équations sont donc moins des équations différentielles que les produits de plusieurs équations différentielles dont les intégrations sont indépendantes les unes des autres, & les obstacles qu'elles présentent de plus que les intégrations ordinaires ne tiennent pas au calcul intégral lui-même, mais à la résolution générale des équations qui fait depuis si long tems le désespoir des Géomètres. Si l'on ne peut obtenir aucune racine de l'équation en $\frac{dy}{dx}$, l'on ne pourra arriver qu'à des intégrales particulières, & non à l'intégrale complète. Ceci se confirmera par l'examen que je vais faire des exemples que traite M. Euler.

46. Soit l'équation $ydx - xdy - \frac{a(dx^2+dy^2)}{dx} = 0$, que traite M. Euler p. 537. Je tire de-là $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{2a} \pm \frac{\sqrt{xx+4ay-4aa}}{2a}$ ou $2ady + (x \mp \sqrt{xx+4ay-4aa})\,dx = 0$. Je fais $y = A + Bx^2$, & l'équation devient $4aBx + x \mp \sqrt{xx+4Aa+4aBx^2-4aa} = 0$. Je fais $A = a$, ce qui donne $4aB + 1 \mp \sqrt{4aB+1} = 0$, ou $\sqrt{4aB+1}\,(1 \mp \sqrt{4aB+1}) = 0$.

Or $B = \frac{y-a}{x^2}$, donc $4aB + 1 = \frac{4ay - 4a^2 + x^2}{x^2}$.

Je fais donc $M = ((4ay - 4a^2 + x^2)^{\nu}\,(x \mp \sqrt{4ay - 4a^2 + x^2}))^{\mu}$,

On a $R = x \mp \sqrt{xx+4ay-4aa}$, $S = 2a$, $\left(\frac{dR}{dy}\right) = \frac{2a}{\sqrt{xx+4ay-4aa}}$, $\left(\frac{dS}{dx}\right) = 0$. J'ai donc en substituant les valeurs & développant $(2a\nu + 2a)\sqrt{x^2+4ay-4aa} + (4a\nu + 2a)\,(xx+4ay-4aa) = 0$. Je tire de-là $\nu = -\frac{1}{2}$, & μ reste indéterminé. Je fais donc $\mu = 0$, & j'ai $M = \frac{1}{\sqrt{x^2+4ay-4aa}}$. J'ai pu dans cet exemple

traiter les deux équations simples à la fois, à cause du double signe du radical. Et l'on voit que l'équation proposée pouvoit se mettre sous cette forme

$$(2ady+(x+\sqrt{xx+4ay-4aa})dx)\,(2ady+(x-\sqrt{xx+4ay-4aa})dx)=o$$

& par conséquent se diviser en deux équations indépendantes l'une de l'autre.

47. Soit l'équation $dy^{\frac{\alpha\beta}{\alpha-\beta}} = (Bx^\alpha + Cy^\beta)\,dx^{\frac{\alpha\beta}{\alpha-\beta}}$ que traite M. Euler p. 539. Je tire de-là $dy = (Bx^\alpha + Cy^\beta)^{\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}}\,dx$. Je fais $y = Ax^\mu$, & l'équation devient

$$A\mu x^{\mu-1} = (Bx^\alpha + CA^\beta x^{\beta\mu})^{\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}} = o.$$

Je fais $\beta\mu = \alpha$, ce qui donne $\mu = \frac{\alpha}{\beta}$, & j'ai $\alpha Ax^{\frac{\alpha}{\beta}-1} = \beta(B+CA^\beta)^{\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}}\,x^{\frac{\alpha}{\beta}-1}$, ou $\alpha A - \beta\,(B+CA^\beta)^{\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}} = o$. Or $A = yx^{-\frac{\alpha}{\beta}}$, l'équation devient donc $\alpha yx^{-\frac{\alpha}{\beta}} - \beta(B+Cy^\beta x^{-\alpha})^{\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}}$.

Je fais $M = \left(\beta(B+Cy^\beta x^{-\alpha})^{\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}} - \alpha yx^{-\frac{\alpha}{\beta}}\right)^\mu x^\nu$.

On a $R = (Bx^\alpha + Cy^\beta)^{\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}} = (B+Cy^\beta x^{-\alpha})^{\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}}\,x^{\frac{\alpha-\beta}{\beta}}$,

$S = -1$, $\left(\frac{dR}{dy}\right) = \left(\frac{\alpha-\beta}{\alpha}\right)Cy^{\beta-1}x^{\frac{\alpha}{\beta}-1-\alpha}(B+Cy^\beta x^{-\alpha})^{\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}-1}$,

$\left(\frac{dS}{dx}\right) = o$. On aura donc en substituant les valeurs & développant

$$\begin{aligned}
&\frac{\mu\beta(\alpha-\beta)}{\alpha} C y^{\beta-1} x^{\frac{\alpha}{\beta}-\alpha} (B+Cy^{\beta}x^{-\alpha})^{\frac{\alpha(\alpha-\beta)}{\alpha\beta}-1} - \alpha\mu (B+Cy^{\beta}x^{-\alpha})^{\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}} \\
&+\mu(\beta-\alpha) C y^{\beta} x^{-\alpha} (B+Cy^{\beta}x^{-\alpha})^{\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}-1} + \nu\beta \qquad = 0 \\
&+(\beta-\alpha) y^{\beta} C x^{-\alpha} (B+Cy^{\beta}x^{-\alpha})^{\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}-1} + \frac{\alpha\alpha\mu}{\beta} y x^{-\frac{\alpha}{\beta}} \\
&-\alpha\nu
\end{aligned}$$

On tire de-là $\mu = -1$, $\nu = -\frac{\alpha}{\beta}$. On aura donc

$$M = \frac{1}{x^{\frac{\alpha}{\beta}}\left(\beta(B+Cy^{\beta}x^{-\alpha})^{\frac{\alpha-\beta}{\beta}} - \alpha y x^{-\frac{\alpha}{\beta}}\right)}$$

Mais ce procédé ne nous donne que l'intégrale d'un des facteurs de l'équation proposée. En effet l'équation $dy^{\frac{\alpha\beta}{\alpha-\beta}} = (Bx^{\alpha} + Cy^{\beta})\, dx^{\frac{\alpha\beta}{\alpha-\beta}}$ peut se décomposer en $\frac{\alpha\beta}{\alpha-\beta}$ équations du premier degré, & nous n'avons intégré qu'une de ces équations. Il faudroit donc diviser notre équation par l'équation $dy = (Bx^{\alpha} + Cy^{\beta})^{\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}} dx$, & nous obtiendrions une équation du degré $\frac{\alpha\beta}{\alpha-\beta} - 1$ dont il faudroit chercher les facteurs, puis recommencer le procédé pour rendre chacun d'eux intégrable.

48. Soit l'équation $y dx - x\sqrt{dx^2+dy^2} = 0$ que traite M. Euler p. 519. Les équations de cette espèce sont d'une nature particulière parce que les puissances de dx & dy y sont renfermées sous des radicaux. En effet, quelle que soit

l'intégrale complète, elle ne donnera jamais immédiatement par la différentiation une pareille équation, parce que la différentiation n'introduira jamais les dx & dy qu'au premier degré. Mais l'équation proposée ne peut être qu'un facteur d'une équation en $\frac{dy}{dx}$ du second degré, & cette équation du second degré peut se décomposer en deux facteurs intégrables par notre méthode, comme je vais le faire voir. Puisque $ydx = x\sqrt{dx^2 + dy^2}$, j'obtiens en élevant au quarré $y^2dx^2 = x^2(dx^2 + dy^2)$ d'où je tire $\frac{dy}{dx} = \pm\frac{\sqrt{yy - xx}}{x}$, ou $xdy \mp dx\sqrt{yy - xx} = 0$. L'équation du second degré est donc $(xdy + dx\sqrt{yy - xx})(xdy - dx\sqrt{yy - xx}) = 0$, ou $-x^2(dy^2 + dx^2) + y^2dx^2 = 0$. Or cette équation peut se décomposer dans les facteurs suivans $(ydx + x\sqrt{dy^2 + dx^2})(ydx - x\sqrt{dx^2 + dy^2}) = 0$, dont le second donne l'équation proposée. L'équation différentielle que donne l'intégrale doit donc être transformée pour donner l'équation proposée. Mais cette dernière équation étant donnée, il faut nécessairement qu'une des deux équations $xdy \pm dx\sqrt{yy - xx} = 0$ ait lieu. Or les intégrales de ces équations se trouvent tout de suite par notre méthode. En effet je fais $y = Ax$, & j'ai en prenant le signe $-$ & divisant par xdx, $A - \sqrt{AA - 1} = 0$. Or $A = \frac{y}{x}$, donc $\frac{y - \sqrt{yy - xx}}{x} = 0$. Je fais $M = (y - \sqrt{yy - xx})^{\mu} x^{\nu}$. On a $R = -\sqrt{yy - xx}$, $S = x$, $\left(\frac{dR}{dy}\right) = -\frac{y}{\sqrt{yy - xx}}$, $\left(\frac{dS}{dx}\right) = 1$.
On aura donc en substituant & développant

$$\begin{array}{llll} \mu x\sqrt{yy-xx} & -\mu xy & +\dfrac{\mu x^3}{\sqrt{yy-xx}} & \\ -\nu & +\nu & & =0 \\ & +1 & & \\ -1 & -1 & +\dfrac{xyy}{\sqrt{yy-xx}} & \end{array}$$

Le dernier terme donne $\frac{x(yy+\mu xx)}{\sqrt{yy-xx}}$, je fais $\mu=-1$, & il devient $x\sqrt{yy-xx}$; j'ajoute ce terme au premier, & il donne $\nu=-1$, ce qui satisfait au second. On a donc $M=\frac{1}{x(y-\sqrt{yy-xx})}$.

Si l'on avoit pris le signe $+$, on auroit eu $M=\frac{1}{x(y+\sqrt{yy-xx})}$. On aura ainsi deux intégrales complètes, dont l'une des deux correspond nécessairement à l'équation proposée. Mais ce n'est que par la nature du problème & non d'après le calcul lui-même que l'on peut découvrir laquelle de ces intégrales a lieu. Ces remarques me paroissent nécessaires pour éclaircir la nature de ces équations. Il en est de même des exemples suivans.

49. Soit l'équation $ydx-xdy-nx\sqrt{dx^2+dy^2}=0$, que traite M. Euler p. 520. Je tire de-là

$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x(1-nn)}\pm\frac{n\sqrt{yy+xx.(1-nn)}}{x(1-nn)}$, ou

$$xdy(1-nn)-ydx\mp ndx\sqrt{yy+xx(1-nn)}=0.$$

Je fais $y=Ax$, ce qui donne en divisant par xdx & prenant le signe $-$, $A(1-nn)-A-n\sqrt{AA+1-nn}=0$, ou $-nnA-n\sqrt{AA+1-nn}=0$. Or $A=\frac{y}{x}$, donc

$$-\frac{nny-n\sqrt{yy+(1-nn).xx}}{x}=0.$$ Je fais donc

$$M = (ny + \sqrt{yy + (1-nn)\,xx})^{\mu}\, x^{\nu}.$$

On a $R = -y - n\sqrt{yy + xx\,(1-nn)}$, $S = x\,(1 - nn)$,

$$\left(\frac{dR}{dy}\right) = -1 - \frac{ny}{\sqrt{yy + xx(1-nn)}},\quad \left(\frac{dS}{dx}\right) = 1 - nn.$$

On aura donc en développant

$$\begin{array}{llll} \mu nxy & + \dfrac{\mu xyy}{\sqrt{yy+(1-nn)\,xx}} & + \mu nnx\sqrt{yy+xx(1-nn)} & \\ + \mu n & & + \nu\,(1-nn) & \\ + \mu n(1-nn) & + \dfrac{\mu x^{3}(1-nn)^{2}}{\sqrt{yy+(1-nn)\,xx}} & + \nu - nn & = 0 \\ + n & + \dfrac{nnxyy}{\sqrt{yy+(1-nn)\,xx}} & & \\ + (\nu - nn)\,n & & & \end{array}$$

Le premier terme donne

$$\begin{array}{lll} 2\mu n & - m^{3} & \\ + m & - n^{3} & = 0. \\ + 3n & & \end{array}$$

Je tire de-là $\nu = -1$, $\mu = -1$. Le second terme devient

$$\frac{x(-x^{2}(1-2nn+n^{4}) + (nn-1)yy)}{\sqrt{yy+(1-nn)\,x^{2}}} = \frac{(nn-1)x\,(yy+(1-nn)\,xx)}{\sqrt{yy+(1-nn)\,xx}}$$

$$= (nn - 1)\,x\sqrt{yy + (1-nn)xx}.$$

Ce terme ajouté au dernier donne aussi $\mu = -1$, $\nu = -1$.

Donc $M = \dfrac{1}{x\,(ny) + \sqrt{yy + (1-nn)\,xx}}$.

50. Soit l'équation $ydx - xdy - a\sqrt{dx^{2} + dy^{2}} = 0$ que traite M. Euler p. 534.

Je tire de-là $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{yx \pm a\sqrt{yy + xx - aa}}{xx - aa}$, ou

$$dy\,(xx - aa) \mp (yx + a\sqrt{yy + xx - aa})\,dx = 0.$$

Je fais $y = A(xx - aa)^{\mu}$, & l'équation devient en prenant

le signe —, $2A\mu(xx - aa)^{\mu} x - Ax(xx - aa)^{\mu} + a\sqrt{A^2(xx - aa)^{2\mu} + xx - aa} = 0$. Je fais $2\mu = 1$, ou $\mu = \frac{1}{2}$, ce qui me donne en divisant par $\sqrt{xx - aa}$, $A^2 + 1 = 0$, or $A = \frac{y}{\sqrt{xx - aa}}$; donc $\frac{yy + xx - aa}{xx - aa} = 0$. Je fais $M = (yy + xx - aa)^{\mu}(xx - aa)^{\nu}$ & je trouve $\mu = -\frac{1}{2}$, $\nu = -1$. On a donc $M = \frac{1}{(xx - aa)\sqrt{yy + xx - aa}}$. L'équation $A^2 + 1 = 0$, donne $A = \pm\sqrt{-1}$, donc $y = \pm\sqrt{aa - xx}$, $yy + xx - aa = 0$.

51. Je n'ai fait qu'esquisser ici une méthode qui me paroît mériter d'être approfondie. Elle paroît éviter beaucoup de tâtonnemens. Il semble qu'à mesure qu'on fait des progrès dans le calcul intégral, on trouve que ses difficultés se réduisent à la recherche des intégrales particulières, J'ai traité de ces intégrales dans le mémoire cité ci-dessus, & qui doit être considéré comme faisant partie de celui-ci.

RECHERCHES

SUR LES INTÉGRALES PARTICULIÈRES DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

PAR M. JEAN TREMBLEY

Les Géomètres ont reconnu depuis long-tems l'importance de la théorie des intégrales particulières. J'ai prouvé dans un mémoire particulier que leur connoissance conduisoit immédiatement à celle des multiplicateurs qui rendent intégrables les équations différentielles. Mais il reste à trouver des méthodes simples & directes pour parvenir à ces intégrales particulières. Je me propose de donner dans ce mémoire quelques idées qui me paroissent propres à conduire à ce but & à prévenir des tâtonnemens irréguliers. Voici le principe dont je suis parti. L'on connoît la réduction des équations différentielles en suites par la méthode des substitutions successives, en ne prenant d'abord que deux termes, tirant de-là la valeur de y en x, substituant ensuite cette valeur dans les termes négligés, ce qui donnera une nouvelle valeur de y qu'on substituera de nouveau dans les termes négligés & ainsi de suite. Je dis que cette méthode peut & doit conduire à la forme des intégrales particulières & qu'après cela la méthode des indéterminées donnera la valeur absolue des coefficiens constans.

§. 1. Soit $Y = A'\varphi' + A''\varphi'' + A'''\varphi''' + A''''\varphi''''$ &c. une intégrale particulière d'une équation différentielle du premier degré à deux variables entre x & y où Y est une fonction

de y, A', A'' &c. sont des coefficiens constans, φ', φ'' &c. des fonctions de x, ou même, si l'on veut pour plus de généralité, où Y, φ', φ'' &c. sont des fonctions de x & y. Il est évident que si l'on neglige les φ'', φ''' &c. l'intégrale particulière se réduit à $Y = A'\varphi'$, & en negligeant les mêmes quantités dans l'équation différentielle, on devra parvenir à une équation semblable, sans quoi l'intégrable particulière ne satisferoit pas à l'équation différentielle; ce qui est contre la supposition. On pourra donc en combinant entr'eux les différens termes de l'équation différentielle parvenir à ce premier terme de l'intégrale particulière. Soit maintenant $Y \mp A'\varphi' = z$, on aura $z = A''\varphi'' + A'''\varphi''' + A''''\varphi''''$ &c., & substituant pour Y sa valeur $z + A'\varphi'$ dans l'équation différentielle, on aura en negligeant φ''', φ'''' &c. $z = A''\varphi''$, & l'équation différentielle se réduira à une équation semblable, sans quoi $z = A''\varphi''$ ne seroit pas une intégrale particulière. On procédera ainsi à l'infini. Je dis maintenant que si l'intégrale particulière est de la forme $Y = A'\varphi' + A''\varphi''$, & que l'on substitue dans l'équation au lieu de y, $A'\varphi'$, il est clair, dis-je, que l'équation ne deviendra pas identiquement nulle & qu'il restera des termes de la forme φ'', puisque si l'on avoit substitué pour Y, $A'\varphi' + A''\varphi''$, tous les termes se seroient détruits réciproquement. Le même raisonnement a lieu quelque soit le nombre des termes φ', φ'', φ''', φ'''' &c. Et si les coefficiens des termes que l'on substitue ne sont pas exacts, il restera des termes de toutes les formes φ', φ'', φ''' &c. & la suite que l'on obtiendra par ces substitutions successives, contiendra nécessairement les for-

mes de tous les termes qui doivent entrer dans l'intégrale particulière. L'on pourra donc parvenir à cette intégrale par la méthode des indéterminées, en appliquant à chaque terme un coefficient indéterminé. La suite en question pourra contenir des termes étrangers à l'intégrale particulière qu'on cherche, mais cela ne nuit point à la méthode, parce que leurs coefficiens particuliers se trouvent $= 0$. Cette multiplicité de termes surnuméraires provient de l'inexactitude des coefficiens. Ainsi l'on trouvera par la méthode des substitutions successives une suite infinie, tandis que l'intégrale particulière ne contiendra réellement que les premiers termes de cette suite. Mais l'essentiel étoit de découvrir sa forme, le reste se trouvant tout de suite par la méthode des indéterminées. Nous allons éclaircir cette théorie par des exemples de divers genres en commençant par les plus simples & passant par degrés aux cas plus composés.

2. Soit l'équation $cxdy - ay^3xdx - by^2x^{\frac{1}{2}}dx = 0$. Je la mets sous cette forme $y = -\frac{b}{a}x^{-\frac{1}{2}} + \frac{c}{a}\frac{dy}{dx}\frac{1}{yy}$. En negligeant le second terme j'ai $y = -\frac{b}{a}x^{-\frac{1}{2}}$, ce qui donne $\frac{dy}{dx} = \frac{b}{2a}x^{-\frac{3}{2}}$, & en substituant cette valeur dans le second terme, l'on obtient $y = -\frac{b}{a}x^{-\frac{1}{2}} - \frac{c}{2b}x^{-\frac{1}{2}}$. Je fais donc $y = Ax^{-\frac{1}{2}}$, puisque l'équation ne contient que des termes de cette forme, j'ai $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}Ax^{-\frac{3}{2}}$. Si l'on substitue ces valeurs, l'équation devient $\frac{1}{2}cA + aA^3 + bA^2 = 0$.

Au lieu de résoudre cette équation pour avoir les trois valeurs de A, je substitue pour A sa valeur $y\sqrt{x}$ ce qui donne $y\sqrt{x}\,(axy^2 + by\sqrt{x} + \frac{c}{2}) = 0$, & cette intégrale composée suffit pour donner le multiplicateur en faisant $M = y^{\rho}x^{\sigma}(axy^2 + by\sqrt{x} + \frac{c}{2})^{\mu}$ & déterminant les exposans ρ, σ, μ d'après les règles données dans le mémoire cité. Cette remarque est surtout utile dans les cas où l'équation en — A ne seroit pas résoluble & où par conséquent il ne seroit pas possible de déterminer les intégrales simples, tandis que la connoissance des intégrales composées suffit souvent pour déterminer les multiplicateurs, parce que ces intégrales composées entrent dans leur composition.

3. Soit l'équation $y^3 dy - x^{\frac{3}{4}} y dy - y^{\frac{4}{3}} dx - x^{\frac{1}{2}} dx = 0$.

Je la mets sous cette forme, $y^{\frac{4}{3}} = - x^{\frac{1}{2}} + y^3 \frac{dy}{dx} + x^{\frac{3}{4}} \frac{ydy}{dx}$.

J'ai d'abord $y = x^{-\frac{3}{8}}$, ce qui donne $\frac{dy}{dx} = - \frac{3}{8} x^{-\frac{5}{8}}$, & si l'on substitue cette valeur, l'équation devient,

$y^{\frac{4}{3}} = - x^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{8} x^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{8} x^{\frac{1}{2}}$. Je fais donc $y = Ax^{\frac{3}{8}}$, ce qui donne $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{8} Ax^{-\frac{5}{8}}$. La substitution de ces valeurs me donne $\frac{3}{8} A^4 - \frac{3}{8} A^2 - A^{\frac{4}{3}} - 1 = 0$. Cette équation suppose la résolution d'une équation du 6 degré, mais

$A = yx^{-\frac{3}{8}}$, donc $\frac{3}{8} y^4 x^{-\frac{3}{2}} - \frac{3}{8} y^2 x^{-\frac{3}{4}} - y^{\frac{4}{3}} x^{-\frac{1}{2}} - 1 = 0$.

ce qui suffit pour déterminer le multiplicateur qu'on fera

$= x^{\mu}(\frac{3}{8} y^4 - \frac{3}{8} y^2 x^{\frac{3}{4}} - y^{\frac{4}{3}} x - x^{\frac{3}{2}})^{\nu}$.

4. Soit l'équation
$cx^r y^s dy + by^q x^p dx + ay^n x^m dx = 0$. Je la mets sous cette forme $y^n x^m dx = -\frac{b}{a} x^p y^q dx - \frac{c}{a} x^r y^s dy$. On a d'abord en négligeant le second terme $y = -\frac{b}{a} x^{\frac{p-m}{n-q}}$, ce qui donne $\frac{dy}{dx} = \frac{(m-p)b}{a(n-q)} x^{\frac{p-m}{n-q}-1}$, & si l'on substitue ces valeurs, l'équation devient $a + B' + C'x^{r-m+\frac{(s-n)(p-m)+p-m}{n-q}-1} = 0$ (B' & C' étant des constantes). Il faut donc que l'exposant de x dans le troisième terme s'évanouisse, ce qui donne $(r-m-1)(n-q) + (s-n+1)(p-m) = 0$.

En supposant cette condition, on peut faire $y = Ax^{\frac{p-m}{n-q}}$, ce qui donne $\frac{dy}{dx} = \left(\frac{p-m}{n-q}\right) Ax^{\frac{p-m}{n-q}-1}$. En substituant ces valeurs, on a l'équation

$$cA^{s+1}\left(\frac{n-m}{n-q}\right)x^{r+s\left(\frac{p-m}{n-q}\right)+\frac{p-m}{n-q}-1} + bA^q x^{p+q\frac{(p-m)}{n-q}} + aA^n x^{m+n\frac{(p-m)}{n-q}} = 0\,;$$

ou $cA^{s+1}\left(\frac{p-m}{n-q}\right) x^{r-m-1+(s+1-n)\left(\frac{p-m}{n-q}\right)} + bA^q + aA^n = 0$, d'où résulte cette équation

$c\frac{(p-m)}{n-q}A^{s+1} + bA^q + aA^n = 0$. Mais $A = yx^{\frac{m-p}{n-q}}$, donc

$c\frac{(r-m)}{n-q}y^{s+1}x^{\frac{(s+1)(m-p)}{n-q}} + by^q x^{\frac{q(m-p)}{n-q}} + ay^n x^{\frac{(m-p)n}{n-q}} \div 0$, d'où l'on tire le multiplicateur, comme dans les §§ précédens.

5. Soit l'équation

$$\alpha ydx + \beta xdy + x^m y^n (\gamma ydx + \delta xdy) = 0.$$

Je la mets sous cette forme

$$x^m y^n = -\frac{\alpha}{\gamma} - \frac{xdy}{\gamma y dx}(\beta + \delta x^m y^n).$$

J'ai d'abord $x^m y^n = -\frac{\alpha}{\gamma}$, donc $xdy = -\frac{m}{n} ydx$, & substituant cette valeur, l'équation devient

$x^m y^n = -\frac{\alpha}{\gamma} + \frac{m}{\gamma n}(\beta - \frac{\alpha\delta}{\gamma})$. Je fais donc $x^m y^n = A$, ce qui donne $xdy = -\frac{m}{n} ydx$, & l'équation devient en substituant les valeurs $n(\alpha + A\gamma) - m(\beta + A\delta) = 0$, ou $\alpha n - \beta m + (\gamma n - \delta m) A = 0$, mais $A = x^m y^n$, donc $\alpha n - \beta m + (\gamma n - \delta m) x^m y^n = 0$.

6. Soit l'équation

$$(ax^2 + bxy + cy^2) dx + (ex^2 + fxy + gx^2) dy = 0.$$

Je la mets sous cette forme

$y = -\frac{fx}{g} - \frac{ex^2}{gy} - (\frac{ax^2}{g} + \frac{bx}{g} + \frac{cy}{g})\frac{dx}{dy}$. J'ai d'abord $y = -\frac{fx}{g}$, ce qui donne $\frac{dy}{dx} = -\frac{f}{g}$, & en substituant ces valeurs, l'on a $y = -\frac{fx}{g} + \frac{ex}{g} + \frac{f}{g}(-\frac{ax}{f} + \frac{bx}{g} - \frac{cfx}{gg})$. Je fais donc $y = Ax$, ce qui donne $\frac{dy}{dx} = A$, & l'équation devient $(ax^2 + bAx^2 + cA^2x^2) + A(ex^2 + fAx^2 + gA^2x^2) = 0$, ou $a + bA + cA^2 + eA + fA^2 + gA^3 = 0$. Or $A = \frac{y}{x}$, donc $gy^3 + (c + f) xy^2 + (b + e) x^2y + ax^3 = 0$.

7. Soit l'équation $dy = 3dx\sqrt{a^2x^2 + ay}$. Donc $dy^2 = 9a^2x^2dx^2 + 9aydx^2$. En ne prenant que le premier terme, j'ai $dy = 3axdx$, ou $y = \frac{3ax^2}{2}$, & substituant cette valeur, j'obtiens $dy^2 = 9a^2x^2dx^2 + 27a^2x^2dx^2$. Je fais donc $y = Ax^2$, & substituant cette valeur dans l'équation, j'ai $\frac{2}{3}Axdx - dx\sqrt{a^2x^2 + Aax^2} = 0$, ou $\frac{2}{3}A - \sqrt{aa + Aa} = 0$,

mais $A = \frac{y}{x^2}$, donc $\frac{2}{1} \cdot \frac{y}{x^2} - \sqrt{a^2 + \frac{ay}{x^2}}$, ou
$\frac{2}{1}\, y - x\sqrt{a^2x^2 + ay} = o$.

8. Soit l'équation

$$y^n dx - cx^{\frac{nt - mnt - t + r + n - nr}{n}} (bx^t + ay^n x^r)^m dy = o.$$

Je la mets sous cette forme

$$y = -\frac{b}{a} x^{\frac{t-r}{n}} + \frac{1}{a} y^{\frac{n}{mn}} x^{-\frac{nt + mnt + t - r - n + nr}{mn^2}} - \frac{r}{n}\left(\frac{dx}{dy}\right)^{\frac{1}{mn}}.$$

J'ai d'abord $y = -\frac{b}{a} x^{\frac{t-r}{n}}$, ce qui donne $\frac{dy}{dx} = A' x^{\frac{t-r-n}{n}}$. (A' étant une constante). L'on a en substituant ces valeurs $y = -\frac{b}{a} x^{\frac{t-r}{n}} + B'x^{\frac{t-r}{n}}$ (B' étant une constante). Je fais donc $y = Ax^{\frac{t-r}{n}}$, ce qui donne $\frac{dy}{dx} = A\frac{(t-r)}{n} x^{\frac{t-r-n}{n}}$. On a donc en substituant ces valeurs dans l'équation

$$A^n x^{\frac{(t-r)n}{n}} - cx^{\frac{nt - mnt - t + r + n - nr}{n}} (bx^t + aA^n x^t)^m A\left(\frac{t-r}{n}\right) x^{\frac{t-r-n}{n}} = o,$$

ou $A^n x^{\frac{(t-r)n}{n}} - cx^{\left(\frac{t-r}{n}\right)n} (b + aA^n)\, A\left(\frac{t-r}{n}\right) = o$, ou

$A^n - cA\left(\frac{t-r}{n}\right)(b + aA^n) = o$, mais $A = yx^{\frac{r-t}{n}}$. Donc

$$y^n x^{\frac{(r-t)n}{n}} - \frac{c(t-r)}{n}\, yx^{\frac{r-t}{n}} (b + ay^n x^{r-t}) = c.$$

9. Soit l'équation $axdy + dx\sqrt{xx + yy} = o$. Je la mets sous cette forme

$a^2x^2dy^2 = dx^2(x^2 + y^2)$ ou $y^2 = -x^2 + a^2x^2\frac{dy^2}{dx^2}$. J'ai d'abord $y = x\sqrt{-1}$, ce qui donne $\frac{dy}{dx} = \sqrt{-1}$, & l'équation devient par cette substitution $y^2 = -x^2 - a^2x^2$. Je fais donc $y = Ax$, ce qui donne $\frac{dy}{dx} = A$, & j'ai en substi-

tuant ces valeurs dans l'équation $Aa + \sqrt{1+A^2} = 0$, mais $A = \frac{y}{x}$, donc $\frac{ay}{x} + \sqrt{1 + \frac{yy}{xx}} = 0$, ou $ay + \sqrt{xx+yy} = 0$.

10. Soit l'équation

$dx(\alpha + \beta x + \gamma y) - dy(\delta + \varepsilon x + \zeta y) = 0$. Je la mets sous cette forme $y = -\frac{\alpha}{\gamma} - \frac{\beta}{\gamma}x + \frac{dy}{dx}(\frac{\delta}{\gamma} + \frac{\varepsilon}{\gamma}x + \frac{\zeta}{\gamma}y)$.

Je fais d'abord $y = -\frac{\alpha}{\gamma} - \frac{\beta}{\gamma}x$ ce qui donne $\frac{dy}{dx} = -\frac{\beta}{\gamma}$, & j'ai en substituant ces valeurs,

$y = -\frac{\alpha}{\gamma} - \frac{\beta}{\gamma}x - \frac{\beta}{\gamma}(\frac{\delta}{\gamma} + \frac{\varepsilon}{\gamma}x - \frac{\alpha\zeta}{\gamma^2} - \frac{\beta\zeta}{\gamma^2}x)$.

Je fais donc $y = A + Bx$, ce qui me donne les deux équations $\alpha + \gamma A - \delta B - \zeta AB = 0$, $\beta + (\gamma - \varepsilon)B - \zeta BB = 0$. Or $A = y - Bx$. Substituant cette valeur dans la première équation, j'ai $\alpha + \gamma y - \gamma Bx - \delta B - \zeta By + \zeta BBx = 0$. Je multiplie la seconde équation par x & je l'ajoute à la première, ce qui donne $\alpha + \beta x + \gamma y - B(\delta + \varepsilon x + \zeta y) = 0$, d'où je tire $B = \frac{\alpha + \beta x + \gamma y}{\delta + \varepsilon x + \zeta y}$. Je substitue cette valeur dans la seconde équation, ce qui donne

$$\beta + (\gamma - \varepsilon)\frac{(\alpha + \beta x + \gamma y)}{\delta + \varepsilon x + \zeta y} - \zeta\frac{(\alpha + \beta x + \gamma y)^2}{(\delta + \varepsilon x + \zeta y)^2} = 0.$$

11. Soit l'équation $4a^2x^2dx + 4a^2bxdx + 4byxdx + 2ab^2ydx + b^2y^2dx - ab^3dy = 0$. Je la mets sous cette forme $y = -\frac{2a}{b}x - \frac{2xy}{b} - \frac{2ax^2}{b^2} - \frac{y^2}{2a} + \frac{bdy}{2dx}$. J'ai d'abord $y = -\frac{2a}{b}x$, ce qui donne $dy = -\frac{2a}{b}dx$, & substituant ces valeurs, j'obtiens $y = -\frac{2a}{b}x - a$. Je substitue cette nouvelle valeur & j'ai $y = -\frac{2a}{b}x - \frac{a}{2} - a$. Cette forme étant la même que la précédente, je fais $y = A + Bx$, ce qui donne $dy = Bdx$, & l'équation devient

$$\left.\begin{array}{l} 4a^2x^2 + 4ab^2x + 2ab^2A \\ + 4abB + 4abA + b^2A^2 \\ + b^2B^2 + 2ab^2B - ab^2B \\ + 2b^2AB \end{array}\right\} = 0$$

le premier terme donne $B = -\frac{2a}{b}$, le second terme donne une équation identique, le troisième donne
$A = -a(1 \pm \sqrt{-1})$. Donc $y = -a(1 \pm \sqrt{-1}) - \frac{2a}{b}x$. L'on voit qu'ici il a fallu deux substitutions, & que ce n'est qu'à la seconde qu'on a obtenu pour l'équation une forme constante. Au reste le procédé est le même, quelque soit le nombre des substitutions.

12. Soit l'équation

$$ydy + yx^2dy + \frac{dx}{x^3}\left(\frac{1}{16}x^8 + ax^4 + b\right) = 0.$$

Je la mets sous cette forme,

$ydy = -dx\left(\frac{1}{16}x^5 + ax + \frac{b}{x^3}\right) - yx^2dx$. J'ai, en négligeant le dernier terme, $ydy = -dy\left(\frac{1}{16}x^5 + ax + \frac{b}{x^3}\right)$, donc $yy = A'x^6 + B'x^2 + \frac{C'}{x^2}$ (A', B', C' étant des constantes.) Comme je ne cherche que la forme de la valeur de y, je fais $y = Ax^3 + Bx + \frac{C}{x}$, & j'ai en substituant, l'équation $ydy = -dx\left(\frac{1}{16}x^5 + ax + \frac{b}{x^3}\right) - Ax^5 - Bx^3 - Cx$. Donc en intégrant, $yy = A'x^6 + B'x^4 + C'x^2 + D' + \frac{E'}{x^2}$ dont la racine est de nouveau $y = Ax^3 + Bx + \frac{C}{x}$. L'équation devient, en y substituant ces valeurs,

$$\begin{array}{llllll} 3A^2x^5 & +3ABx^3 & +3ACx & +BCx^{-1} & -CCx^{-3} & \\ +\frac{1}{16} & +AB & -AC & -BC & +b & =0. \\ +A & +B & +BB & & & \\ & & +a & & & \\ & & +C & & & \end{array}$$

L'on tire delà $A = -\frac{1}{4}$, $C = \pm\sqrt{b}$, $B = \pm\sqrt{-\frac{1}{2}C}$, ce qui donne cette quadruple intégrale particulière

$$y = -\frac{1}{4}x^3 \pm x\sqrt{\pm\frac{1}{2}\sqrt{b} - a} \pm \sqrt{\frac{b}{x}}.$$

13. Soit l'équation $dy + yydx - \frac{adx}{x^4} = 0$.

Je la mets sous cette forme, $yydx = \frac{adx}{x^4} - dy$, & négligeant le dernier terme, j'ai $yy = \frac{a}{x^4}$, donc $y = \pm\frac{\sqrt{a}}{x^2}$, $dy = \mp\frac{2dx\sqrt{a}}{x^3}$. Substituant cette valeur pour dy, on a $yy = \frac{a}{x^4} \pm \frac{2\sqrt{a}}{x^3}$, $y = \left(\frac{a}{x^4} \pm \frac{2\sqrt{a}}{x^3}\right)^{\frac{1}{2}} = \pm\frac{\sqrt{a}}{x^2} \pm \frac{1}{x}$, $dy = \mp\frac{2dx\sqrt{a}}{x^3} \mp \frac{dx}{xx}$. Substituant de nouveau cette valeur pour dy, on a $yy = \frac{a}{x^4} \pm \frac{2\sqrt{a}}{x^3} + \frac{1}{x^2}$, dont la racine est $\pm\frac{\sqrt{a}}{x^2} + \frac{1}{x}$, ce qui donne la même forme que la précédente. Je fais donc $y = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2}$, & je trouve $A = 1$, $B = \pm\sqrt{a}$, c'est-à-dire que je retrouve $y = \pm\frac{\sqrt{a}}{x^2} + \frac{1}{x}$.

14. Soit l'équation

$$-\beta yxdx + dy\,(\alpha - x + \beta xx + y) = 0.$$

Je la mets sous cette forme

$$ydy = -(\alpha - x + \beta x^2)\,dy + \beta xydx,$$

& negligeant le dernier terme j'ai

$y = -\alpha + x - \beta x^2$, $dy = dx - 2\beta x dx$. Substituant les valeurs de y & dy dans l'équation j'ai

$ydy = -\alpha dx + xdx - 2\beta x^2 dx + \alpha\beta x dx + \beta^2 x^3 dx$, donc

$\frac{y^2}{2} = -\alpha x + \frac{x^2}{2} - \frac{2}{3}\beta x^3 + \alpha\frac{\beta x^2}{2} + \frac{\beta^2 x^4}{4} + C$ (C étant la constante arbitraire). En tirant la racine quarrée, on a $y = A + Bx + Cx^2$, ce qui revient à la forme précédente. En faisant donc $y = A + Bx + Cx^2$, on a $dy = Bdx + 2Cxdx$, & l'équation devient

$$\begin{array}{lllll} & \alpha B dx & - \beta A x dx & - \beta B x^2 dx & - \beta C x^3 dx \\ + AB & + 2\alpha C & - 2C & + 2\beta C & \\ & - B & + \beta B & + 2C^2 & = 0 \\ & + 2AC & + 2BC & & \\ & + BB & + BC & & \end{array}$$

On tire de-là $A = -\alpha$, $C = 0$, $B = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{1 - 4\alpha\beta}}{2}$, donc $y = -\alpha + \left(\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{-\alpha\beta}}{2}\right) x$.

15. Soit l'équation

$\alpha\gamma xydx + ydy(\alpha + \beta x + \gamma xx) - \alpha dy(\alpha - \gamma xx) = 0$.

Je la mets sous cette forme

$ydy = \frac{\alpha dy(\alpha - \gamma x)}{\alpha + \beta x + \gamma xx} - \frac{\alpha\gamma xydx}{\alpha + \beta x + \gamma xx}$. J'ai, en négligeant le dernier terme, $y = \frac{\alpha(\alpha - \gamma x)}{\alpha + \beta x + \gamma cx}$, ce qui donne

$dy = \frac{\alpha dx(\alpha\beta - 2\beta\gamma x^2 - \alpha\gamma^2 x^3)}{(\alpha + \beta x + \gamma x^2)^2}$. Substituant les valeurs de y & dy dans le second membre de l'équation, j'obtiens

$ydy = \frac{\alpha^2 dx(\alpha - \gamma x^2)(\alpha\beta - \alpha\gamma x - 2\beta\gamma x^2 - \gamma^2 x^3)}{(\alpha + \beta x + \gamma x^2)^3}$ dont l'inté-

grale aura la forme $yy = \frac{A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4}{(\alpha + \beta x + \gamma x^2)^2}$, d'où l'on tirera $y = \frac{A + Bx + Cx^2}{\alpha + \beta x + \gamma x^2}$, cette forme revenant à la précédente, je fais $y = \frac{A + Bx + Cx^2}{\alpha + \beta x + \gamma x^2}$. En substituant cette valeur dans l'équation, je trouve $A = \alpha^2$, $B = \frac{\alpha\beta}{2} \pm \frac{\sqrt{\alpha^2\beta^2 - \alpha^3\gamma}}{2}$, $C = 0$, ce qui donne

$$y = \frac{\alpha^2 + \left(\frac{\alpha\beta}{2} + \frac{\sqrt{\alpha^2\beta^2 - 4\alpha^3\gamma}}{2}\right)x}{\alpha + \beta x + \gamma xx}.$$

16. Soit l'équation

$$ydy + ydx\left(\frac{m-n}{m+n+2} - \frac{(m+n)a}{x^{m+n+2}}\right) + dx\left(\frac{aa}{x^{2m+2n+3}} + \frac{(m-n)a}{(m+n+2)x^{m+n+1}} - \frac{(m+1)(n+1)x}{(m+n+2)^2}\right).$$

Je la mets sous cette forme $dy = -dx\left(\frac{m-n}{m+n+2} - \frac{(m+n)a}{x^{m+n+2}}\right) + \frac{dx}{y}\left(\frac{a^2}{x^{2m+2n+3}} + \frac{(m-n)a}{(m+n+2)x^{m+n+1}} - \frac{(m+1)(n+1)x}{(m+n+2)^2}\right)$. J'ai d'abord

$dy = -dx\left(\frac{m-n}{m+n+2} - \frac{(m+n)a}{x^{m+n+2}}\right)$, donc

$y = Ax + Bx^{-m-n-1}$ (A & B étant des constantes). Substituant cette valeur, j'ai $dy = -dx\left(\frac{m-n}{m+n+2} - \frac{(m+n)a}{x^{m+n+2}}\right)$

$$+ dx\,\frac{\left(\frac{a^2}{x^{2m+2n+3}} + \frac{(m-n)a}{(m+n+2)x^{m+n+1}} - \frac{(m+1)(n+1)x}{(m+n+2)^2}\right)}{Ax + Bx^{-m-n-1}}.$$

Or ce second terme peut donner la même forme que le premier, puisque $(Ax + Bx^{-m-n-1})(C + Dx^{-m-n-2})$

$= (ACx + (AD + BC)x^{-m-n-1} + BDx^{-2m-2n-1})$.

Je fais donc $y = Ax + Bx^{-m-n-1}$, & l'équation devient

$$\begin{array}{llll} A^2 xdx & + ABx^{-m-n-1}dx & -(m+n+1)BBx^{-2m-2n-1}dx & \\ + \frac{(m-n)A}{m+n+2} & -(m+n+1)AB & -(m+n)aB & \\ & -(m+n)aA & + aa & = 0 \\ - \frac{(m+1)(n+1)}{(m+n+2)^2} + \frac{(m-n)a}{m+n+2} & & & \end{array}$$

Le dernier terme donne $B = \frac{a}{m+n+1}$, $B = -a$. Le premier terme donne $A^2 + \frac{(m-n)A}{m+n+2} - \frac{(m+1)(n+1)}{(m+n+2)^2} = 0$, d'où l'on tire $A = -\frac{(m+\ )}{m+n+2}$, $A = \frac{n+1}{m+n+2}$. Le second terme admet ces deux valeurs de A, mais exclud la première valeur de B, ce qui donne

$y = -\frac{(m+1)}{m+n+2}x - ax^{-m-n-1}$, $y = \frac{(n+1)x}{m+n+2} - ax^{-m-n-1}$.

17. Soit l'équation

$$ydx - xdy + ax^n ydy\,(x^n + b)^{\frac{1}{n}} = 0.$$

Je la mets sous cette forme

$dy = -\frac{dx}{a}x^{-n}(x^n + b)^{-\frac{1}{n}} + \frac{dy}{y}\frac{x^{1-n}}{a}(x^n + b)^{-\frac{1}{n}}$, ou

$dy = -\frac{dx}{a}(x^n + b)^{-\frac{1}{n}-1} - \frac{bdx}{a}x^{-n}(x^n + b)^{-\frac{1}{n}-1}$

$+ \frac{dy}{y}\frac{x^{1-n}}{a}(x^n + b)^{-\frac{1}{n}}$. En négligeant les deux derniers termes, j'obtiens $dy = -\frac{dx}{a}(x^n + b)^{-\frac{1}{n}-1}$, dont l'intégrale est $y = -\frac{x}{ab}(x^n + b)^{-\frac{1}{n}}$, ce qui donne $\frac{dy}{y} = \frac{bdx}{x(x^n + b)}$

& substituant cette valeur dans l'équation, j'obtiens

$$dy = -\frac{dx}{a}(x^n+b)^{-\frac{1}{n}-1} - \frac{bdx}{a}x^{-n}(x^n+b)^{-\frac{1}{n}-1}$$

$$+\frac{bdx}{a}x^{-n}(x^n+b)^{-\frac{1}{n}-1} = -\frac{dx}{a}(x^n+b)^{-\frac{1}{n}-1},$$ ce qui est la valeur précédente. J'ai donc sans passer par la méthode des indéterminées $y = -\frac{x}{ab}(x^n+b)^{-\frac{1}{n}}$.

18. Soit l'équation

$$(gx^2+fx+a)\,ydy + (gx^2-a)\,ady + agxydx = 0.$$

Je la mets sous cette forme

$y = -\frac{(gx^2-a)a}{gx^2+fx+a} - \frac{agxydx}{dy\,(gx^2+fx+a)}$. En négligeant le dernier terme j'ai $y = -\frac{(gx^2-a)a}{gx^2+fx+a}$, & substituant la valeur de $\frac{dy}{y}$ tirée de-là, on obtient pour y une nouvelle fonction rationelle de x, & ainsi de suite. Je ferai donc

$y = (A+Bx+Cx^2+Dx^3+Ex^4\ \&c.)^{\mu}$. Pour commencer par la supposition la plus simple, je fais $y = (A+Bx)^{\mu}$, ce qui donne $dy = \mu\,(A+Bx)^{\mu-1}Bdx$. En substituant ces valeurs, l'équation devient,

$\mu\,(A+Bx)^{2\mu-1}Bdx\,(gx^2+fx+a) + agxdx\,(A+Bx)^{\mu}$ $+\mu a\,(gx^2-a)\,Bdx\,(A+Bx)^{\mu-1} = 0$, ou en divisant toute l'équation par $(A+Bx)^{\mu-1}$

$\mu\,(A+Bx)^{\mu}Bdx\,(gx^2+fx+a) + agxdx\,(A+Bx)$ $+\mu a\,(gx^2-a)\,Bdx = 0$. Si μ étoit positif, j'aurois $B = 0$, ce qui est impossible, je fais donc $\mu = 0$, & j'obtiens l'équation

$$\begin{array}{llll} - aB & - Bfx & - Bgx^2 & + B^2agx^3 \\ + a^2AB & + A^2ag & + 2ABag & - B^2ag \quad = 0 \\ & + a^2B^2 & - ABag & \end{array}$$

On tire de-là

$$A = \frac{1}{a}, \quad B = \frac{f}{2a^2} \pm \sqrt{\frac{f^2}{4a^4} - \frac{4ag}{4a^4}} = \frac{f \pm \sqrt{f^2 - 4ag}}{2a^2},$$

Donc $y = \dfrac{a^2}{a + \left(\dfrac{f \pm \sqrt{f^2 - 4ag}}{2}\right) x}$.

19. Soit l'équation

$$ydy + (3x + \alpha + \beta + \gamma)\, ydx + (x + \alpha)(x + \beta)(x + \gamma)\, dx = 0,$$

Je la mets sous cette forme

$$dy = 3xdx + (\alpha + \beta + \gamma)\, dx + \frac{(x + \alpha)(x + \beta)(x + \gamma)\, dx}{y} = 0.$$

En négligeant le dernier terme, on a $dy = 3xdx + (\alpha + \beta + \gamma) dx$, donc y sera de la forme $A + Bx + Cx^2$, je substitue cette valeur dans l'équation, & j'ai $dy = 3xdx + (\alpha + \beta + \gamma)\, dx + \dfrac{(x + \alpha)(x + \beta)(x + \gamma)\, dx}{A + Bx + Cx^2}$, ce dernier terme pouvant se concilier avec la forme précédente, je fais réellement, $y = A + Bx + Cx^2$, ce qui donne l'équation,

$$\begin{array}{llll} AB & + 2ACx & + 3BCx^2 & + 2C^2x^3 \\ + A(\alpha+\beta+\gamma) & + B^2 & + 3B & + 3C \quad = 0 \\ + \alpha\beta\gamma & + 3A & + C(\alpha+\beta+\gamma) & + 1 \\ & + B(\alpha+\beta+\gamma) & + \alpha+\beta+\gamma & \\ & + \alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma & & \end{array}$$

Le dernier terme donne $2C^2 + 3C + 1 = 0$, ou $C = -1$, $C = -\frac{1}{2}$, mais la seconde valeur ne s'accorde pas avec les autres termes. Le troisième terme don-

ne une équation identique. Le second donne

$B^2 + A + B(\alpha + \beta + \gamma) + \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = 0$,

& le premier donne $AB + A(\alpha + \beta + \gamma) + \alpha\beta\gamma = 0$,

ou $B = -(\alpha + \beta + \gamma) - \frac{\alpha\beta\gamma}{A}$. Substituant cette valeur dans la première équation, & réduisant, je trouve

$A^3 + A^2(\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma) + A\alpha\beta\gamma(\alpha + \beta + \gamma) + \alpha^2\beta^2\gamma^2 = 0$,

équation dont les racines sont $A = -\alpha\beta$, $A = -\alpha\gamma$, $A = -\beta\gamma$, ce qui donne pour B les trois valeurs correspondantes $B = -(\alpha + \beta)$, $B = -(\alpha + \gamma)$, $B = -(\beta + \gamma)$, ensorte qu'on a $y = -(x + \alpha)(x + \beta)$, $y = -(x + \alpha)(x + \gamma)$, $y = -(x + \beta)(x + \gamma)$.

20. Soit l'équation $(y - x)dy\sqrt{1 + xx} - ndx(1 + yy)^{\frac{3}{2}} = 0$. Je la mets sous cette forme

$$(y - x)\,dy\,\sqrt{1 + xx} = ndx\,(1 + yy)^{\frac{3}{2}},$$

& j'ai en prenant les quarrés

$$(y - x)^2 \frac{dy^2}{dx^2}(1 + xx) = n^2(1 + yy)^3.$$

Cette équation me fait voir que la réduction en suite me donnera pour y une fonction rationnelle de x, je fais donc

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 \text{ \&c.}$$

ce qui me donne en substituant

$$
\begin{array}{lll}
-n^2(1+A^2)^3 & -\,3n^2(1+A^2)^2\,2ABx & -3n^2(1+A^2)^2(2AC+B^2)x^2 \\
+A^2B^2 & +\,4A^2BC & -3n^2(1+A^2)\,4A^2B^2 \\
 & +\,2AB^2(B-1) & +6A^2BD \\
 & & +4A^2C^2 \\
 & & +8ABC(B-1) \\
 & & +2ACB^2 \\
 & & +(B-1)^2B^2 \\
 & & +A^2B^2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lll}
-\,3n^2(1+A^2)^2(2AD+2BC)x^3 & -\,3n^2(1+A)^2(2AE+2BD)x^4 & \\
-\,6n^2(1+A^2)2AB(2AC+B^2) & -\,3n^2(1+A^2)(2AG+B^2)^2 & \\
-\,n^2(2AB)^3 & -\,6n^2(1+A^2)2AB(2AD+2BC) & \\
+\,8A^2BE & -\,3n^2(2AB)^2(2AC+B^2) & \\
+\,12A^2CD & +\,10A^2BF & \\
+\,12ABD(B-1) & +\,16A^2CE & \\
+\,8AC^2(B-1) & +\,9A^2D^2 & \\
+\,8ABC^2 & +\,16ABE(B-1) & \\
+\,4BC(B-1)^2 & +\,24ACD(B-1) & \\
+\,2ADB^2 & +\,20ABCD & \&c. = 0 \\
+\,2(B-1)B^2C & +\,8AC^3 & \\
+\,4A^2BC & +\,6BD(B-1)^2 & \\
+\,2AB^2(B-1) & +\,4C^2(B-1)^2 & \\
 & +\,8BC^2(B-1) & \\
 & +\,2AEB^2 & \\
 & +\,2(B-1)B^2D & \\
 & +\,B^2C^2 & \\
 & +\,6A^2BD & \\
 & +\,4A^2C^2 & \\
 & +\,8ABC(B-1) & \\
 & +\,2AB^2C & \\
 & +\,B^2(B-1)^2 &
\end{array}
$$

La première colonne donne $B^2 = \frac{n^2(1+A^2)^3}{A^2}$, ou

$B = \frac{n(1+A^2)^{\frac{3}{2}}}{A}$, la seconde donne

$$C = \frac{6n^2(1+A^2)^2\,4B - 2AB^2(B-1)}{4A^2 B} = \frac{3n^2(1+A^2)^2 - B(B-1)}{2A}.$$

On voit par la suite des termes que A reste indéterminé, je vais donc le déterminer de façon que l'expression de C soit aussi simple qu'il est possible ; pour cela il faut que $B(B-1)$ soit de la même forme que $n^2(1+A^2)^2$, je fais donc $B(B-1) = rn^2(1+A^2)^2$, r étant un coéfficient indéterminé. Il faudra donc que

$B - 1 = \frac{rn^2(1+A^2)^2}{B}$ = (en substituant pour B sa valeur)

$rnA\sqrt{1+A^2} = \frac{n(1+A^2)^{\frac{3}{2}}}{A} - 1$. Donc $\sqrt{1+A^2} = \frac{A}{(n+nA^2-rnA^2}= \frac{A}{n}$

(en faisant $r = 1$). On tire de-là $A = \pm\frac{n}{\sqrt{1-n^2}}$. Pour abréger je prendrai le signe + & les mêmes opérations auront lieu pour le signe —. On tirera de-là

$$B = \frac{1}{1-n^2},\ C = \frac{n}{(1-n^2)^{\frac{3}{2}}},\ D = \frac{n^2}{(1-n^2)^2},\ E = \frac{n^3}{(1-n^2)^{\frac{5}{2}}},\ F = \frac{n^4}{(1-n^2)^3}$$

&c. On a donc

$$y = \frac{n}{\sqrt{1-n^2}} + \frac{x}{1-n^2} + \frac{nx^2}{(1-n^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{n^2x^3}{(1-n^2)^2} + \frac{n^3x^4}{(1-n^2)^{\frac{5}{2}}} + \frac{n^4x^5}{(1-n^2)^3}\text{\&c.}$$

$$= \frac{n}{\sqrt{1-n^2}} + \frac{x}{1-n^2}\left(1 + \frac{nx}{\sqrt{1-n^2}} + \frac{n^2x^2}{1-n^2} + \frac{n^3x^3}{(1-n^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{n^4x^4}{(1-n^2)^2}\text{ \&c.}\right)$$

$$= \frac{n}{\sqrt{1-n^2}} + \frac{\frac{x}{1-n^2}}{1-\frac{nx}{\sqrt{1-n^2}}} = \frac{\frac{n}{\sqrt{1-n^2}}+x}{1-\frac{nx}{\sqrt{1-n^2}}}$$. En prenant le signe — on auroit trouvé $y = -\frac{\frac{n}{\sqrt{1-n^2}}+x}{1+\frac{n}{\sqrt{1-n^2}}}$.

21. Soit l'équation

$$ydy + \frac{n}{2n-1}\,ydx + \frac{1}{2n-1}\left(\frac{1}{4}x + cx^{\frac{3-2n}{2n-1}}\right)dx = 0.$$

Je la mets sous cette forme

$y = -\frac{1}{n}\left(\frac{1}{4}x + cx^{\frac{3-2n}{2n-1}}\right) - \frac{ydy}{dx}\cdot\frac{(2n-1)}{n}$. J'ai en négligeant le dernier terme $y = -\frac{1}{n}\left(\frac{1}{4}x + cx^{\frac{3-2n}{2n-1}}\right)$, donc

$$yy = \frac{1}{nn}\left(\frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}cx^{\frac{2}{2n-1}} + cx^{\frac{6-4n}{2n-1}}\right);$$

$$\frac{(2n-1)}{n}\,\frac{ydy}{dx} = \frac{2n-1}{n^3}\left(\frac{1}{16}xdx + \frac{1}{2(2n-1)}cx^{\frac{3-2n}{2n-1}} + \frac{3-2n}{2n-1}cx^{\frac{7-6n}{2n-1}}\right)$$

J'aurai en substituant cette valeur

$y = Ax + Bx^{\frac{2}{2n-1}-1} + Cx^{\frac{4}{2n-1}-3}$ (A, B, C étant des coéfficiens constans), $y^2 = A^2x^2 + 2ABx^{\frac{2}{2n-1}} + (2AC + BB)x^{\frac{4}{2n-1}-2} + 2BCx^{\frac{6}{2n-1}-4} + CCx^{\frac{8}{2n-1}-6}$;

$\frac{ydy}{dx} = A'x + B'x^{\frac{2}{2n-1}-1} + C'x^{\frac{4}{2n-1}-3} + D'x^{\frac{6}{2n-1}-5} + E'x^{\frac{8}{2n-1}-7}$ &c. (A', B' &c. étant des coéfficiens constans). Substituant cette valeur, on aura $y = A''x + B''x^{\frac{2}{2n-1}-1}$

$$+(4AE+4BD+2CC)acx^{\frac{7}{2}}+(\tfrac{9}{2}AF+\tfrac{9}{2}BE+\tfrac{9}{2}CD)acx^4+(5AG+5BF+5CE+\tfrac{5}{2}DD)acx^{\frac{9}{2}}$$

$$\begin{array}{lll}
-(\frac{7}{2}AD+\frac{7}{2}BC)2ab & -(4AE+4BD+2CC)2ab & -(\frac{9}{2}AF+\frac{9}{2}BE+\frac{9}{2}CD)2ab \\
-(3AC+\frac{3}{2}B^2)8ac & -(\frac{7}{2}AD+\frac{7}{2}BC)8ac & -(4AE+4BD+2CC)8ac \\
+40ABab & +(3AC+\frac{3}{2}B^2)16ab & +(\frac{7}{2}AD+\frac{7}{2}DC)16ab \\
+16A^2ac & +40ABac & +(3AC+\frac{3}{2}B^2)16ac \quad = 0 \\
+\frac{5}{2}Fbc & -32A^2ab & -80ABab \\
-3E(b^2+c^2) & +3Gbc & +\frac{7}{2}Hbc \\
+20C(b^2+c^2) & -4F(b^2+c^2) & -5G(b^2+c^2) \\
-24Bbc & +24D(b^2+c^2) & +28E(b^2+c^2) \\
-12Dbc & -32Cbc & -40Dbc \\
 & -12Ebc & -12Fbc
\end{array}$$

La première colonne donne une équation identique, & laisse A indéterminé. La seconde donne $A^2ac+\frac{1}{2}Bbc+AB^2+Ac^2=0$. Pour déterminer B de la manière la plus simple, je fais $A^2ac+Ac^2=0$, ce qui donne $A=-\frac{c}{a}$, & j'ai $B=\frac{2b}{a}$. Les autres colonnes donnent ensuite $C=-\frac{5c}{a}$, $D=\frac{10b}{a}$, $E=-\frac{22c}{a}$, $F=\frac{44b}{a}$, $G=-\frac{93c}{a}$, $H=\frac{186b}{a}$ &c. Donc $y=-\frac{c}{a}x+\frac{2b}{a}x^{\frac{3}{2}}-\frac{5c}{a}x^2+\frac{10b}{a}x^{\frac{5}{2}}-\frac{22c}{a}x^3+\frac{44b}{a}x^{\frac{7}{2}}-\frac{93c}{a}x^4+\frac{186b}{a}x^{\frac{9}{2}}$ &c.

$=-\frac{(c-2b\sqrt{x})x}{a}(1+5x+22x^2+93x^3$ &c.$)$

$=-\frac{(c-2b\sqrt{x})x}{a(1-4x)}(1+x+2x^2+5x^3+14x^4$ &c.$)$.

Donc $1+\frac{a(1-4x)y}{(c-2b\sqrt{x})x}+(x+2x^2+5x^3+14x^4$ &c.$)=0$.

Mais $y^2=\frac{(c-2b\sqrt{x})^2x}{a^2(1-4x)^2}(x+2x^2+5x^3+14x^4$ &c.$)$.

Donc $x+2x^2+5x^3+14x^4$ &c. $=\frac{aa(1-4x)^2yy}{(c-2b\sqrt{x})^2x}$. Donc

$1 + \frac{a(1-4x)y}{(c-2b\sqrt{x})x} + \frac{a^2(1-4x)^2y^2}{(c-2b\sqrt{x})^2x} = 0$. On voit que je suis parvenu immédiatement à l'intégrale particulière du second degré, ce qui a simplifié le procédé. Ces artifices sont surtout nécessaires lorsque les intégrales particulières sont des degrés supérieurs, parce qu'alors les intégrales du premier degré auroient des formes très-compliquées, ou ne pourroient point s'obtenir du tout.

23. Soit l'équation $ydy + \frac{yxdx}{\sqrt{a-4x^3}} + dx = 0$. Je la mets sous cette forme $ydx = -\frac{dx\sqrt{a-4x^3}}{x} - \frac{ydy\sqrt{a-4x^3}}{x}$. En négligeant le dernier terme j'ai $y = -\frac{\sqrt{a-4x^3}}{x}$, donc $ydy = \frac{1}{2}\frac{d(a-4x^3)}{x^2} - \frac{dx(a-4x^3)}{x^3}$. Substituant ces valeurs, on a $y = -\frac{\sqrt{a-4x^3}}{x}\left[1 + \frac{1}{2}\frac{d(a-4x^3)}{x^2dx} - \frac{(a-4x^3)}{x^3}\right]$ ou en négligeant le second terme $y = -\frac{\sqrt{a-4x^3}}{x}\left[1 - \frac{(a-4x^3)}{x^3}\right]$. Substituant cette valeur, on retrouve

$$y = -\frac{\sqrt{a-4x^3}}{x}\left[1 - \frac{(a-4x^3)}{x^3} + \frac{10(a-4x^3)^2}{x^6} \text{ \&c.}\right].$$

Ainsi faisant pour abréger $\frac{\sqrt{a-4x^3}}{x} = Z$, je ferai d'après la forme indiquée par cette équation

$y = AZ + \frac{BZ^3}{x} + \frac{CZ^5}{x^2} + \frac{DZ^7}{x^3}$ &c. Donc

$$\begin{array}{llll} ydy = A^2ZdZ + 4A\dfrac{BZ^3dZ}{x} & + 6A\dfrac{CZ^5dZ}{x^2} & + 8A\dfrac{DZ^7dZ}{x^3} & \&c. \\ & + 3BB & + 8BC & \end{array}$$

$$-\frac{dx}{xx}\left(\begin{array}{llll} ABZ^4 & + 2\dfrac{ACZ^6}{x} & + 3\dfrac{ADZ^8}{x^2} & \&c. \\ & + BB & + 3BC & \end{array}\right)$$

Mais $dZ = -\dfrac{6xdx}{\sqrt{a-4x^3}} - \dfrac{dx\sqrt{a-4x^3}}{x^2} = -\dfrac{6dx}{Z} - \dfrac{Zdx}{x}$.

J'aurai donc en substituant cette valeur

$$ydy = \frac{dx}{xx}\left(\begin{array}{llll} -6A^2x^2 & -24ABZ^2x & -36ACZ^4 & -48A\dfrac{DZ^6}{x}\ \&c. \\ & -A^2 & -18BB & -48BC \\ & & -5AB & -8AC \\ & & & -4BB \end{array}\right)$$

Substituant ces valeurs dans l'équation & réduisant, on a

$$\begin{array}{llllll} -6A^2Zx^2 & -24ABZ^3x & -36ACZ^5 & -48A\dfrac{DZ^7}{x} & & \\ +A & -A^2 & -18BB & -48BC & \&c. = 0 & \\ +1 & +B & -5AB & -8AC & & \\ & & +C & -4BB & & \\ & & & +D & & \end{array}$$

Le premier terme donne $A = -\frac{1}{3}$, le second $B = \frac{1}{3^4}$, le troisième $C = -\frac{3}{3^7}$, le quatrième $D = \frac{12}{3^{10}}$ &c., ce qui me donna la suite

$$y = \frac{1}{3}\frac{\sqrt{a-4x^3}}{x} + \frac{1}{3^4}\frac{(a-4x^3)^{\frac{3}{2}}}{x^4} - \frac{3}{3^7}\frac{(a-4x^3)^{\frac{5}{2}}}{x^7} + \frac{12}{3^{10}}\frac{(a-4x^3)^{\frac{7}{2}}}{x^{10}}\ \&c.$$

Donc $3xy + \sqrt{a-4x^3} = \dfrac{(a-4x^3)^{\frac{3}{2}}}{(3x)^3} - \dfrac{3(a-4x^3)^{\frac{5}{2}}}{(3x)^6} + \dfrac{12(a-4x^3)^{\frac{7}{2}}}{(3x)^9}$ &c.

$$= \left(\frac{(a-4x^3)^{\frac{1}{2}}}{3x} - \frac{(a-4x^3)^{\frac{3}{2}}}{(3x)^4} + \frac{3(a-4x^3)^{\frac{5}{2}}}{(3x)^7} - \frac{12(a-4x^3)^{\frac{7}{2}}}{(3x)^{10}} \&c. \right)^3 = -y^3.$$

Donc $y^3 + 3xy + \sqrt{a-4x^3} = 0$. S'il avoit fallu dans ce cas-ci chercher les trois intégrales du premier degré séparément, le travail auroit été bien pénible.

24. Soit l'équation $\left(y - \frac{xdy}{dx}\right)\left(y - \frac{xdy}{dx} + \frac{2ady}{dx}\right) = c^2$ que traite M. Euler dans les Mémoires de Berlin de 1756. Je la mets sous cette forme

$$\frac{dy^2}{dx^2} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{2y(x-a)}{x^2-2ax} + \frac{c^2-y^2}{x^2-2ax}, \text{ donc}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(x-a)}{x^2-2ax} \pm \frac{\sqrt{y^2(x-a)^2 + (c^2-y^2)(x^2-2ax)}}{x^2-2ax}$$

$$= \frac{y(x-a)}{x^2-2ax} \pm \frac{\sqrt{a^2y^2 + c^2(x^2-2ax)}}{x^2-2ax}.$$ En négligeant le dernier terme, j'ai $\frac{dy}{dx} = \frac{(x-a)dx}{x^2-2ax}$, ou $y = C\sqrt{x^2-2ax}$ (C étant la constante arbitraire) ou $y^2 = C^2(x^2 - 2ax)$. Substituant cette valeur dans l'équation, j'ai

$$dy = \frac{y(x-a)}{x^2-2ax} \pm \frac{\sqrt{(a^2C^2+c^2)(x^2-2ax)}}{x^2-2ax} = \frac{y(x-a)}{x^2-2ax}$$

(en faisant $a^2C^2 + c^2 = 0$, ce qui donne $C^2 = -\frac{c^2}{a^2}$, donc $a^2y^2 = c^2(2ax - x^2)$, comme le trouve M. Euler. Je n'ai traité cette équation que parce que M. Euler paroît croire qu'on ne peut parvenir à cette intégrale que par de nouvelles différentiations, & par des procédés fort indirects. L'on voit que notre méthode s'y applique immédiatement.

25. Si l'on compare les procédés que j'ai suivi dans ce mémoire avec celui que j'ai suivi dans un autre mémoire pour trouver directement les multiplicateurs, sans passer par les intégrales particulières, on verra que le premier a de l'avantage toutes les fois que le multiplicateur a plusieurs facteurs du premier degré affectés d'exposans différens, & que le dernier est préférable lorsque le multiplicateur se réduit à une équation entre y & x d'un degré quelconque. Et il me paroît résulter de ces recherches que dans l'état d'imperfection où est encore l'analyse, on ne doit donner de préférence exclusive à aucune de ces méthodes, mais les cultiver également, puisque les cas les plus rebelles dans l'une se résolvent facilement dans l'autre. C'est ce qui m'a engagé à présenter cet essai aux Géomètres dans l'espérance qu'ils feront des progrès ultérieurs dans une matière que je n'ai fait qu'ébaucher.

FORMULES D'INTÉGRATION

POUR LES ÉQUATIONS AUX DIFFÉRENCES INFINIMENT PETITES

PAR M. PEZZI

PROBLÈME GÉNÉRAL

Étant donnée une équation différentielle d'un ordre quelconque n comprenant un nombre quelconque de variables, l'on demande 1° l'expression de l'intégrale complète d'un ordre quelconque n — m de la proposée ; 2° l'équation de condition qui répond à cette même intégrale de l'ordre n — m.

De grands Géomètres tels que MM. Nicolas Bernoulli, Fontaine, Euler, & de Condorcet se sont occupés de la recherche de ces équations qui sont connues de nos jours sous le nom d'équations de *condition ;* le dernier surtout des hommes illustres que je viens de nommer, les a considérées dans un sens fort étendu, & en a démontré la construction d'une manière directe & générale. Cette théorie étant extrêmement importante à la perfection du calcul intégral, & par conséquent à celle de toutes nos connoissances sur le système du monde, je m'y suis depuis quelque tems sérieusement appliqué ; j'ai envisagé l'art d'intégrer les équations différentielles sous un point de vue plus Lu le 20 nov. 1791.

général qu'on ne l'a fait jusqu'ici, & j'ai imaginé le problème que je me suis proposé; ce problème renferme deux conditions auxquelles il s'agit de satisfaire; on demande dans la première une formule générale telle que par de simples substitutions, elle donne l'intégrale m^e d'une équation différentielle proposeé de l'ordre n; & dans la seconde, une autre formule générale qui fasse connoître, par des substitutions analogues aux premières, la loi qui doit régner entre les coefficiens de la proposée de l'ordre n, ou de l'équation de l'ordre immédiatement supérieur à celui qui désigne l'ordre de l'intégrale demandée, savoir entre les coefficiens de l'équation différentielle de l'ordre $n - m + 1$, pour que celle-ci puisse être exactement intégrée. Mais je ne puis m'empêcher de faire remarquer à ce sujet que les Géomètres qui ont traité jusqu'ici ces sortes d'équations prises dans un sens général, ne les ont considérées que dans l'hypothèse, où l'équation différentielle de l'ordre n soit une différentielle complète, ou pour m'expliquer autrement, ils n'ont donné que le moyen de reconnoître si la proposée est susceptible, ou non d'intégration. Cette hypothèse simplifie singulièrement les calculs, mais l'utilité en est très-bornée; car dans l'application de l'analyse infinitésimale aux sciences physico-mathématiques, on parvient rarement à des équations différentielles qui soient intégrables par elles-mêmes; encore ces mêmes Géomètres n'ont réellement calculé dans un cas aussi simple, du moins pour ce qui en est venu à ma connoissance, que les formules qui répondent aux deux ou trois intégrales premières de la proposée; j'ai donc développé les formules

d'intégration relativement à deux suppositions, bien distinctes l'une de l'autre ; j'ai commencé par celle qui étant la seule vraiment générale, renferme de grandes difficultés & de laquelle dépend l'avancement du calcul intégral, c'est le cas où l'on suppose que l'équation différentielle proposée de l'ordre *n* ne soit pas une intégrale complète ; j'ai tiré ensuite, des formules qui renferment la solution de ce premier cas, celle du second, dans lequel on regarde l'équation proposée comme une différentielle exacte; après avoir tenté de développer ainsi généralement cette matière, il restoit encore un objet très-essentiel à remplir. Les termes des formules qui expriment & l'intégrale demandée de l'ordre $n - m$ de la proposée de l'ordre n, & les rapports qui doivent avoir lieu entre les coefficiens de l'équation de l'ordre $n - m + 1$, sont des fonctions très-compliquées des coefficiens donnés de l'équation différentielle proposée. J'ai donc cherché à déterminer ces fonctions ; & j'ose espérer que l'analyse dont je me suis servi pour parvenir à cette détermination, ne déplaira point aux Géomètres ; j'ai tâché de donner à cette analyse une notation simple, afin que les formules d'intégration qui en devoient être revêtues, fussent par tout assujetties à une marche régulière & uniforme, & par conséquent facile à saisir ; & c'est ce que je fais voir en appliquant ces formules à des exemples dans lesquels j'ai tout-à-fait développé quelques termes de l'intégrale demandée, aussi-bien que de l'équation correspondante de condition. Au reste l'idée de tout ce travail m'a été fournie par la méthode d'intégration que j'ai employée dans mon essai sur la théorie des équations

linéaires, dont la première partie se trouve imprimée dans le Tome X des Commentaires de l'Institut de Bologne; mais quoique cette méthode soit générale relativement à la nature de ces équations, elle est cependant entièrement dépendante des formules que je vais donner dans ce Mémoire, ainsi que les Géomètres qui voudront bien parcourir ces deux écrits, s'en aperçevront sans peine.

Tels sont les objets que j'ai tâché de remplir dans ces recherches que j'ai l'honneur de soumettre au jugement de l'Académie Royale des Sciences de Turin. Si cette illustre Compagnie daigne les recevoir avec indulgence, je lui présenterai dans la suite l'application de ces formules à différentes branches d'équation différentielles.

Première Partie

1. Premier cas, où l'on regarde l'équation différentielle proposée de l'ordre n comme une différentielle incomplète; je remarque d'abord, pour ne point compliquer inutilement les calculs, qu'une fonction différentielle qui contient des différentielles du second, troisième, quatrième &c. ordre, n'a aucune valeur déterminée à moins qu'on n'y prenne quelque différentielle première pour constante; il faut seulement excepter de cette règle les formules dans lesquelles les différentielles des ordres supérieurs n'existent qu'en apparence; ces formules sont parfaitement bien connues des Géomètres; car en y transformant toutes les variables en une seule, & en divisant par la dimension qu'on y trouve de la différentielle de la variable unique introduite, elles se réduisent à des expressions

finies ; il ne peut donc être question ici de pareilles formules ; & nous supposerons toujours dans celles que nous allons considérer, la différentielle de x constante.

Soit l'équation $Z=0$; Z une fonction quelconque des variables y, x, u, u', &c., & des rapports

$\frac{dy}{dx}=p1$, $\frac{dp1}{dx}=p2$, $\frac{dp2}{dx}=p3$, $\frac{dp3}{dx}=p4$, ... $\frac{dp(n-1)}{dx}=p(n)$;

$\frac{du}{dx}=p1'$, $\frac{dp1'}{dx}=p2'$, $\frac{dp2'}{dx}=p3'$, ... $\frac{dp(n-1)'}{dx}=p(n)'$;

$\frac{du'}{dx}=p1''$, $\frac{dp1''}{dx}=p2''$, $\frac{dp2''}{dx}=p3''$, ... $\frac{dp(n-1)''}{dx}=p(n)''$ &c.

Ainsi une équation différentielle sera du premier, second, troisième, ... n^e ordre, suivant qu'elle contiendra pour la plus grande notation, l'expression $p1$, $p2$, $p3$, ... $p(n)$, & il faut remarquer qu'une équation différentielle qui est réellement de l'ordre m par exemple, ne peut contenir aucune puissance du rapport $p(m)$, autre que la première.

Soit $Zdx=dz$, c'est-à-dire Zdx égale à la différentielle d'une fonction z de l'ordre immédiatement inférieur ; on a multiplié Z par dx, parce qu'après avoir différencié z, il faut diviser tous les termes de dz par dx, afin d'y substituer les rapports $p1$, $p2$, $p3$, &c., $p1'$, $p2'$, $p3'$, &c. ; $p1''$, $p2''$, $p3''$, &c. aux rapports $\frac{dy}{dx}$, $\frac{dp1}{dx}$, $\frac{dp2}{dx}$; &c., $\frac{du}{dx}$, $\frac{dp1'}{dx}$, $\frac{dp2'}{dx}$, &c. ; $\frac{du'}{dx}$, $\frac{dp1''}{dx}$, $\frac{dp2''}{dx}$, &c. &c.

Il est évident que Z renfermant les rapports $p(n)$, $p(n)'$, $p(n)''$, &c., la fonction z, qui est de l'ordre immédiatement inférieur, ne renfermera pas ces mêmes rapports.

Nous aurons maintenant la fonction Z exprimée sous cette forme.

$$Z = \frac{1}{dx}dz = \frac{dz}{dx} + \frac{dz}{dy}p1 + \frac{dz}{dp1}p2 + \ldots + \frac{dz}{dp(n-1)}p(n)$$
$$\left.\begin{array}{l} \frac{dz}{du}p1' + \frac{dz}{dp1'}p2' + \ldots + \frac{dz}{dp(n-1)'}p(n)' \\ \frac{dz}{du'}p1'' + \frac{dz}{dp1''}p2'' + \ldots + \frac{dz}{dp(n-1)''}p(n)'' \\ \&c. \end{array}\right\} = 0 \quad (1)$$

Le nombre des termes de la première suite horizontale est $= n + 1$; celui des suites seconde, troisième &c. est $= n$; & le nombre des suites est égal à celui des variables moins une.

M. de Fontaine est, je crois, le premier qui a imaginé la notation précédente pour représenter les différentielles des fonctions de variables quelconques, & cette notation est de la plus haute importance dans toute l'analyse infinitésimale.

2. Maintenant afin que $Z = 0$ puisse exprimer l'équation proposée de l'ordre n, on mettra dans cette dernière pour $\frac{dy}{dx}$, &c. $\frac{du}{dx}$, &c. &c., les rapports $p1$, &c., $p1'$, &c. &c., puis on la multipliera par un facteur σ, fonction de x, y, u, u', &c.; & de $p1$, $p2$, &c. $p1'$, $p2'$, &c. &c., qui rende la proposée une différentielle exacte; après quoi l'on différenciera cette même équation; & l'on aura par exemple

$$\begin{array}{l} dZ = Bdx + Ady + A1dp1 + A2dp2 + A3dp3 + \ldots + A(n)dp(n) \\ \quad + A'du + A1'dp1' + A2'dp2' + A3'dp3' + \ldots + A(n)'dp(n)' \\ \quad + A''du' + A1''dp1'' + A2''dp2'' + A3''dp3'' + \ldots + A(n)''dp(n)'' \quad (2) \\ \&c. \end{array}$$

où le nombre de la première suite horizontale est $= n + 2$; celui des autres suites $= n + 1$; & le nombre des suites

qui entrent dans la fonction dZ est égal, comme ci-dessus, à celui des variables moins une.

3. Il faut remarquer que le facteur σ ne contiendra point les rapports $p\,(n)$, $p\,(n)'$, $p\,(n)''$, &c. puisque le coefficient du dernier terme de chaque suite de l'équation (1) ne peut renfermer aucun de ces rapports; en général le facteur qu'on suppose être disparu d'une manière quelconque, d'une équation proposeé de l'ordre n, lequel rendoit exacte cette même équation, ne peut contenir aucune différentielle de l'ordre n, ou aucun des rapports $p\,(n)$, $p\,(n)'$, &c.

4. Je prends maintenant la différentielle de l'équation (1), & je la compare terme à terme à l'équation (2), ce qui me donne cette suite d'équations

$$\mathrm{B} = \frac{1}{dx}\, d\, \frac{dz}{dz}$$

$$\mathrm{A} = \frac{1}{dx}\, d\, \frac{dz}{dy}$$

$$\mathrm{A1} = \frac{dz}{dy} + \frac{1}{dx}\, d\, \frac{dz}{dp1}$$

$$\mathrm{A2} = \frac{dz}{dp1} + \frac{1}{dx}\, d\, \frac{dz}{dp2}$$

$$\vdots$$

$$\mathrm{A}(n-1) = \frac{dz}{dp\,(n-2)} + \frac{1}{dx}\, d\, \frac{dz}{dp(n-1)}$$

$$\mathrm{A}\,(n) = \frac{dz}{dp\,(n-1)}$$

Et

$$A' = \frac{1}{dx} d \frac{dz}{du}$$

$$A1' = \frac{dz}{du} + \frac{1}{dx} d \frac{dz}{dp1'}$$

$$\vdots$$

$$A(n)' = \frac{dz}{dp(n-1)'}$$

Et

$$A'' = \frac{1}{dx} d \frac{dz}{du'}$$

$$A1'' = \frac{dz}{du'} + \frac{1}{dx} d \frac{dz}{dp1''}$$

$$\vdots$$

$$A(n)'' = \frac{dz}{dp(n-1)''}$$

&c.

Si l'on considère maintenant la valeur des coefficiens A, A1, A2, ... A (n), on voit qu'en retranchant successivement avec des signes alternes, la différentielle divisée par dx de la valeur de chaque coefficient, de la différentielle de l'ordre immédiatement inférieur de la valeur du coefficient précédent, on a une suite de termes qui s'anéantissent mutuellement; l'ordre des différentiations à faire suit celui des notations A1, A2, A3, ... A (n) en sorte que la différentielle du coefficient A1, sera une différentielle première; celle du coefficient A2, une différentielle seconde, & ainsi de suite, & on en dira autant à l'égard des dimensions de dx, par lesquelles il faut diviser les différentielles mentionnées; cela fait, on aura

$$\left.\begin{array}{l} A - \frac{1}{dx} dA1 + \frac{1}{dx^2} d^2A2 - \frac{1}{dx^3} d^3A3 + \ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^n} d^n A(n) = 0 \\ A' - \frac{1}{dx} dA1' + \frac{1}{dx^2} d^2A2' - \frac{1}{dx^3} d^3A3' + \ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^n} d^n A(n)' = 0 \\ A'' - \frac{1}{dx} dA1'' + \frac{1}{dx^2} d^2A2'' - \frac{1}{dx^3} d^3A3'' + \ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^n} d^n A(n)'' = 0 \\ \&c. \end{array}\right\} (3)$$

Ces équations renferment la valeur du facteur σ.

Le nombre des termes de chaque équation est évidemment $= n + 1$; le dernier terme est positif ou négatif suivant que n est un nombre pair ou impair; & il y a autant d'équations que de variables moins une.

On a nommé ces équations, *équations de condition*, parce qu'elles expriment les relations qui doivent avoir lieu entre les coefficiens de la différentielle de la proposée de l'ordre n, pour que cette dernière soit une différentielle exacte.

5. Ainsi pour trouver les équations de condition (3) d'une équation différentielle quelconque proposée, il faudra s'y prendre comme il suit; on préparera d'abord la proposée suivant la manière prescrite au N.° 2, savoir on y mettra pour $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, &c., &c. les expressions $p1$, $p2$, &c., &c., après quoi on la multipliera par un facteur σ afin de la rendre une différentielle exacte, cela fait, on différenciera cette équation pour avoir la valeur des fonctions A, A1, A2, &c., valeur que nous avons donnée au N.° 4, connoissant A, A1, A2, &c. qui sont les coefficiens des termes de la différentielle de la proposée, on formera facilement les équations de condition demandées (3).

6. Puis donc que les équations (3) résultent des différentielles successives des coefficiens successifs de l'équation (2), il semble d'abord que pour chercher les équations de condition qui répondent à une équation différentielle proposée, il semble, dis-je, qu'on devroit regarder pour plus de simplicité la proposée, comme exprimée, non sous la forme de l'équation (1), mais sous celle de l'équation (2), ce qui conduiroit sur le champ, sans avoir recours au procédé du N.° précédent, aux équations de condition (3); mais cette marche seroit évidemment fautive, à moins que l'équation proposée ne fût exacte par elle-même, aussi-bien que son intégrale de l'ordre immédiatement inférieur; ainsi pour rendre intégrable la proposée, en la multipliant par un facteur σ, il faut suivre la méthode précédente, & alors l'on obtiendra les équations de condition (3); en effet l'équation (2) est la différentielle d'une équation différentielle de l'ordre immédiatement inférieur, déjà rendue exacte; or le même facteur σ ne peut pas avoir la propriété de rendre à la fois intégrables, & l'équation différentielle proposée, & la différentielle de l'ordre immédiatement inférieur.

7. Je prends par le moyen des égalités du N.° 4, la valeur de chaque coefficient de l'équation (1), en commençant par celui de $p1$, & j'ai

$$\frac{dz}{dy} = A1 - \frac{1}{dx} d.A2 + \frac{1}{dx^2} d^2A3 - \frac{1}{dx^3} d^3A4 - \&c. = A1.1$$

$$\frac{dz}{dp1} = A2 - \frac{1}{dx} d.A3 + \frac{1}{dx^2} d^2A4 - \frac{1}{dx^3} d^3A5 - \&c. = A2.1$$

$$\frac{dz}{dp2} = A3 - \frac{1}{dx} d.A4 + \frac{1}{dx^2} d^2A5 - \frac{1}{dx^3} d^3A6 - \&c. = A3.1$$

$$\vdots$$

$$\frac{dz}{dp(n-2)} = A(n-1) - \frac{1}{dx} d.A(n) = A(n-1).1$$

$$\frac{dz}{dp(n-1)} = A(n) = A(n).1$$

Et

$$\frac{dz}{du} = A1' - \frac{1}{dx} d.A2' + \frac{1}{dx^2} d^2A3' - \&c. = A1'.1$$

$$\frac{dz}{dp1'} = A2' - \frac{1}{dx} d.A3' + \frac{1}{dx^2} d^2A4' - \&c. = A2'.1$$

$$\vdots$$

$$\frac{dz}{dp(n-1)'} = A(n)' = A(n)'.1$$

Et

$$\frac{dz}{du'} = A1'' - \frac{1}{dx} d.A2'' + \frac{1}{dx^2} d^2A3'' - \&c. = A1''.1$$

$$\vdots$$

$$\frac{dz}{dp(n-1)''} = A(n)'' = A(n)''.1$$

Si l'on substitue ces valeurs dans l'équation (1) multipliée par dx, & si on en prend ensuite l'intégrale, on aura

$$z = \int Z\,dx = \int \Big(\tfrac{dz}{dx}\,dx + A1.1\,dy + A2.1\,dp1 + A3.1\,dp2 + \ldots\ldots + A(n-1).1\,dp(n-2) + A(n).1\,dp(n-1)$$
$$+ A1'.1\,du + A2'.1\,dp1' + \ldots\ldots + A(n)'.1\,dp(n-1)'$$
$$+ A1''.1\,du' + A2''.\,dp1'' + \ldots\ldots + A(n)''.1\,dp(n-1)''$$
$$+ \&c. \Big) = k \qquad (4)$$

C'est l'expression de l'intégrale première complète de la proposée, qui est, comme l'on voit, une équation différentielle de l'ordre $n - 1$.

J'ai laissé dans l'équation précédente le coefficient de dx sous sa forme naturelle, parce qu'on ne peut en exprimer la valeur de la même manière qu'on a fait à l'égard des coefficiens suivans; car si de $\frac{1}{dx}\,d\,\frac{dz}{dx} = B$, l'on tire $\frac{dz}{dx} = \int B\,dx$, il est évident que cette valeur $\int B\,dx$ n'est pas le coefficient de dx dans l'équation (1), mais qu'elle donne toute l'équation (1), en y ajoutant les fonctions qui tiennent lieu de constantes.

8. Pour rendre intégrable l'équation précédente (4) il est nécessaire de la multiplier par un facteur $\sigma 1$, tel qu'il rende $\sigma 1 z\,dx$ une différentielle exacte de $z^{[1]}$ fonction de l'ordre immédiatement inférieur; $z^{[1]}$ & $\sigma 1$ ne renfermeront point les rapports $p\,(n-1)$, $p\,(n-1)'$, $p\,(n-1)''$, &c., l'équation (4) deviendra

$$\sigma 1 z = \sigma 1 \int Z\,dx = \sigma 1 \int \Big(\tfrac{dz}{dx}\,dx + A1.1\,dy + A2.1\,dp1 + \ldots + A(n-1).1\,dp(n-2) + A(n).1\,dp(n-1)$$
$$+ A1'.1\,du + A2'.1\,dp1' + \ldots + A(n-1)'.1\,dp(n-2)' + A(n)'.1\,dp(n-1)'$$
$$+ A1''.1\,du' + A2''.1\,dp1'' + \ldots\ldots\ldots\ldots + A(n)''.1\,dp(n-1)''$$
$$+ \&c. \Big) = k\sigma 1 \qquad (5)$$

La fonction $dz^{[1]}$ aura cette forme

$$\sigma 1 z = \frac{1}{dx} dz^{[1]} = \frac{dz^{[1]}}{dx} + \frac{dz^{[1]}}{dy} p1 + \frac{dz^{[1]}}{dp1} p2 + \ldots + \frac{dz^{[1]}}{dp(n-2)} p(n-1)$$

$$+ \frac{dz^{[1]}}{du} p1' + \frac{dz^{[1]}}{dp1'} p2' + \ldots + \frac{dz^{[1]}}{dp(n-2)'} p(n-1)'$$

$$(5) \quad + \frac{dz^{[1]}}{du'} p1'' + \frac{dz^{[1]}}{dp1''} p2'' + \ldots + \frac{dz^{[1]}}{dp(n-2)''} p(n-1)''$$

$$+ \&c. = K\sigma 1 \qquad (6)$$

9. Si l'on différencie les deux expressions (5) & (6) de $\sigma 1 z$, & qu'on en compare ensuite les termes homogènes, on aura

$$\frac{1}{dx} d \frac{dz^{[1]}}{dy} = \sigma 1 A1.1 + z \frac{d\sigma 1}{dy}$$

$$\frac{dz^{[1]}}{dy} + \frac{1}{dx} d \frac{dz^{[1]}}{dp1} = \sigma 1 A2.1 + z \frac{d\sigma 1}{dp1}$$

$$\vdots$$

$$\frac{dz^{[1]}}{dp(n-3)} + \frac{1}{dx} d \frac{dz^{[1]}}{dp(n-2)} = \sigma 1 A(n-1).1 + z \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}$$

$$\frac{dz^{[1]}}{dp(n-2)} = \sigma 1 A(n).1$$

Et

$$\frac{1}{dx} d \frac{dz^{[1]}}{du} = \sigma 1 A1'.1 + z \frac{d\sigma 1}{du}$$

$$\frac{dz^{[1]}}{du} + \frac{1}{dx} d \frac{dz^{[1]}}{dp1'} = \sigma 1 A2'.1 + z \frac{d\sigma 1}{dp1'}$$

$$\vdots$$

$$\frac{dz^{[1]}}{dp(n-2)'} = \sigma 1 A(n)'.1$$

Et

$$\frac{1}{dx} d \frac{dz^{[1]}}{du'} = \sigma 1 A1''.1 + z \frac{d\sigma 1}{du'}$$

$$\frac{dz^{[1]}}{du'} + \frac{1}{dx} d \frac{dz^{[1]}}{dp1''} = \sigma 1 A2''.1 + z \frac{d\sigma 1}{dp1''}$$

$$\vdots$$

$$\frac{dz^{[1]}}{dp(n-2)''} = A(n)''.1.\sigma 1.$$

&c. &c.

D'où l'on tire, en raisonnant sur ces équations, comme nous l'avons fait à l'égard de celles du N.° 4,

$$\left.\begin{array}{l}
(\sigma 1 A1.1 + z\frac{d\sigma 1}{dy}) - \frac{1}{dx} d.(A2.1.\sigma 1 + z\frac{d\sigma 1}{dp1}) + \frac{1}{dx^2} d^2.(A3.1.\sigma 1 + z\frac{d\sigma 1}{dp2}) \\
-\frac{1}{dx^3} d^3 (A4.1.\sigma 1 + z\frac{d\sigma 1}{dp3}) + \ldots\ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^{n-1}} d^{n-1} A(n).1.\sigma 1 = 0 \\
(\sigma 1 A1'.1 + z\frac{d\sigma 1}{du}) - \frac{1}{dx} d.(A2'.1.\sigma 1 + z\frac{d\sigma 1}{dp1'}) + \ldots\ldots + \&c. = 0 \\
(\sigma 1 A1''.1 + z\frac{d\sigma 1}{du'}) - \frac{1}{dx} d.(A2''.1.\sigma 1 + z\frac{d\sigma 1}{dp1''}) + \ldots\ldots + \&c. = 0 \\
\&c.
\end{array}\right\} (7)$$

Ces équations renferment la valeur du facteur $\sigma 1$; leur nombre est égal à celui des variables moins une; sous cette forme, elles contiennent, chacune en particulier autant de termes, que d'unités entrent dans n; les signes y alternent, & le dernier terme est positif ou négatif suivant que n est impair ou pair.

10. Je prends de la même manière que ci-dessus la valeur des coefficiens de l'équation (6), j'ai

$$\frac{dz^{[1]}}{dy} = (\sigma 1 A2.1 + z\frac{d\sigma 1}{dp1}) - \frac{1}{dx} d.(\sigma 1 A3.1 + z\frac{d\sigma 1}{dp2}) + \frac{1}{dx^2} d^2.(A4.1.\sigma 1 + z\frac{d\sigma 1}{dp3})$$
$$- \ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^{n-2}} d^{n-2}. A(n).1.\sigma 1 = A2.2$$

$$\frac{dz^{[1]}}{dp1} = (\sigma 1 A3.1 + z\frac{d\sigma 1}{dp2}) - \frac{1}{dx} d.(\sigma 1 A4.1 + z\frac{d\sigma 1}{dp3}) + \&c. = A3.2$$

$$\frac{dz^{[1]}}{dp2} = (\sigma 1 A4.1 + z\frac{d\sigma 1}{dp3}) - \frac{1}{dx} d.(\sigma 1 A5.1 + z\frac{d\sigma 1}{dp4}) + \&c. = A4.2$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\frac{dz^{[1]}}{dp(n-3)} = \left(\sigma 1 A(n-1).1 + z\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}\right) - \frac{1}{dx} d.A(n) 1.\sigma 1 = A(n-1).2$$

$$\frac{dz^{[1]}}{dp(n-2)} = A(n).1.\sigma 1 = A(n).2$$

Et

$$\frac{dz^{[1]}}{dx} = \left(\sigma 1 A2'.1 + z\frac{d\sigma 1}{dp1'}\right) - \frac{1}{dx} d.\left(\sigma 1 A3'.1 + z\frac{d\sigma 1}{dp2'}\right) + \&c. = A2'.2$$

$$\frac{dz^{[1]}}{dp1'} = \left(\sigma 1 A3'.1 + z\frac{d\sigma 1}{dp2'}\right) - \&c. = A3'.2$$

&c.

$$\frac{dz^{[1]}}{dp(n-2)'} = A(n)'.1.\sigma 1 = A(n)'.2$$

Et

$$\frac{dz^{[1]}}{dx'} = \left(\sigma 1 A2''.1 + z\frac{d\sigma 1}{dp1''}\right) - \&c. = A2''.2$$

$$\frac{dz^{[1]}}{dp1''} = \left(\sigma 1 A3''.1 + z\frac{d\sigma 1}{dp2''}\right) - \&c. = A3''.2$$

&c.

$$\frac{dz^{[1]}}{dp(n-2)''} = A(n)''.1.\sigma 1 = A(n)''.2$$

&c.

11. Si l'on substitue ces valeurs dans l'équation (6), on aura

$$\begin{aligned}\sigma 1 z = \frac{1}{dx} dz^{[1]} = \frac{dz^{[1]}}{dx} &+ A2.2p1 + A3.2p2 + A4.2p3 + \ldots + A(n-1).2p(n-2) + A(n).2p(n-1)\\ &+ A2'.2p1' + A3'.2p2' + \ldots\ldots\ldots\ldots + A(n)'.2p(n-1)'\\ &+ A2''.2p1'' + A3''.2p2'' + \ldots\ldots\ldots\ldots + A(n)''.2p(n-2)''\\ &+ \&c. = K\sigma 1 \qquad (8)\end{aligned}$$

Laquelle étant multipliée par dx, puis intégrée, donne

$$z^{[1]} = \int \sigma 1 z dx = \int \sigma 1 d x \int Z dx = \int \Big(\frac{dz^{[1]}}{dx} dx + A2 . 2dy + A3 . 2dp1 + A4 . 2dp2 + \ldots + A(n) . 2dp(n-2)$$
$$+ A2' . 2du + A3' . 2dp1' + \ldots + A(n)' . 2dp(n-2)'$$
$$+ A2'' \, 2du' + A3'' . 2dp1'' + \ldots + A(n)'' . 2dp(n-2)''$$
$$+ \&c \Big) = K1 + K \int \sigma 1 dx \qquad (9)$$

C'est l'expression de l'intégrale seconde complète de la proposée, qui est, comme l'on voit, une équation différentielle de l'ordre $n - 2$.

12. Afin de rendre l'intégrale précédente une différentielle exacte, je la multiplie par un facteur convenable $\sigma 2$, j'ai

$$\sigma 2 z^{[1]} = \sigma 2 \int \sigma 1 z dx = \sigma 2 \int \Big(\frac{dz^{[1]}}{dx} dx + A2 . 2dy + \ldots + A(n) . 2dp(n-2)$$
$$+ A2' . 2du + \ldots + A(n)' . 2dp(n-2)'$$
$$+ A2'' . 2du' + \ldots + A(n)'' . 2dp(n-2)''$$
$$+ \&c. \Big) = K1\sigma 2 + K\sigma 2 \int \sigma 1 dx \qquad (10)$$

Soit $\sigma 2 z^{[1]} dx$ la différentielle exacte d'une fonction $z^{[2]}$ de l'ordre immédiatement inférieur; on aura $\sigma 2 z^{[1]} dx = dz^{[2]}$, & $z^{[2]}$, ainsi que $\sigma 2$, ne renfermeront pas $p(n-2)$, $p(n-2)'$, $p(n-2)''$ &c.; or $dz^{[2]}$ aura cette forme

$$\sigma 2 z^{[1]} = \frac{1}{dx} dz^{[2]} = \frac{dz^{[2]}}{dx} + \frac{dz^{[2]}}{dy} p1 + \frac{dz^{[2]}}{dp1} p2 + \ldots + \frac{dz^{[2]}}{dp(n-3)} p(n-2)$$
$$+ \frac{dz^{[2]}}{du} p1' + \frac{dz^{[2]}}{dp1'} p2' + \ldots + \frac{dz^{[2]}}{dp(n-3)'} p(n-2)'$$
$$+ \frac{dz^{[2]}}{du'} p1'' + \frac{dz^{[2]}}{dp1''} p2'' + \ldots + \frac{dz^{[2]}}{dp(n-3)''} p(n-2)''$$
$$+ \&c. = K1\sigma 2 + K\sigma 2 \int \sigma 1 dx \qquad (11)$$

13. Si l'on différencie cette équation, aussi-bien que celle marquée (10), on aura, en comparant terme à terme

$$\frac{1}{dx} d \frac{dz^{[2]}}{dy} = \sigma 2A2.2 + z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dy}$$

$$\frac{dz^{[2]}}{dy} + \frac{1}{dx} d \frac{dz^{[2]}}{dp1} = \sigma 2A3.2 + z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp1}$$

$$\frac{dz^{[2]}}{dp1} + \frac{1}{dx} d \frac{dz^{[2]}}{dp2} = \sigma 2A4.2 + z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp2}$$

$$\vdots$$

$$\frac{dz^{[2]}}{dp(n-4)} + \frac{1}{dx} d \frac{dz^{[2]}}{dp(n-3)} = \sigma 2A(n-1).2 + z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)}$$

$$\frac{dz^{[2]}}{dp(n-3)} = \sigma 2A(n).2$$

Et

$$\frac{1}{dx} d \frac{dz^{[2]}}{du} = \sigma 2A2'.2 + z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{du}$$

$$\frac{dz^{[2]}}{du} + \frac{1}{dx} d \frac{dz^{[2]}}{dp1'} = \sigma 2A3'.2 + z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp1'}$$

&c.

$$\frac{dz^{[2]}}{dp(n-3)'} = \sigma 2A(n)'.2$$

Et

$$\frac{1}{dx} d \frac{dz^{[2]}}{du'} = \sigma 2A2''.2 + z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{du'}$$

$$\frac{dz^{[2]}}{du'} + \frac{1}{dx} d \frac{dz^{[2]}}{dp1''} = \sigma 2A3''.2 + z^{[2]} \frac{d\sigma 2}{dp1''}$$

&c.

$$\frac{dz^{[2]}}{dp(n-3)''} = \sigma 2 A(n)''.2$$

&c. D'où je tire les équations de condition

$$\left.\begin{array}{l}
\left(\sigma 2A2.2+z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dy}\right)-\frac{1}{dx}d\left(\sigma 2A3.2+z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp1}\right)+\frac{1}{dx^2}d^2\left(A4.2\sigma 2+z^{[1]}\frac{d\sigma}{dp2}\right)\\
-\ldots\ldots\mp\frac{1}{dx^{n-1}}d^{n-1}\left(\sigma 2A(n-1).2+z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)}\right)\pm\frac{1}{dx^{n-2}}d^{n-2}A(n).2\sigma 2=0\\
\left(\sigma 2A2'.2+z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{du}\right)-\frac{1}{dx}d\left(\sigma 2A3'.2+z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp1'}\right)+\ldots\ldots\pm\&c.=0\\
\left(\sigma 2A2''.2+z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{du'}\right)-\frac{1}{dx}d\left(\sigma 2A3''.2+z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp1''}\right)+\ldots\ldots\pm\&c.=0
\end{array}\right\}(12)$$

Ces séries renferment la valeur du facteur $\sigma 2$; chacune, en particulier est composée de $n-1$ termes; les signes y alternent; par conséquent le dernier terme est positif ou négatif, suivant que n est un nombre pair ou impair; & elles sont toujours en nombre égal à celui des variables moins une.

14. Je prends par le moyen des égalités du N.° 13 la valeur de chaque coefficient de l'équation (11), en commençant toujours par celui de $p1$, j'ai

$$\frac{dz^{[2]}}{dy}=\left(\sigma 2A3.2+z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp1}\right)-\frac{1}{dx}d.\left(\sigma 2A4.2+z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp2}\right)+\ldots\pm\&c.=A3.3$$

$$\frac{dz^{[2]}}{dp1}=\left(\sigma 2A4.2+z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp2}\right)-\ldots\ldots\ldots\ldots\pm\&c.=A4.3$$

$$\frac{dz^{[2]}}{dp2}=\left(\sigma 2A5.2+z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp3}\right)-\ldots\ldots\ldots\ldots\pm\&c.=A5.3$$

$$\vdots$$

$$\frac{dz^{[2]}}{dp(n-4)} = \left(\sigma 2A(n-1).2 + z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)}\right) - \frac{1}{dx}d.\sigma 2A(n).2 = A(n-1).3$$

$$\frac{dz^{[2]}}{dp(n-3)} = \sigma 2A(n).2 = A(n).3$$

Et

$$\frac{dz^{[2]}}{du} = \left(\sigma 2A3'.2 + z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp1'}\right) - \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \pm \&c. = A3'.3$$

$$\frac{dz^{[2]}}{dp1'} = \left(\sigma 2A4'.2 + z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp2'}\right) - \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \pm \&c. = A4'.3$$

&c.

$$\frac{dz^{[2]}}{dp(n-3)'} = \sigma 2A(n)'.2 = A(n)'.3$$

Et

$$\frac{dz^{[2]}}{du'} = \left(\sigma 2A3''.2 + z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp1''}\right) - \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \pm \&c. = A3''.3$$

$$\frac{dz^{[2]}}{dp1''} = \left(\sigma 2A4''.2 + z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp2''}\right) - \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \pm \&c. = A4''.3$$

&c.

$$\frac{dz^{[2]}}{dp(n-3)''} = \sigma 2A(n)''.2 = A(n)''.3$$

&c.

Si l'on substitue ces valeurs dans l'équation (11), on aura

$$\begin{aligned}\sigma 2z^{[1]} = \frac{1}{dx}dz^{[2]} = \frac{dz^{[2]}}{dx} &+ A3.3p1 + A4.3p2 + \ldots + A(n-1).3p(n-3) + A(n).3p(n-2)\\ &+ A3'.3p1' + A4'.3p2' + \ldots + A(n-1)'.3p(n-3)' + A(n)'.3p(n-2)'\\ &+ A3''.3p1'' + A4''.3p2'' + \ldots + A(n-1)''.3p(n-3)'' + A(n)''.3p(n-2)''\\ &+ \&c. = k1\sigma 2 + k\sigma 2\textstyle\int\sigma 1dx \qquad (13)\end{aligned}$$

Qui étant multipliée par dx, puis intégrée, donne

$$z^{[2]} = \int \sigma 2 z^{[1]} dx = \int \sigma 2 dx \int \sigma 1 z dx = \int \sigma 2 dx \int \sigma 1 dx \int Z dx =$$

$$\begin{aligned}\int \Big(\tfrac{dz^{[2]}}{dx} dx &+ A3 \,.\, 3dy + A4 \,.\, 3dp1 + \ldots + A(n-1) \,.\, 3dp(n-4) + A(n) \,.\, 3dp(n-3) \\ &+ A3' \,.\, 3du + A4' \,.\, 3dp1' + \ldots\ldots\ldots\ldots + A(n)' \,.\, 3dp(n-3)' \\ &+ A3'' \,.\, 3du' + A4'' \,.\, 3dp1'' + \ldots\ldots\ldots\ldots + A(n)'' \,.\, 3dp(n-3)'' \\ &+ \&c. \Big) = k2 + k1 \int \sigma 2 dx + k \int \sigma 2 dx \int \sigma 1 dx \qquad (14)\end{aligned}$$

C'est l'expression de l'intégrale troisième complète de la proposée (1), qui est une équation différentielle de l'ordre $n - 3$.

15. En descendant ainsi de l'intégrale troisième aux intégrales quatrième, cinquième ...... m^e, on aura, en nommant $\sigma(m-1) z^{[m-2]} dx$ la différentielle exacte d'une fonction $z^{[m-1]}$ de l'ordre immédiatement inférieur, on aura, dis-je, $\sigma(m-1) z^{[m-2]} dx = dz^{[m-1]}$, & il est clair, d'après ce qui précède que $\sigma(m-1)$ & $z^{[m-1]}$ ne renfermeront pas les variables $p(n-m+1)$, $p(n-m+1)'$, $p(n-m+1)''$, &c., on trouvera donc, en conservant les notations que nous avons adoptées,

$$z^{[m-1]} = \int \sigma(m-1) z^{[m-2]} dx = \int \sigma(m-1) dx \int \sigma(m-2) z^{[m-3]} dx = \ldots\ldots$$

$$= \int \sigma(m-1) dx \int \sigma(m-2) dx \int \sigma(m-3) dx \ldots\ldots \int \sigma 1 dx \int Z dx =$$

$$\begin{aligned}\int \Big(\frac{dz^{[m-1]}}{dx} dx &+ A(m)(m) dy + A(m+1)(m) dp1 + A(m+2)(m) dp2 \\ &+ \ldots\ldots + A(n-1)(m) dp(n-m-1) + A(n)(m) dp(n-m) \\ &+ A(m)'(m) du + A(m+1)'(m) dp1' + \ldots\ldots + A(n)'(m) dp(n-m)' \\ &+ A(m)''(m) du' + A(m+1)''(m) dp1'' + \ldots\ldots + A(n)''(m) dp(n-m)'' \\ &+ \&c. \Big) = k(m-1) + k(m-2) \int \sigma(m-1) dx + k(m-3) \int \sigma(m-1) dx \int \sigma(m-2) dx \\ &+ k(m-4) \int \sigma(m-1) dx \int \sigma(m-2) dx \int \sigma(m-3) dx + \ldots\ldots \\ &+ k \int \sigma(m-1) dx \int \sigma(m-2) dx \ldots \int \sigma 1 dx \qquad (15)\end{aligned}$$

C'est l'expression demandée de l'intégrale m^e complète de la proposée (1) de l'ordre n, qui est évidemment une équation différentielle de l'ordre $n - m$.

16. On voit sur le champ la loi qui règne entre les différens termes de l'intégrale générale précédente ; il y a autant de séries sous le signe d'intégration que la proposée contient de variables moins une ; sous ce même signe le plus haut degré de différenciation est donné par la notation du dernier terme de chaque série, & il est égal par conséquent à $n - m + 1$; le nombre des termes de chaque suite est, en faisant abstraction dans la première du coefficient de dx, $= n - m + 1$: le second membre est composé de m termes qui renferment les m arbitraires lesquelles rendent complète cette intégrale ; chaque terme de ce second membre renferme autant de fois le signe d'intégration, que d'unités moins une, sont contenues dans le nombre qui en exprime le rang, ainsi le dernier ou m^e terme renfermera $m - 1$ fois ce même signe.

17. On trouvera avec la même facilité que les équations de condition, nécessaires pour que l'équation de l'ordre immédiatement supérieur $n - m + 1$ ait une intégrale (15) de l'ordre $n - m$, seront

$$\left.\begin{array}{l}\left(\sigma(m-1)A(m-1)(m-1)+z^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dy}\right)-\frac{1}{dx}d\left(\sigma(m-1)A(m)(m-1)+z^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dp1}\right)\\ +\frac{1}{dx^2}d^2\left(A(m+1)(m-1)\sigma(m-1)+z^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dp2}\right)-\ldots\mp\frac{1}{dx^{n-m}}d^{n-m}\left(\sigma(m-1)A(n-1)(m-1)\right.\\ \left.+z^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m)}\right)\pm\frac{1}{dx^{n-m+1}}d^{n-m+1}\,\sigma(m-1)\,A(n)\,(m-1)=0\\ \left(\sigma(m-1)A(m-1)'.(m-1)+z^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{du}\right)-\ldots\ldots\pm\&c.=0\\ \left(\sigma(m-1)A(m-1)''.(m-1)+z^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{du'}\right)-\ldots\ldots\pm\&c.=0\\ \&c.\end{array}\right\}(16)$$

18. Ces équations renferment la valeur du facteur $\sigma(m-1)$; leur nombre est constamment égal à celui des variables moins une; chacune, sous la forme indiquée, est composée de $n-m+2$ termes; les signes y alternent; par conséquent le dernier terme est positif ou négatif suivant que $n-m+2$ est un nombre impair ou pair; & le plus haut dégré de différenciation est de l'ordre immédiatement supérieur à celui de l'intégrale générale (15), $=n-m+1$.

19. Il est aisé maintenant de trouver l'expression de l'intégrale fixe & complète de la proposée (1); il suffit pour cet objet de mettre n pour m dans les expressions qui entrent dans l'équation générale (15), qui deviendra par cette substitution

$$z^{[n-1]}=\int\sigma(n-1)z^{[n-2]}dx\ldots=\int\left(\frac{dz^{[n-1]}}{dx}dx+A(n).(n)dy+A(n)'.(n)du+A(n)''.(n)du'+\&c\right)=K(n-1)+K(n-2)\int\sigma(n-1)dx+\ldots+K\int\sigma(n-1)dx\int\sigma(n-2)dx\ldots\int\sigma 1dx \quad (17)$$

Et l'on aura pour les équations de condition

$$\left.\begin{array}{l}\sigma(n-1)A(n-1).(n-1)+z^{[n-2]}\frac{d\sigma(n-1)}{dy}-\frac{1}{dx}d.\sigma(n-1)A(n).(n-1)=0\\ \sigma(n-1)A(n-1)'.(n-1)+z^{[n-2]}\frac{d\sigma(n-1)}{du}-\frac{1}{dx}d.\sigma(n-1)A(n)'.(n-1)=0\\ \sigma(n-1)A(n-1)''.(n-1)+z^{[n-2]}\frac{d\sigma(n-1)}{du'}-\frac{1}{dx}d.\sigma(n-1)A(n)''.(n-1)=0\\ \&c.\end{array}\right\}(18)$$

Telles sont les formules générales d'intégration pour les équations différentielles des ordres quelconques, que nous nous étions proposé de trouver dans la première partie de notre problème général; mais elles présentent beaucoup de remarques & de développemens très-importans à faire, dont nous nous occuperons dès que la seconde hypothèse de la question proposée sera résolue.

20. Dans cette seconde hypothèse l'on doit regarder l'équation proposée (1), aussi-bien que ses intégrales successives, comme des différentielles complètes; alors on donnera à la proposée la forme prescrite au N° 2, sans la multiplier cependant par le facteur σ; & les équations (3), où l'on aura fait $\sigma = 1$, auront lieu en même tems; ainsi l'intégrale première complète de cette équation sera l'équation (4) où σ devient $= 1$; zdx sera simplement par l'hypothèse, la différentielle exacte d'une fonction $z^{[1]}$ de l'ordre immédiatement inférieur; & z sera exprimée par l'équation (6), où $\sigma 1 = 1$; par conséquent toutes les différences partielles de $\sigma 1$, qui entrent dans les seconds membres des égalités du N.° 8, seront nulles ou $= 0$; donc les équations de condition (7) deviendront, en mettant pour $A1.1$; $A2.1$; &c. leurs valeurs

$A1 - \frac{1}{dx} dA2 + \&c.$, $A2 - \frac{1}{dx} dA3 + \&c.$, &c., & en faisant attention que

$$A1.1 - \frac{1}{dx} d.A2.1 + \frac{1}{dx^2} d^2.A3.1 - \&c. =$$

$$A1 - \frac{1}{dx} d\,A2 + \frac{1}{dx^2} d^2 A3 - \frac{1}{dx^3} d^3 A4 + \&c.$$

$$- \frac{1}{dx} d.(A2 - \frac{1}{dx} d.A3 + \&c.)$$

$$+ \frac{1}{dx^2} d^2 (A3 - \frac{1}{dx} d.A4 + \&c.)$$

$$+ \&c. = A1 - \frac{2}{dx} dA2 + \frac{3}{dx^2} d^2 A3 - \&c.,$$

deviendront, dis-je,

$$\left.\begin{array}{l} A1 - \frac{2}{dx} dA2 + \frac{3}{dx^2} d^2 A3 - \frac{4}{dx^3} d^3 A4 + \ldots\ldots \pm \&c. = 0 \\ A1' - \frac{2}{dx} dA2' + \frac{3}{dx^2} d^2 A3' - \ldots\ldots\ldots\ldots \pm \&c. = 0 \\ A1'' - \frac{2}{dx} dA2'' + \frac{3}{dx^2} d^2 A3'' - \ldots\ldots\ldots\ldots \pm \&c. = 0 \\ \&c. \end{array}\right\} (19)$$

Et l'équation intégrale (9) deviendra

$$z^{[1]} = \int z dx = \int dx \int Z dx = \int \Big(\frac{dz^{[1]}}{dx} dx + (A2 - \frac{2}{dx} dA3 + \frac{3}{dx^2} d^2 A4 - \&c.)\, dy$$
$$+ (A3 - \frac{2}{dx} dA4 + \&c.)\, dp1$$
$$+ (A4 - \frac{2}{dx} dA5 + \&c.)\, dp2$$
$$+ \&c.$$
$$+ A(n) dp(n-2).$$
$$+ (A2' - \frac{2}{dx} dA3' + \&c.)\, du$$
$$+ (A3' - \frac{2}{dx} dA4' + \&c.)\, dp1'$$
$$+ \&c.$$
$$+ A(n)' dp(n-2)'.$$

$$+ (A2'' - \frac{2}{dx} dA4'' + \&c.) du'$$
$$+ \&c.$$
$$+ A(n)'' dp\, (n-2)''.$$
$$\&c. \qquad) = k1 + kx, \quad (20)$$

En réduisant les équations (12), comme nous avons réduit les équations (7), on trouvera qu'elles se transforment en celles-ci

$$\left.\begin{array}{l} A2 - \frac{3}{dx} dA3 + \frac{6}{dx^2} d^2 A4 - \frac{10}{dx^3} d^3 A5 + \&c. = 0 \\ A2' - \frac{3}{dx} dA3' + \frac{6}{dx^2} d^2 A4' - \&c. = 0 \\ A2'' - \frac{3}{dx} dA3'' + \frac{6}{dx^2} d^2 A4'' - \&c. = 0 \\ \&c. \end{array}\right\} (21)$$

M. De-Condorcet a démontré les équations précédentes aussi-bien que celles marquées (3) pour le cas de $\sigma = 1$, dans son excellent ouvrage, sur le calcul intégral.

21. Maintenant l'équation intégrale troisième complète (14) de la proposée (1), devient

$$z^{[2]} = \int z^{[1]} dx = \int dx \int z dx = \int dx \int dx \int Z dx = \int \Big(\frac{dz^{[2]}}{dx} dx$$
$$+ (A3 - \frac{3}{dx} d.A4 + \frac{6}{dx^2} d^2.A5 - \&c.) dy$$
$$+ (A4 - \frac{3}{dx} d.A5 + \&c.) dp1 + \&c. + A(n)\, dp\, (n-3)$$
$$+ (A3' - \frac{3}{dx} dA4' + \&c.) du$$
$$+ \&c. + A(n)' dp\, (n-3)'.$$
$$+ (A3'' - \frac{3}{dx} dA4'' + \&c.) du'$$
$$+ \&c. + A(n)'' dp\, (n-3)''$$
$$\&c. \Big) = k2 + k1x + kx^2 \qquad (22)$$

22. Si l'on descend, ainsi que nous l'avons fait au N.° 15, de l'intégrale troisième aux intégrales 4.^{me}, 5.^{me}, ... m^e, on aura, en nommant $z^{[m-n]}dx$ la différentielle d'une fonction $z^{[m-1]}$ de l'ordre immédiatement inférieur, $z^{[m-2]}dx = dz^{[m-1]}$, & $Zdx^m = d^m z^{[m-1]}$; ainsi Z sera la différentielle m^e d'une fonction $z^{[m-1]}$ d'un ordre inférieur de m unités; & puisque les coefficiens numériques qui entrent dans les termes des coefficiens des intégrales première, seconde, troisième, ... &c. de la proposée, aussi-bien que ceux des termes des équations de condition qui répondent aux mêmes intégrales, sont les nombres ordinaux de l'ordre premier, second, troisième, ... &c., on trouvera que l'expression (15) de l'intégrale m^e complète de la proposée, devient en ce cas

$$z^{[m-1]} = \int z^{[m-2]}dx = ... = \int dx \int dx ..... \int Zdx = \int\Big(\frac{dz^{[m-1]}}{dx}dx$$

$$+ \Big(A(m) - \frac{m}{dx}dA(m+1) + \frac{m(m+1)}{1.2dx^2}d^2A(m+2)$$

$$- \frac{m(m+1)(m+2)}{1.2.3dx^3}d^3A(m+3) + ... \pm \frac{m(m+1)(m+2)....(n-1)}{1.2.3....(n-m)dx^{n-m}}d^{n-m}A(n)\Big)dy$$

$$+ \Big(A(m+1) - \frac{m}{dx}dA(m+2) + \&c.\Big)dp1 + \Big(A(m+2)$$

$$- \frac{m}{dx}dA(m+3) + \&c.\Big)dp2 + \&c. + \Big(A(n-1) - \frac{m}{dx}dA(n)\Big)$$

$$dp(n-(m+1)) + A(n)dp(n-m) + \Big(A(m)' - \frac{m}{dx}dA(m+1)'$$

$$+ \&c.\Big)du + \&c. + A(n)'dp(n-m)' + \Big(A(m)'' - \frac{m}{dx}dA(m+1)''$$

$$+ \&c.\Big)du' + \&c. + A(n)''dp(n-m)''$$

$$+ \&c.\Big) = k(m-1) + k(m-2)x + k(m-3)x^2 + ... + kx^{m-1} \quad (23)$$

Nous avons déjà remarqué que les coefficiens numériques qui entrent dans les différens termes des coefficiens de dy, $dp1$, $dp2$, ... $dp(n-m)$, suivent la progression des nombres ordinaux de l'ordre m; or l'on sait qu'un nombre quelconque N de l'ordre m & du rang $n1$, est $N = \frac{m(m+1)(m+2)\ldots\ldots(m+n1-2)}{1.2.3\ldots\ldots(n1-1)}$; donc si l'on fait successivement $n1 = 2, 3, 4$, &c., on aura le second, troisième, quatrième, &c. terme numérique des coefficiens mentionnés; par conséquent le coefficient du dernier terme du coefficient de dy, sera, en faisant dans l'expression de N, $n1 = n - m + 1$, $N = \frac{m(m+1)\ldots(n-1)}{1.2.\ldots.(n-m)}$.

23. Les équations de condition (16) deviendront

$$\left.\begin{array}{l} A(m-1) - \frac{m}{dx} dA(m) + \frac{m(m+1)}{1.2dx^2} d^2A(m+1) - \frac{m(m+1)(m+2)}{1.2.3dx^3} d^3A(m+2) \\ + \ldots\ldots \pm \frac{m(m+1)(m+2)\ldots(n)}{1.2.3\ldots(n-m+1)dx^{n-m+1}} d^{n-m+1} A(n) = 0 \\ A(m-1)' - \frac{m}{dx} dA(m)' + \ldots\ldots\ldots + \&c. = 0 \\ A(m-1)'' - \frac{m}{dx} dA(m)'' + \ldots\ldots\ldots + \&c. = 0 \\ \&c. \end{array}\right\} (24)$$

On obtiendra de la même manière au moyen de l'équation (17), l'équation qui, dans cette hypothèse, exprime l'intégrale finie & complète de la proposée, savoir l'équation

$$z^{[n-1]} = \int z^{[n-2]} dx = \ldots = \int\left(\frac{dz^{[n-1]}}{dx} dx + A(n)\,dy + A(n)'du + A(n)''du' + \&c.\right) = k(n-1) + k(n-2)x + k(n-3)x^2 + \ldots + kx^{n-1}, \quad (25)$$

Et les équations (18) deviendront ici

$$\left.\begin{array}{l} A(n-1) - \frac{n}{dx}\, dA(n) = 0 \\ A(n-1)' - \frac{n}{dx}\, dA(n)' = 0 \\ A(n-1)'' - \frac{n}{dx}\, dA(n)'' = 0 \\ \&c. \end{array}\right\} \quad (26)$$

Mais on n'aura pas souvent l'occasion de faire usage des formules que nous venons d'obtenir dans l'hypothèse que la proposée soit une différentielle exacte, aussi-bien que ses intégrales successives : c'est donc aux équations fondamentales (15) & (16) que nous devons diriger nos efforts, afin de parvenir, autant que cela est possible, à leur résolution.

24. Il se peut qu'une équation différentielle quelconque proposée soit exacte pendant le cours d'un certain nombre d'intégrales successives, & qu'après ce nombre d'intégrales, elle cesse d'être complète ; si l'on demandoit quelle seroit en ce cas l'intégrale m^e de cette équation, on la trouveroit facilement en y appliquant les formules convenables à l'hypothèse qui répond à l'intégrale demandée : tant que les équations de condition que nous venons de trouver en dernier lieu, subsisteront, ce sera toujours une preuve que les intégrales successives de la proposée, sont des différentielles exactes : en général quelque soit le cours, interrompu ou non, d'intégrales successives d'une équation différentielle proposée, lesquelles soient ou ne soient pas exactes, on pourra s'assurer à l'aide des formules précédentes, de l'existence de l'une ou de l'autre de ces deux conditions, & trouver en conséquence l'expression demandée de l'intégrale de l'ordre $n-m$ de la proposée.

SECONDE PARTIE

25. Il s'agit maintenant de satisfaire à une question très-importante, & de laquelle dépend l'usage prompt & facile qu'on pourra faire des formules trouvées ci-dessus; la voici :

» Comment peut-on exprimer la valeur de A $(m'')(m)$, » m'' étant un nombre ou une notation quelconque, en » fonctions des quantités connues (N.° 4), A1, A2, » A3, A4 .... A (n) ?

Je forme pour cet objet les suites

A1.1,	A2.1,	A3.1,	A4.1,	....	A(n).1
A2.2,	A3.2,	A4.2,	A5.2,	....	A(n).2
A3.3,	A4.3,	A5.3,	A6.3,	....	A(n).3
A4.4,	A5.4,	A6.4,	A7.4,	....	A(n).4

&c.

J'omets les suites A1'.1, &c.; A2'.2, &c., &c.; A1''.1, &c.; A2''.2, &c.; &c. parceque les formules que je trouverai pour les suites précédentes, serviront également à donner la valeur de ces dernières, en y changeant simplement la notation A$(m'')(m)$ en A$(m'')'(m)$, ou en A$(m'')''(m)$, &c.

J'ai tenu compte pour plus de généralité, de la ligne horisontale A1.1, A2.1, A3.1, &c., quoiqu'elle soit connue & donneé en A1, A2, A3, &c., N.° *6*; mais dans l'application qu'on fera des formules que nous allons chercher, il ne faudra prendre jamais $m < 2$.

Je prends les termes généraux des suites précédentes, j'ai (N. 7, 10, &c.),

$$\left.\begin{array}{l}
A(m'').1 = A(m'') - \frac{1}{dx} d A(m''+1) + \frac{1}{dx^2} d^2 A(m''+2) - \ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n). \\
A(m'').2 = \left(\sigma 1 A(m'').1 + \zeta \frac{d\sigma 1}{dp(m''-1)}\right) - \frac{1}{dx} d\left(\sigma 1 A(m''+1).1 + \zeta \frac{d\sigma 1}{dp(m'')}\right) + \\
\frac{1}{dx^2} d^2 \left(A(m''+2).2.\sigma 1 + \zeta \frac{d\sigma 1}{dp(m''+1)}\right) - \ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n).2 \\
A(m'').3 = \left(\sigma 2 A(m'').2 + \zeta^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(m''-2)}\right) - \frac{1}{dx} d\left(\sigma 2 A(m''+1).2 + \zeta^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(m''-1)}\right) \\
+ \frac{1}{dx^2} d^2 \left(\sigma 2 A(m''+2) + \zeta^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(m'')}\right) - \ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n).3 \\
A(m'').4 = \left(\sigma 3 A(m'').3 + \zeta^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(m''-3)}\right) - \frac{1}{dx} d\left(\sigma 3 A(m''+1).3 + \zeta^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(m''-2)}\right) \\
+ \frac{1}{dx^2} d^2 \left(\sigma 3 A(m''+2).3 + \zeta^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(m''-1)}\right) - \ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n).4 \\
\&c.
\end{array}\right\} (27)$$

Je prends maintenant l'expression générale de ces termes généraux, & j'ai

$$\begin{array}{l}
A(m'')(m) = \left(\sigma(m-1) A(m'')(m-1) + \zeta^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+1)}\right) \\
\quad - \frac{1}{dx} d\left(A(m''+1)(m-1).\sigma(m-1) + \zeta^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+2)}\right) \\
\quad + \frac{1}{dx^2} d^2 \left(A(m''+2)(m-1).\sigma(m-1) + \zeta^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+3)}\right) \\
\quad - \\
\quad \vdots \\
\quad \mp \frac{1}{dx^{n-m''-1}} d^{n-m''-1} \left(A(n-1)(m-1)\sigma(m-1) + \zeta^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m)}\right) \\
\quad \pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n)(m) \qquad (28)
\end{array}$$

Les nombres m'' & n peuvent être des nombres quelconques entiers, pourvu qu'on ne prenne jamais $m > m''$.

Le nombre des termes de cette suite (28) est $= n - m'' + 1$; nombre, dont la moindre valeur est 1; donc la plus grande valeur de m'' est $m'' = n$; ainsi m'' ne pourra représenter d'autres nombres que ceux qui sont compris dans la suite naturelle 1, 2, 3, 4, ... n; mais il faut faire attention que dans le cas de $m = 1$, les termes qui sont multipliés par $z^{[m-2]}$ disparoissent, & que pour $\sigma(m-1)$ l'on doit mettre l'unité; & que de plus les notations $A(m'')(m-1)$, $A(m''+1)(m-1)$, &c. se changent en $A(m'')$, $A(m''+1)$, &c.; cependant nous avons remarqué plus haut qu'il n'est nécessaire que de ne prendre jamais $m < 2$: dans le cas de $m = 2$; l'expression $z^{[m-2]}$ devient simplement z.

26. Je reviens aux expressions (27), dans lesquelles je suppose

$$\left.\begin{aligned} S1 &= -\frac{1}{dx} dA(m''+1) + \frac{1}{dx^2} d^2 A(m''+2) - \ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n) \\ S2 &= -\frac{1}{dx} d\left(A(m''+1).1.\sigma 1 + z\frac{d\sigma 1}{dp(m'')}\right) + \frac{1}{dx^2} d^2\left(A(m''+2).1.\sigma 1 + z\frac{d\sigma 1}{dp(m''+1)}\right) \\ &\quad - \ldots\ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n).2 \\ &\&c. \end{aligned}\right\} (29)$$

De sorte qu'on a en général dans l'expression (28)

$$\begin{aligned} S(m) = &-\frac{1}{dx} d\left(A(m''+1)(m-1)\,\sigma(m-1) + z^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+2)}\right) \\ &+ \frac{1}{dx^2} d^2\left(A(m''+2)(m-1)\,\sigma(m-1) + z^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+3)}\right) \\ &- \ldots\ldots\ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n)(m) \qquad (30) \end{aligned}$$

où le nombre des termes est $= n - m''$.

En substituant ces valeurs dans les expressions (27), on aura

$$\left.\begin{aligned}
&A(m'').1 = A(m'') + S1\\
&A(m'').2 = \sigma 1\, A(m'').1 + z \frac{d\sigma 1}{dp(m''-1)} + S2\\
&A(m'').3 = \sigma 2\, A(m'').2 + z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(m''-2)} + S3\\
&A(m'').4 = \sigma 3\, A(m'').3 + z^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(m''-3)} + S4\\
&\&c.
\end{aligned}\right\} \quad (31)$$

Et en général

$$A(m'')(m) = z^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+1)} + \sigma(m-1)A(m'')(m-1) + S(m) \quad (32)$$

Si l'on substitue successivement en $A(m'').2$, $A(m'').3$, &c. les valeurs de $A(m'').1$, $A(m'').2$, &c. l'on aura

$$\left.\begin{aligned}
&A(m'').1 = A(m'') + S1\\
&A(m'').2 = z \frac{d\sigma 1}{dp(m''-1)} + \sigma 1 A(m'') + \sigma 1 S1 + S2\\
&A(m'').3 = z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(m''-2)} + \sigma 2 z \frac{d\sigma 1}{dp(m''-1)} + \sigma 1 \sigma 2 A(m'')\\
&\qquad + \sigma 1 \sigma 2 S1 + \sigma 2 S2 + S3\\
&A(m'').4 = z^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(m''-3)} + \sigma 3 z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(m''-2)} + \sigma 2 \sigma 3 z \frac{d\sigma 1}{dp(m''-1)}\\
&\qquad + \sigma 1 \sigma 2 \sigma 3 A(m'') + \sigma 1 \sigma 2 \sigma 3 S1 + \sigma 2 \sigma 3 S2 + \sigma 3 S3 + S4\\
&\&c.
\end{aligned}\right\} \quad (33)$$

Et en général

$$\begin{aligned}
A(m'')(m) = {} & z^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+1)} + \sigma(m-1) z^{[m-3]} \frac{d\sigma(m-2)}{dp(m''-m+2)}\\
& + \sigma(m-1)\sigma(m-2) z^{[m-4]} \frac{d\sigma(m-3)}{dp(m''-m+3)}\\
& + \sigma(m-1)\sigma(m-2)\sigma(m-3) z^{[m-5]} \frac{d\sigma(m-4)}{dp(m''-m+4)} + \dots\dots
\end{aligned}$$

$$+\sigma 3..\sigma(m-1)z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(m''-2)}+\sigma 2..\sigma(m-1)z\frac{d\sigma 1}{dp(m''-1)}$$
$$+\sigma 1\sigma 2..\sigma(m-1)A(m'')+\sigma 1\sigma 2..\sigma(m-1)S1$$
$$+\sigma 2..\sigma(m-1)S2+\sigma 3..\sigma(m-1)S3+\ldots\ldots$$
$$+\sigma(m-1)S(m-1)+S(m). \qquad (34)$$

Je remarque, en passant, qu'on auroit pu déduire cette formule de celle marquée (32), en y mettant successivement pour m; $m-1$, $m-2$, $m-3$, ... 2.

La loi qui régne dans la série précédente est manifeste; le nombre des termes qui renferment les différences partielles des facteurs $\sigma 1$, $\sigma 2$, ... est $=m-1$; celui des suites $S1$, $S2$, ... $S(m)$, plus le terme $\sigma 1\sigma 2..\sigma(m-1)A(m'')$ est $=m+1$; donc le nombre total des termes est $=2m$.

Substituons dans cette formule pour $S1$ sa valeur connue, nous aurons

$$A(m'')(m)=z^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+1)}+\sigma(m-1)z^{[m-3]}\frac{d\sigma(m-2)}{dp(m''-m+2)}$$
$$+\sigma(m-1)\sigma(m-2)z^{[m-4]}\frac{d\sigma(m-3)}{dp(m''-m+3)}$$
$$+\sigma(m-1)\sigma(m-2)\sigma(m-3)z^{[m-5]}\frac{d\sigma(m-4)}{dp(m''-m+4)}+\ldots\ldots$$
$$+\sigma 3..\sigma(m-1)z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(m''-2)}+\sigma 2..\sigma(m-1)z\frac{d\sigma 1}{dp(m''-1)}$$
$$+\sigma 1\sigma 2..\sigma(m-1)A(m'')+\sigma 1\sigma 2..\sigma(m-1)\Big(-\frac{1}{dx}dA(m''+1)$$
$$+\frac{1}{dx^2}d^2A(m''+2)-..\pm\frac{1}{dx^{n-m''}}d^{n-m''}A(n)\Big)+\sigma 2..\sigma(m-1)S2$$
$$+\sigma 3..\sigma(m-1)S3+\ldots+\sigma(m-1)S(m-1)+S(m). \qquad (35)$$

Soit maintenant

$$\left.\begin{aligned}
S(2,1) &= \frac{1}{dx^2}d^2\left(A(m''+2).1.\sigma 1 + \zeta\frac{d\sigma 1}{dp(m''+1)}\right)\\
&\quad - \frac{1}{dx^3}d^3\left(A(m''+3).1.\sigma 1 + \zeta\frac{d\sigma 1}{dp(m''+2)}\right)\\
&\quad + \vdots\\
&\quad \pm \frac{1}{dx^{n-m''}}d^{n-m''}A(n).2\\
S(3,1) &= \frac{1}{dx^2}d^2\left(A(m''+2).2.\sigma 2 + \zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(m'')}\right)\\
&\quad - \frac{1}{dx^3}d^3\left(A(m''+3).2.\sigma 2 + \zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(m''+1)}\right)\\
&\quad + \vdots\\
&\quad \pm \frac{1}{dx^{n-m''}}d^{n-m''}A(n).3\\
S(4,1) &= \frac{1}{dx^2}d^2\left(A(m''+2).3.\sigma 3 + \zeta^{[2]}\frac{d\sigma 3}{dp(m''-1)}\right)\\
&\quad - \frac{1}{dx^3}d^3\left(A(m''+3).3.\sigma 3 + \zeta^{[2]}\frac{d\sigma 3}{dp(m'')}\right)\\
&\quad + \vdots\\
&\quad \pm \frac{1}{dx^{n-m''}}d^{n-m''}A(n).4\\
&\text{\&c.}
\end{aligned}\right\}(36)$$

Et en général

$$S(m,1) = \frac{1}{dx^2} d^2 \left(A(m''+2)(m-1)\,\sigma(m-1) + \zeta^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+3)} \right)$$

$$- \frac{1}{dx^3} d^3 \left(A(m''+3)(m-1)\,\sigma(m-1) + \zeta^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+4)} \right)$$

$$+ \vdots$$

$$\mp \frac{1}{dx^{n-m''-1}} d^{n-m''-1} \left(A(n-1)(m-1)\sigma(m-1) + \zeta^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m)} \right)$$

$$\pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n)(m) \quad (37)$$

où le nombre des termes est $= n - m'' - 1$.

Donc

$$\left.\begin{array}{l} S2 = -\frac{1}{dx} d\left(A(m''+1).1.\sigma 1 + \zeta \frac{d\sigma 1}{dp(m'')} \right) + S(2,1) \\ S3 = -\frac{1}{dx} d\left(A(m''+1).2.\sigma 2 + \zeta^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(m''-1)} \right) + S(3,1) \\ \text{\&c.} \end{array}\right\} (38)$$

Et en général

$$S(m) = -\frac{1}{dx} d\left(A(m''+1)(m-1)\sigma(m-1) + \zeta^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+2)} \right) + S(m,1) \quad (39)$$

Si l'on substitue dans les expressions précédentes les valeurs de $A(m''+1).1$, $A(m''+1).2$, &c. tirées des équations (3), & qu'on nomme $S1'^{m''+1}$, $S2'^{m''+1}$, &c. ce que deviennent les suites $S1$, $S2$, &c. lors qu'on y met $m''+1$ pour m'', on aura

$$\left.\begin{aligned}
S2 &= -\frac{1}{dx}\,d\Big(z\frac{d\sigma 1}{dp(m'')} + A(m''+1)\,\sigma 1 + \sigma 1 S1'^{m''+1}\Big) \\
&\quad + S(2,1) \\
S3 &= -\frac{1}{dx}\,d\Big(z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(m''-1)} + \sigma 2 z\frac{d\sigma 1}{dp(m'')} + \sigma 1\sigma 2 A(m''+1) \\
&\quad + \sigma 1\sigma 2 S1'^{m''+1} + \sigma 2 S2'^{m''+1}\Big) + S(3,1) \\
S4 &= -\frac{1}{dx}\,d\Big(z^{[2]}\frac{d\sigma 3}{dp(m''-2)} + \sigma 3 z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(m''-1)} \\
&\quad + \sigma 2\sigma 3 z\frac{d\sigma 1}{dp(m'')} + \sigma 1\sigma 2\sigma 3\,A(m''+1) \\
&\quad + \sigma 1\sigma 2\sigma 3 S1'^{m''+1} + \sigma 2\sigma 3 S2'^{m''+1} + \sigma 3 S3'^{m''+1}\Big) \\
&\quad + S(4,1) \\
S5 &= -\frac{1}{dx}\,d\Big(z^{[3]}\frac{d\sigma 4}{dp(m''-3)} + \sigma 4 z^{[2]}\frac{d\sigma 3}{dp(m''-2)} \\
&\quad + \sigma 3\sigma 4 z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(m''-1)} + \sigma 2\sigma 3\sigma 4 z\frac{d\sigma 1}{dp(m'')} \\
&\quad + \sigma 1..\sigma 4 A(m''+1) + \sigma 1..\sigma 4 S1'^{m''+1} + \sigma 2..\sigma 4 S2'^{m''+1} \\
&\quad + \sigma 3\sigma 4 S3'^{m''+1} + \sigma 4 S4'^{m''+1}\Big) + S(5,1) \\
&\quad \&c.
\end{aligned}\right\}\quad(33)$$

Et en général

$$\begin{aligned}
S(m) &= -\frac{1}{dx}\,d\Big(z^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+2)} + \sigma(m-1)z^{[m-3]}\frac{d\sigma(m-2)}{dp(m''-m+3)} \\
&\quad + \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\,z^{[m-4]}\frac{d\sigma(m-3)}{dp(m''-m+4)} + \ldots\ldots\ldots \\
&\quad + \sigma(m-1)..\sigma 3 z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(m''-1)} + \sigma(m-1)..\sigma 2 z\frac{d\sigma 1}{dp(m'')} \\
&\quad + \sigma 1..\sigma(m-1)\,A(m''+1) + \sigma 1..\sigma(m-1)\,S1'^{m''+1} \\
&\quad + \sigma 2..\sigma(m-1)\,S2'^{m''+1} + \sigma 3..\sigma(m-1)\,S3'^{m''+1} + \ldots. \\
&\quad + \sigma(m-2)\,\sigma(m-1)\,S(m-1)'^{m''+1} + \sigma(m-1)\,S(m-1)'^{m''+1}\Big) \\
&\quad + S(m,1).
\end{aligned}$$

Si l'on met dans cette suite pour $S1'^{m''+1}$ sa valeur, on aura

$$S(m) = -\frac{1}{dx} d\Big(z^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+2)} + \sigma(m-1) z^{[m-3]} \frac{d\sigma(m-2)}{dp(m''-m+3)}$$

$$+ \sigma(m-1)\sigma(m-2) z^{[m-4]} \frac{d\sigma(m-3)}{dp(m''-m+4)}$$

$$+ \sigma(m-1)\sigma(m-2)\sigma(m-3) z^{[m-5]} \frac{d\sigma(m-4)}{dp(m''-m+5)} + \ldots\ldots$$

$$+ \sigma 3 .. \sigma(m-1) z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(m''-1)} + \sigma 2 .. \sigma(m-1) z \frac{d\sigma 1}{dp(m'')}$$

$$+ \sigma 1 .. \sigma(m-1) A(m''+1) + \sigma 1 .. \sigma(m-1) \Big(-\frac{1}{dx} dA(m''+2)$$

$$+ \frac{1}{dx^2} d^2 A(m''+3) - \ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''-1}} d^{n-m''-1} A(n) \Big)$$

$$+ \sigma 2 .. \sigma(m-1) S2'^{m''+1} + \sigma 3 .. \sigma(m-1) S3'^{m''+1} + \ldots\ldots$$

$$+ \sigma(m-2)\sigma(m-1) S(m-1)'^{m''+1} + \sigma(m-1) S(m-1)'^{m''+1} \Big)$$

$$+ S(m,1). \qquad (41)$$

Le nombre des termes de cette suite sous la forme qu'elle présente, est, en ne comptant que pour un terme la suite connue $(-\frac{1}{dx} dA(m''+1) + \ldots\ldots)$, $= 2m$. Cette formule nous sera dans la suite d'une grande utilité, quoiqu'il paroisse que les termes $S2'^{m''+1}$, $S3'^{m''+1}$, ... $S(m-1)'^{m''+1}$ n'y soient pas développés actuellement, mais un pareil inconvénient disparoit dès que l'on fait attention que $S(m)$ dépendant de $S2$, $S3$, ... $S(m-1)$, les termes $S2'^{m''+1}$, $S3'^{m''+1}$, ... $S(m-1)'^{m''+1}$ s'évanouissent, en faisant en premier lieu $m = 2$; car le dernier terme $S(m-1)$ ne peut être moindre que $S2$: connoissant donc la valeur de $S2$ au moyen de la forme

précédente, on obtiendra successivement celle des autres séries, depuis S2 jusqu'à S(m) inclusivement. Soit en effet $m = 2$, l'on aura

$$S2 = -\frac{1}{dx}d\left(z\frac{d\sigma 1}{dp(m'')} + \sigma 1 A(m''+1) + \sigma 1\left(-\frac{1}{dx}dA(m''+2)\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{dx^2}d^2A(m''+3) - \ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''-1}}d^{n-m''-1}A(n)\right)\right)$$
$$+\frac{1}{dx^2}d^2\left(z\frac{d\sigma 1}{dp(m''+1)} + \sigma 1 A(m''+2) + \sigma 1\left(-\frac{1}{dx}dA(m''+3)\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{dx^2}d^2A(m''+4) - \ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''-2}}d^{n-m''-2}A(n)\right)\right)$$
$$-\frac{1}{dx^3}d^3\left(z\frac{d\sigma 1}{dp(m''+2)} + \sigma 1 A(m''+3) + \sigma 1\left(-\frac{1}{dx}dA(m''+4)\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{dx^2}d^2A(m''+5) - \ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''-3}}d^{n-m''-3}A(n)\right)\right)$$
$$+ \vdots$$
$$\mp\frac{1}{dx^{n-m''-1}}d^{n-m''-1}\left(z\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} + \sigma 1 A(n-1) - \frac{1}{dx}\sigma 1 dA(n)\right)$$
$$\pm\frac{1}{dx^{n-m''}}d^{n-m''}A(n)\,\sigma 1 \qquad (42)$$

Soit $m = 3$, l'on aura

$$S3 = -\frac{1}{dx}d\left(z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(m''-1)} + \sigma 2 z\frac{d\sigma 1}{dp(m'')} + \sigma 1\sigma 2\,A(m''+1)\right.$$
$$+\sigma 1\sigma 2\left(-\frac{1}{dx}dA(m''+2) + \frac{1}{dx^2}d^2A(m''+3)\right.$$
$$\left.\left.-\ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''-1}}d^{n-m''-1}A(n)\right) + \sigma 2 S2^{\prime m''+1}\right)$$

$$+\frac{1}{dx^2}d^2\Big(z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(m'')}+\sigma 2 z\frac{d\sigma 1}{dp(m''+1)}+\sigma 1\sigma 2\, A(m''+2)$$

$$+\sigma 1\sigma 2\Big(-\frac{1}{dx}dA(m''+3)+\frac{1}{dx^2}d^2A(m''+4)$$

$$-\ldots\pm\frac{1}{dx^{n-m''-2}}d^{n-m'-2}A(n)\Big)+\sigma 2 S2'^{m''+2}\Big)$$

$$-\frac{1}{dx^3}d^3\Big(z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(m''+1)}+\sigma 2 z\frac{d\sigma 1}{dp(m''+2)}+\sigma 1\sigma 2\, A(m''+3)$$

$$+\sigma 1\sigma 2\Big(-\frac{1}{dx}dA(m''+4)+\frac{1}{dx^2}d^2A(m''+5)$$

$$-\ldots\pm\frac{1}{dx^{n-m''-2}}d^{n-m''-2}A(n)\Big)+\sigma 2 S2'^{m''+3}\Big)$$

$$+ \vdots$$

$$\mp\frac{1}{dx^{n-m''-1}}d^{n-m''-1}\Big(z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)}+\sigma 2 z\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}$$

$$+\sigma 1\sigma 2 A(n-1)-\frac{1}{dx}\sigma 1\sigma 2\, dA(n)+\sigma 2 S2'^{n-1}\Big)$$

$$\pm\frac{1}{dx^{n-m''}}d^{n-m''}A(n)\,\sigma 1\sigma 2 \qquad (43)$$

Soit $m=4$, l'on aura

$$S4=-\frac{1}{dx}d\Big(z^{[2]}\frac{d\sigma 3}{dp(m''-2)}+\sigma 3 z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(m''-1)}+\sigma 2\sigma 3 z\frac{d\sigma 1}{dp(m'')}$$

$$+\sigma 1\sigma 2\sigma 3 A(m''+1)+\sigma 1\sigma 2\sigma 3\Big(-\frac{1}{dx}dA(m''+2)$$

$$+\frac{1}{dx^2}d^2A(m''+3)-\ldots\pm\frac{1}{dx^{n-m''-1}}d^{n-m''-1}A(n)\Big)$$

$$+\sigma 2\sigma 3\, S2'^{m''+1}+\sigma 3 S3'^{m''+1}\Big)$$

$$+\frac{1}{dx^2}d^2\Big(\zeta^{[2]}\frac{d\sigma\zeta}{dp(m''-1)}+\sigma 3\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(m'')}+\sigma 2\sigma 3\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(m''+1)}$$

$$+\sigma 1\sigma 2\sigma 3 A(m''+2)+\sigma 1\sigma 2\sigma 3\Big(-\frac{1}{dx}dA(m''+3)$$

$$+\frac{1}{dx^2}d^2A(m''+4)-\ldots\pm\frac{1}{dx^{n-m''-2}}A(n)\Big)$$

$$+\sigma 2\sigma 3\,S2'^{m''+2}+\sigma 3\,S3'^{m''+2}\Big)$$

$$-\ \vdots$$

$$\mp\frac{1}{dx^{n-m''-1}}d^{n-m''-1}\Big(\zeta^{[2]}\frac{d\sigma\zeta}{dp(n''-4)}+\sigma 3\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n''-3)}$$

$$+\sigma 2\sigma 3\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n''-2)}+\sigma 1\sigma 2\sigma 3 A(n-1)-\frac{\sigma 1\sigma 2\sigma 3}{dx}dA(n)$$

$$+\sigma 2\sigma 3\,S2'^{n-1}+\sigma 3\,S3'^{n-1}\Big)$$

$$\pm\frac{1}{dx^{n-m''}}d^{n-m''}A(n)\,\sigma 1\sigma 2\sigma 3 \qquad (44)$$

&c.

Soit encore

$$\left.\begin{aligned}
S(2,2) = &- \frac{1}{dx^3} d^3 \left(A(m''+3).1.\sigma 1 + z \frac{d\sigma 1}{dp(m''+2)}\right) \\
&+ \frac{1}{dx^4} d^4 \left(A(m''+4).1.\sigma 1 + z \frac{d\sigma 1}{dp(m''+3)}\right) \\
&- \ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n).2 \\
S(3,2) = &- \frac{1}{dx^3} d^3 \left(A(m''+3).2.\sigma 2 + z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(m''+1)}\right) \\
&+ \frac{1}{dx^4} d^4 \left(A(m''+4).2.\sigma 2 + z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(m''+2)}\right) \\
&- \ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n).3 \\
S(4,2) = &- \frac{1}{dx^3} d^3 \left(A(m''+3).3.\sigma 3 + z^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(m'')}\right) \\
&+ \frac{1}{dx^4} d^4 \left(A(m''+4).3.\sigma 3 + z^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(m''+1)}\right) \\
&- \ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n).4 \\
&\&c.
\end{aligned}\right\} (45)$$

Et en général

$$\begin{aligned}
S(m,2) = &- \frac{1}{dx^3} d^3 \left(A(m''+3)(m-1)\sigma(m-1) + z^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+4)}\right) \\
&+ \frac{1}{dx^4} d^4 \left(A(m''+3)(m-1)\sigma(m-1) + z^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+5)}\right) \\
&- \ldots\ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n)(m) \qquad (46)
\end{aligned}$$

où le nombre des termes est $= n - m'' - 2$.

Donc

$$\left.\begin{array}{l} S(2,1)=\frac{1}{dx^2}d^2\left(A(m''+2).1.\sigma 1+z\ \frac{d\sigma 1}{dp(m''+1)}\right)+S(2,2) \\ S(3,1)=\frac{1}{dx^2}d^2\left(A(m''+2).2.\sigma 2+z^{[1]}\ \frac{d\sigma 2}{dp(m'')}\right)+S(3,2) \\ S(4,1)=\frac{1}{dx^2}d^2\left(A(m''+2).3.\sigma 3+z^{[2]}\ \frac{d\sigma 3}{dp(m''-1)}\right)+S(4,2) \\ \&c. \end{array}\right\}(47)$$

Et en général

$$S(m,1)=\frac{1}{dx^2}d^2\left(A(m''+2)(m-1)\sigma(m-1)+z^{[m-2]}\ \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+3)}\right) + S(m,2) \qquad (48)$$

Si l'on substitue dans les expressions précédentes les valeurs de A $(m''+1).1$, A $(m''+1).2$, &c. tirées des équations (33), ou de l'équation générale (35), & qu'on nomme $S1'^{m''+2}$, $S2'^{m''+2}$ ce que deviennent les suites S1, S2, &c., lorsque pour m'' on y met $m''+2$, on aura

$$\left.\begin{array}{l} S(2,1)=\frac{1}{dx^2}d^2\left(z\ \frac{d\sigma 1}{dp(m''+1)}+A(m''+2)\sigma 1+\sigma 1 S1'^{m''+2}\right) \\ \qquad + S(2,2) \\ S(3,1)=\frac{1}{dx^2}d^2\left(z^{[1]}\ \frac{d\sigma 2}{dp(m'')}+\sigma 2 z\frac{d\sigma 1}{dp(m''+1)}+\sigma 1\sigma 2 A(m''+2)\right. \\ \qquad \left. + \sigma 1\sigma 2 S1'^{m''+2}+\sigma 2 S2'^{m''+2}\right) + S(3,2) \\ S(4,1)=\frac{1}{dx^2}d^2\left(z^{[2]}\ \frac{d\sigma 3}{dp(m''-1)}+\sigma 3 z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(m'')}+\sigma 2\sigma 3 z\frac{d\sigma 1}{dp(m''+1)}\right. \\ \qquad + \sigma 1\sigma 2\sigma 3\ A(m''+2) + \sigma 1\sigma 2\sigma 3\ S1'^{m''+2} \\ \qquad \left. + \sigma 2\sigma 3 S2'^{m''+2}+\sigma 3 S3'^{m''+2}\right) + S(4,2) \\ \&c. \end{array}\right\}(49)$$

D'où je conclus en général, en mettant pour $S1'^{m''+2}$ sa valeur

$$S(m,1) = \frac{1}{dx^2} d^2 \Big(z^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+3)} + \sigma(m-1) z^{[m-3]} \frac{d\sigma(m-2)}{dp(m''-m+4)}$$

$$+ \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\, z^{[m-4]} \frac{d\sigma(m-3)}{dp(m''-m+5)}$$

$$+ \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\,\sigma(m-3) z^{[m-5]} \frac{d\sigma(m-4)}{dp(m''-m+6)} + \ldots\ldots$$

$$+ \sigma 3 .. \sigma(m-1) z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(m'')} + \sigma 2 .. \sigma(m-1) z \frac{d\sigma 1}{dp(m''+1)}$$

$$+ \sigma 1 .. \sigma(m-1)\, A(m''+2) + \sigma 1 .. \sigma(m-1)$$

$$\Big(-\frac{1}{dx} dA(m''+3) + \frac{1}{dx^2} d^2 A(m''+4) - \ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''-2}} d^{n-m''-2} A(n)\Big)$$

$$+ \sigma 2 .. \sigma(m-1)\, S2'^{m''+2} + \sigma 3 .. \sigma(m-1)\, S3'^{m''+2} + \ldots\ldots$$

$$+ \sigma(m-2)\sigma(m-1) S(m-2)'^{m''+2} + \sigma(m-1) S(m-1)'^{m''+2} \Big)$$

$$+ S(m,2). \qquad (50)$$

En s'élevant toujours ainsi d'une moindre à une plus grande généralité, l'on a en général

$$S(m,m1) = \pm \frac{1}{dx^{m1+1}} d^{m1+1} \Big(z^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+m1+2)}$$

$$+ \sigma(m-1) z^{[m-3]} \frac{d\sigma(m-2)}{dp(m''-m+m1+3)}$$

$$+ \sigma(m-1)\sigma(m-2) z^{[m-4]} \frac{d\sigma(m-3)}{ap(m''-m+m1+4)}$$

$$+ \sigma(m-1)\sigma(m-2)\sigma(m-3) z^{[m-5]} \frac{d\sigma(m-4)}{dp(m''-m+m1+5)} + \ldots\ldots$$

$$+ \sigma 3 .. \sigma(m-1) z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(m''+m1-1)} + \sigma 2 .. \sigma(m-1) z \frac{d\sigma 1}{dp(m''+m1)}$$

$$+ \sigma 1 .. \sigma(m-1)\, A(m''+m1+1) + \sigma 1 .. \sigma(m-1)$$

$$\Big(-\frac{1}{dx} dA(m''+m1+2) + \frac{1}{dx^2} d^2 A(m''+m1+3)$$

$$- \frac{1}{dx^3} d^3 A(m''+m1+4) + \ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''-m1-1}} d^{n-m''-m1-1} A(n)\Big)$$

$$+ \sigma 2 \ldots \sigma(m-1) S2'^{m''+m1+1} + \sigma 3 \ldots \sigma(m-1) S3'^{m''+m1+1}$$

$$+ \ldots\ldots\ldots + \sigma(m-2)\sigma(m-1) S(m-2)'^{m''+m1+1}$$

$$+ \sigma(m-1) S(m-1)'^{m''+m1+1}\Big) + S(m, m1+1). \quad (51)$$

Le nombre des termes est $= 2m$; $+$ ou $-$ suivant que $m1$ est un nombre impair ou pair ; on aura donc par le moyen de cette formule la valeur générale de S $(m, m1)$ laquelle représente l'épuisement de toutes les séries que nous avons exprimées par S (m) ; en effet, on parviendra à connoître tous les termes de ces dernières, en mettant successivement pour $m1$, les nombres 1, 2, 3, ... $n - m'' - 1$; de sorte que cette formule jointe aux formules précédentes, servira à faire connoître entièrement la valeur demandée de A (m'') (m), ainsi que nous le verrons bientôt.

28. L'expression générale (35) est la valeur générale de A (m'') (m) ; donc si l'on substitue dans l'expression (28) de la même notation A (m'') (m) pour A (m'') $(m-1)$, A $(m''+1)$ $(m-1)$, &c. leurs valeurs tirées de l'équation (35), la formule (28) doit se transformer dans la formule (35), où l'on aura mis premièrement pour S(m), puis pour S $(m,1)$, &c. leurs valeurs (41) & (50), &c. ; & c'est ce qui a lieu effectivement ; car la formule (28) devient après ces substitutions

$$A(m'')(m) = z^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+1)} + \sigma(m-1)\, z^{[m-3]} \frac{d\sigma(m-2)}{dp(m''-m+2)}$$

$$+ \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\, z^{[m-4]} \frac{d\sigma(m-3)}{dp(m''-m+3)}$$

$$+ \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\,\sigma(m-3)\, z^{[m-5]} \frac{d\sigma(m-4)}{dp(m''-m+4)}$$

$$+ \sigma(m-1) \ldots \sigma(m-4)\, z^{[m-6]} \frac{d\sigma(m-5)}{dp(m''-m+5)} + \ldots\ldots$$

$$+ \sigma 3 \ldots \sigma(m-1) z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(m''-2)} + \sigma 2 \ldots \sigma(m-1)\, z \frac{d\sigma 1}{dp(m''-1)}$$

$$+ \sigma 1 \sigma 2 \ldots \sigma(m-1)\, A(m'') + \sigma 1 \sigma 2 \ldots \sigma(m-1)$$

$$\left(-\frac{1}{dx} dA(m''+1) + \frac{1}{dx^2} d^2 A(m''+2) - \ldots \pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n)\right)$$

$$+ \sigma 2 \ldots \sigma(m-1)\, S2 + \sigma 3 \ldots \sigma(m-1) S3 + \sigma 4 \ldots \sigma(m-1)\, S4$$

$$+ \ldots\ldots + \sigma(m-2)\,\sigma(m-1)\, S(m-2) + \sigma(m-1)\, S(m-1)$$

$$- \frac{1}{dx} d\left(z^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+2)} + \sigma(m-1)\, z^{[m-3]} \frac{d\sigma(m-2)}{dp(m''-m+3)}\right.$$

$$+ \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\, z^{[m-4]} \frac{d\sigma(m-3)}{dp(m''-m+4)}$$

$$+ \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\,\sigma(m-3)\, z^{[m-5]} \frac{d\sigma(m-4)}{dp(m''-m+5)} + \ldots\ldots$$

$$+ \sigma 2 \ldots \sigma(m-1)\, z \frac{d\sigma 1}{dp(m'')} + \sigma 1 \sigma 2 \ldots \sigma(m-1)\, A(m''+1)$$

$$+ \sigma 1 \ldots \sigma(m-1)\left(-\frac{1}{dx} dA(m''+2) + \frac{1}{dx^2} d^2 A(m''+3) - \ldots\ldots\right.$$

$$\left.\pm \frac{1}{dx^{n-m''-1}} d^{n-m''-1} A(n)\right) + \sigma 2 \ldots \sigma(m-1)\, S2'^{m''+1}$$

$$\left. + \sigma 3 \ldots \sigma(m-1)\, S3'^{m''+1} + \ldots\ldots + \sigma(m-1)\, S(m-1)'^{m''+1}\right)$$

$$+ \frac{1}{dx^2} d^2 \left(z^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+3)} + \sigma(m-1) z^{[m-3]} \frac{d\sigma(m-2)}{dp(m''-m+4)}\right.$$

$$+ \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\, z^{[m-4]} \frac{d\sigma(m-3)}{dp(m''-m+5)}$$

$$+\ \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\,\sigma(m-3)\,z^{[m-5]}\,\frac{d\sigma(m-4)}{dp(m''-m+6)}$$

$$+\ldots+\sigma 2\ldots\sigma(m-1)z\,\frac{d\sigma 1}{dp\,(m''+1)}+\sigma 1\sigma 2\ldots\sigma(m-1)A(m''+2)$$

$$+\ \sigma 1\sigma 2\ldots\sigma(m-1)\Big(-\frac{1}{dx}dA(m''+3)+\frac{1}{dx^2}d^2A(m''+4)-\ldots$$

$$\pm\frac{1}{dx^{n-m''-2}}d^{n-m''-2}A(n)\Big)+\sigma 2\ldots\sigma(m-1)\,S2'^{m''+2}$$

$$+\sigma 3\ldots\sigma(m-1)S3'^{m''+2}+\ldots+\sigma(m-2)\sigma(m-1)S(m-2)'^{m''+2}$$

$$+\ \sigma(m-1)\,S(m-1)'^{m''+2}\Big)$$

$$-\frac{1}{dx^3}d^3\Big(z^{[m-2]}\,\frac{d\sigma(m-1)}{dp(m''-m+4)}+\sigma(m-1)z^{[m-3]}\,\frac{d\sigma(m-2)}{dp(m''-m+5)}$$

$$+\ \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\,z^{[m-4]}\,\frac{d\sigma(m-3)}{dp\,(m''-m+6)}$$

$$+\ \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\,\sigma(m-3)\,z^{[m-5]}\,\frac{d\sigma(m-4)}{dp\,(m''-m+7)}$$

$$+\ldots+\sigma 2\ldots\sigma(m-1)z\,\frac{d\sigma 1}{dp(m''+2)}+\sigma 1\sigma 2\ldots\sigma(m-1)A(m''+3)$$

$$+\sigma 1\sigma 2\ldots\sigma(m-1)\Big(-\frac{1}{dx}dA(m''+4)+\frac{1}{dx^2}d^2A\,(m''+5)-\ldots$$

$$\pm\frac{1}{dx^{n-m''-3}}d^{n-m''-3}A(n)\Big)+\sigma 2\ldots\sigma(m-1)\,S2'^{m''+3}$$

$$+\sigma 3\ldots\sigma(m-1)S3'^{m''+3}+\ldots+\sigma(m-2)\sigma(m-1)S(m-2)'^{m''+3}$$

$$+\ \sigma(m-1)\,S(m-1)'^{m''+3}\Big)$$

$$+\frac{1}{dx^4}d^4\ (\&c.)$$

$$-\frac{1}{dx^5}d^5\ (\&c.)$$

$$+\ \vdots$$

$\pm \frac{1}{dx^{m1+1}} d^{m1+1}$ &c. ou (Formule (51))

$\mp$:

⋮

$\pm \frac{1}{dx^{n-m''}} d^{n-m''} A(n)(m)$ (52)

27. Cette formule générale est le développement de la formule (28); la loi qui y regne est visible; le nombre des termes en est $= n - m'' + 1$, toujours en ne comptant que pour un terme, la suite des termes qui sont sous le signe de différentiation, aussi bien que la série de ceux qui précèdent immédiatement ce signe mis au premier ordre: la plus haute différence partielle de $\sigma(m-1)$ y est $= \frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m)}$. Nous avons déjà observé que la moindre valeur de m est $m = 2$ & que la plus grande valeur de m'' est $m'' = n$; ainsi l'on ne pourra substituer à m'' d'autres nombres que ceux qui sont compris dans la suite naturelle 1, 2, 3, ... n; le terme général de la formule précédente est donné par la formule (51) dans laquelle la plus grande valeur de $m1$ est évidemment $m1 = n - m'' - 1$, puisque l'exposant de dx est, dans le dernier terme $= n - m''$; on calculera facilement les suites $S2'^{m''+1}$, $S3'^{m''+1}$, &c.; $S2'^{m''+2}$, $S3'^{m''+2}$, &c., &c. par les formules qu'en expriment la valeur, & que nous avons données, l'on trouvera combien il doit y avoir de ces séries, en se rapelant que S1, S2, S3, &c. ou S (m) étoient, en nommant $a1$, $a2$, $a3$, &c. les termes successivement développés,

$$\left.\begin{array}{l} S(m) = a1 + S(m-1) \\ S(m,1) = a2 + S(m-2) \\ S(m,2) = a3 + S(m-3) \\ S(m,3) = a4 + S(m-4) \\ \vdots \\ S(m,m1) = a(m1+1) + S(m,m1+1) \end{array}\right\} \begin{array}{l} \textit{dont le nombre des termes est} \\ = n-m'' \\ = n-m''-1 \\ = n-m''-2 \\ = n-m''-3. \\ \vdots \\ = n-m''-m1. \end{array}$$

Soit maintenant le nombre des termes $n-m''-m1=1$, auquel cas la série $S(m, m1)$ n'étant composée que d'un seul terme, sera la dernière, ensorte que la série $S(m, m+1)$ s'évanouira; de l'équation $n-m''-m1=1$, l'on tire $m1=n-m''-1$, valeur que nous avons obtenu plus haut; il y aura donc autant de suites $S(m,1)$, $S(m,2)$, $S(m,3)$, &c. qui servent à épuiser la suite $S(m)$ que $n-m''-1$ contient d'unités; l'on mettra donc successivement dans la formule générale (51) pour $m1$, tous les nombres qui croissent naturellement depuis $m1=1$ jusqu'à $m1=n-m''-1$; il est facile maintenant de nous nous résumer, & d'indiquer la manière de se servir de la formule (52) pour avoir promptement la valeur de $A(m'')(m)$ pour des valeurs convenables quelconques de m'' & de m; la voici

28. On déterminera d'abord pour une valeur donnée de m'', le nombre des termes $n-m''+1$ dont la formule (52) est composée, en ne comptant toujours que pour un terme la suite de ceux qui sont sous le signe de différen-

tiation, aussi bien que celle qui précède immédiatement ce signe mis au premier ordre; ensuite on déterminera le nombre $n - m''$ des termes des séries S2, S3, S4, ... S$(m-1)$; en connoissant ce nombre, on aura celui $n-m''-1$; $n - m'' - 2$, &c. des suites $S2^{\prime m''+1}$, $S3^{\prime m''+1}$, &c., $S2^{\prime m''+2}$, $S3^{\prime m''+2}$, &c. &c.; & ainsi de suite jusqu'à ce qu'on arrive aux séries représentées par $S\,(m-1)^{\prime m''+m1+1}$ lesquelles s'évanouiront, aussi bien que la suite $S(m, m1+1)$ lorsque $n-m''-m1-1=0$ ou lorsque $m1=n-m''-1$; sachant ainsi le nombre de ces séries, & celui des termes dont elles sont composées, on en prendra la valeur par le moyen des formules générales que nous avons données.

29. Si l'on considère la construction de l'expression générale A (m'') (m), on voit qu'elle est composée d'un certain nombre de termes dont chacun est formé d'une suite d'autres termes, qui représentent de même chacun en particulier, une autre série composée de la même manière que les précédentes. Mais nous avons toujours déterminé le nombre de ces termes, & présenté la loi que suit par tout cette expression générale; ainsi il ne sera pas possible d'en perdre le fil, ni dans la contemplation de sa valeur, ni par conséquent dans l'application qu'on en voudra faire à des cas particuliers. Cependant tant que l'on demeurera dans cette généralité, il faudra se contenter de ce systême d'équation, systême qui est renfermé dans des limites connues suivant un ordre développé. Au reste nous verrons dans la suite combien ces formules sont susceptibles de simplification, & d'être appliquées réellement à l'intégration des équations différentielles proposées.

Développement de quelques termes de l'intégrale générale (15)

30. Si l'on fait dans la formule (52) $m'' = n$, elle devient $A(n)(m) = A(n)\,\sigma 1 \sigma 2 \sigma 3 \ldots \sigma(m-1)$. (53) C'est la valeur du dernier terme de la première suite de l'intégrale (15), aussi bien que celle de chaque dernier terme des suites qui entrent dans la même intégrale, en y faisant le changement nécessaire, & que nous avons déjà indiqué, de $A(n)$ en $A(n)'$, $A(n)''$, &c.

31. Proposons nous maintenant de trouver en premier lieu la valeur du terme qui précède immédiatement le dernier, savoir la valeur de $A(n-1)(m)$; nous aurons donc $m''=n-1$; par conséquent le nombre des termes $n-m''+1=2$, & celui des termes de $S(m)$ sera $n-m''=n-n+1=1$, & $m''=n-m''-1=0$; donc les suites $S2'^{m''+1}$; $S3'^{m''+1}$ &c., & $S(m, m1+1) = S(m, 1)$ s'évanouiront & la valeur (52) de $A(m'')(m)$ deviendra

$$A(n-1)(m) = \sigma 2 \ldots \sigma(m-1) \zeta \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} + \sigma 3 \ldots \sigma(m-1) \zeta^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)}$$
$$+ \sigma 4 \ldots \sigma(m-1) \zeta^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(n-4)} + \ldots\ldots + \zeta^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m)}$$
$$+ \sigma 1 \sigma 2 \ldots \sigma(m-1) A(n-1) - \sigma 1 \sigma 2 \ldots \sigma(m-1) \frac{1}{dc}\, dA(n)$$
$$+ \sigma 2 \ldots \sigma(m-1)\, S2 + \sigma 3 \ldots \sigma(m-1)\, S3 + \ldots\ldots\ldots$$
$$+ \sigma(m-2)\, \sigma(m-1)\, S(m-2) + \sigma(m-1)\, S(m-1)$$
$$- \frac{1}{dx}\, dA(n)(m).$$

Je tire de la formule (41) les valeurs de S2, S3, S4, &c., & j'efface les termes qui sont nuls ou = 0, j'ai

$S2 = - \frac{1}{dx} dA(n)\sigma 1$
$S3 = - \frac{1}{dx} dA(n)\sigma 1\sigma 2$
$S4 = - \frac{1}{dx} dA(n)\sigma 1\sigma 2\sigma 3$
$\vdots$
$S(m-1) = - \frac{1}{dx} dA(n)\sigma 1 .. \sigma(m-2)$

Ces valeurs, & celle marquée (53) étant substituées dans la formule précédente, l'on a

$$A(n-1)(m) = \sigma 2..\sigma(m-1)\zeta \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} + \sigma 3..\sigma(m-1)\zeta^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)}$$
$$+ \sigma 4 .. \sigma(m-1)\zeta^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(n-4)} + \ldots\ldots + \zeta^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m)}$$
$$+ \sigma 1\sigma 2..\sigma(m-1)A(n-1) - \sigma 1\sigma 2..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)$$
$$- \sigma 2..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1$$
$$- \sigma 3..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\sigma 2$$
$$- \sigma 4..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\sigma 2\sigma 3$$
$$\vdots$$
$$- \sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1..\sigma(m-2)$$
$$- \frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\sigma 2..\sigma(m-1). \qquad (54)$$

Cette suite est digne d'être remarquée, la loi qui y règne est visible, & le nombre des termes est $= 2m$.

32. Soit proposé de trouver le coefficient de l'antipénultième terme de la première suite de l'intégrale générale (15), ou de $A(n-2)(m)$; on aura $m'' = n-2$; le nombre des termes de la formule (52) est $n - m'' + 1 = 3$; celui des termes de $S(m)$ est $n - m'' = 2$; & $m1 = n - m'' - 1 = 1$; donc les suites $S2'^{m''+2}$, $S3'^{m''+2}$, &c., $S2'^{m''+3}$, &c.

$$+\sigma 2..\sigma(m-1)\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-3)}+\sigma 1..\sigma(m-1)A(n-2)+\sigma 1..\sigma(m-1)$$

$$\left(-\frac{1}{dx}dA(n-1)+\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\right)-\sigma 2..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}d\left(\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}\right.$$

$$\left.+\sigma 1A(n-1)-\sigma 1\frac{1}{dx}dA(n)\right)+\sigma 2..\sigma(m-1)\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\sigma 1$$

$$-\sigma 3..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}d\left(\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)}+\sigma 2\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}+\sigma 1\sigma 2A(n-1)\right.$$

$$\left.-\sigma 1\sigma 2\frac{1}{dx}dA(n)-\sigma 2\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\right)$$

$$+\sigma 3..\sigma(m-1)\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\sigma 1\sigma 2 \ldots$$

$$\ldots$$

$$-\sigma(m-1)\frac{1}{dx}d\left(\zeta^{[m-3]}\frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m+1)}+\sigma(m-2)\zeta^{[m-4]}\frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)}\right.$$

$$+\ldots+\sigma 2..\sigma(m-2)\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}+\sigma 1..\sigma(m-2)A(n-1)$$

$$-\sigma 1..\sigma(m-2)\frac{1}{dx}dA(n)-\sigma 2..\sigma(m-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1$$

$$-\sigma 3..\sigma(m-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\sigma 2-\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left.-\sigma(m-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1..\sigma(m-3)\right)$$

$$+\sigma(m-1)\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\sigma 1..\sigma(m-2)$$

$$-\frac{1}{dx}d\left(\zeta^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m)}+\sigma(m-1)\zeta^{[m-3]}\frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m+1)}\right.$$

$$+\ldots+\sigma 2..\sigma(m-1)\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}+\sigma 1..\sigma(m-1)A(n-1)$$

$$-\sigma 1..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)-\sigma 2..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1$$

$$-\sigma 3..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\sigma 2-\sigma 4..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\sigma 2\sigma 3$$

$$\left.-\ldots\ldots-\sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n-1)\sigma 1..\sigma(m-2)\right)$$

$$+\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\sigma 1\sigma 2..\sigma(m-1) \qquad (55)$$

La marche de cette suite est digne d'attention.

33. Qu'il soit question maintenant de trouver le coefficient du terme qui précède l'antipénultième de la première suite de l'intégrale générale (15), savoir le terme $A(n-3)(m)$; on aura $m''=n-3$, & le nombre des termes de la formule (52) est $n-m''+1=4$, le nombre des termes de $S(m)$ est $n-m''=3$; celui de $S(m-1)'^{m''+1}$ est $n-m''-1=2$; &c. ; & $m1=n-m''-1=2$; donc les suites $S2'^{m''+3}$, $S3'^{m''+3}$, &c.; $S2'^{m''+4}$, $S3'^{m''+4}$, &c. &c., s'évanouiront aussi-bien que la série $S(m, m1+1)=S(m,3)$; par conséquent la suite $S(m,2)$ ne sera composée que d'un seul terme; cela posé, la formule (52) deviendra

$$
\begin{aligned}
A(n-3)(m) = {} & z^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m-2)} + \sigma(m-1)\, z^{[m-3]}\frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m-1)} \\
& + \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\, z^{[m-4]}\frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m)} \\
& + \sigma(m-1)\sigma(m-2)\sigma(m-3)\, z^{[m-5]}\frac{d\sigma(m-4)}{dp(n-m+1)} + \ldots\ldots \\
& + \sigma 3 \ldots \sigma(m-1)\, z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2 \ldots \sigma(m-1)\, z\,\frac{d\sigma 1}{dp(n-4)} \\
& + \sigma 1 \ldots \sigma(m-1)\, A(n-3) + \sigma 1 \sigma 2 \ldots \sigma(m-1) \\
& \left(-\frac{1}{dx}dA(n-2) - \frac{1}{dx^2}d^2A(n-1) - \ldots \pm \frac{1}{dx^3}d^3A(n)\right) \\
& + \sigma 2 \ldots \sigma(m-1)\, S2 + \sigma 3 \ldots \sigma(m-1)\, S3 + \sigma 4 \ldots \sigma(m-1)\, S4 \\
& + \ldots\ldots + \sigma(m-2)\,\sigma(m-1)\, S(m-2) + \sigma(m-1)\, S(m-1) \\
& - \frac{1}{dx}\, d\Bigg(z^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m-1)} + \sigma(m-1)\, z^{[m-3]}\frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m)} \\
& + \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\, z^{[m-4]}\frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+1)} + \ldots\ldots \\
& + \sigma 2 \ldots \sigma(m-1)\, z\,\frac{d\sigma 1}{dp(n-3)} + \sigma 1 \ldots \sigma(m-1)\, A(n-2)
\end{aligned}
$$

$$+\sigma 1 \,..\, \sigma(m-1)\left(-\frac{1}{dx}dA(n-1)+\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\right)$$

$$+\sigma 2 \,..\, \sigma(m-1)S2'^{m''+1}+\sigma 3 \,..\, \sigma(m-1)S3'^{m''+1}$$

$$+\ldots+\sigma(m-1)S(m-1)'^{m''+1}\Big)$$

$$+\frac{1}{dx^2}d^2\Big(\zeta^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m)}+\sigma(m-1)\zeta^{[m-3]}\frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m+1)}$$

$$+\sigma(m-1)\sigma(m-2)\zeta^{[m-4]}\frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)}+\ldots\ldots$$

$$+\sigma 2 \,..\, \sigma(m-1)\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}+\sigma 1 \,..\, \sigma(m-1)A(n-1)$$

$$-\sigma 1 \,..\, \sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)+\sigma 2 \,..\, \sigma(m-1)S2'^{m''+2}$$

$$+\sigma 3 \,..\, \sigma(m-1)S3'^{m''+2}+\ldots+\sigma(m-1)\sigma(m-2)S(m-2)'^{m''+2}$$

$$+\sigma(m-1)S(m-1)'^{m''+2}\Big)$$

$$-\frac{1}{dx^3}d^3A(n)\,\sigma 1\sigma 2 \,..\, \sigma(m-1). \qquad (56)$$

Mais l'on a par les formules (42), (43), (44), ou par la formule générale (41)

$$S2=-\frac{1}{dx}d\left(\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-3)}+\sigma 1A(n-2)+\sigma 1\left(-\frac{1}{dx}dA(n-1)\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\right)\right)$$

$$+\frac{1}{dx^2}d^2\left(\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}+\sigma 1A(n-1)-\sigma 1\frac{1}{dx}dA(n)\right)-\frac{1}{dx^3}d^3A(n)\sigma 1$$

$$S3=-\frac{1}{dx}d\Big(\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-4)}+\sigma 2\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-3)}+\sigma 1\sigma 2A(n-2)$$

$$+\sigma 1\sigma 2\left(-\frac{1}{dx}dA(n-1)+\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\right)+\sigma 2S2'^{m''+1}\Big)$$

$$+\frac{1}{dx^2}d^2\Big(\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)}+\sigma 2\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}+\sigma 1\sigma 2A(n-1)$$

$$-\sigma 1\sigma 2\frac{1}{dx}dA(n)+\sigma 2S2'^{m''+2}\Big)-\frac{1}{dx^3}d^3A(n)\,\sigma 1\sigma 2.$$

$$S4 = -\frac{1}{dx} d \Big(\zeta^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(n-5)} + \sigma 3 \zeta^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-4)} + \sigma 2 \sigma 3 \zeta \frac{d\sigma 1}{dp(n-3)}$$

$$+ \sigma 1 \sigma 2 \sigma 3 A(n-2) + \sigma 1 \sigma 2 \sigma 3 \Big(-\frac{1}{dx} dA(n-1)$$

$$+ \frac{1}{dx^2} d^2 A(n) \Big) + \sigma 2 \sigma 3 S2'^{m''+1} + \sigma 3 S3'^{m''+1} \Big)$$

$$+ \frac{1}{dx^2} d^2 \Big(\zeta^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(n-4)} + \sigma 3 \zeta^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2 \sigma 3 \zeta \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}$$

$$+ \sigma 1 \sigma 2 \sigma 3 A(n-1) - \sigma 1 \sigma 2 \sigma 3 \frac{1}{dx} dA(n) + \sigma 2 \sigma 3 S2'^{m''+2}$$

$$+ \sigma 3 S3'^{m''+2} \Big) - \frac{1}{dx^3} d^3 A(n) \sigma 1 \sigma 2 \sigma 3.$$

⋮

$$S(m-1) = -\frac{1}{dx} d \Big(\zeta^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m)} + \sigma(m-2) \zeta^{[m-4]} \frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+1)}$$

$$+ \sigma(m-2)\, \sigma(m-3)\, \zeta^{[m-5]} \frac{d\sigma(m-4)}{dp(n-m+2)} + \ldots\ldots$$

$$+ \sigma 3 \ldots \sigma(m-2)\, \zeta^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-4)} + \sigma 2 \ldots \sigma(m-2)\, \zeta \frac{d\sigma 1}{dp(n-3)}$$

$$+ \sigma 1 \ldots \sigma(m-2)\, A(n-2) + \sigma 1 \ldots \sigma(m-2) \Big(-\frac{1}{dx} dA(n-1)$$

$$+ \frac{1}{dx^2} d^2 A(n) \Big) + \sigma 2 \sigma 3 \ldots \sigma(m-2) S2'^{m''+1} + \sigma 3 \ldots \sigma(m-2) S3'^{m''+1}$$

$$+ \ldots\ldots\ldots + \sigma(m-3)\, \sigma(m-2)\, S(m-3)'^{m''+2}$$

$$+ \sigma(m-2)\, S(m-2)'^{m''+1} \Big)$$

$$+ \frac{1}{dx^2} d^2 \Big(\zeta^{[m-3]} \frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m+1)} + \sigma(m-2)\, \zeta^{[m-4]} \frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)}$$

$$+ \sigma(m-2)\, \sigma(m-3)\, \zeta^{[m-5]} \frac{d\sigma(m-4)}{dp(n-m+3)} + \ldots\ldots\ldots$$

$$+ \sigma 3 \ldots \sigma(m-2)\, \zeta^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2 \ldots \sigma(m-2)\, \zeta \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}$$

$$+\sigma 1 \,..\, \sigma(m-2)\,A(n-1) - \sigma 1 \,..\, \sigma(m-2)\,\tfrac{1}{dx}\,dA(n)$$
$$+\sigma 2 \,..\, \sigma(m-2)\,S2'^{m''+2} + \sigma 3 \,..\, \sigma(m-2)\,S3'^{m''+2} + \ldots\ldots$$
$$+\sigma(m-3)\,\sigma(m-2)\,S(m-2)'^{m''+2} + \sigma(m-2)S(m-2)'^{m''+2}\big)$$
$$-\tfrac{1}{dx^2}\,d^2A(n)\,\sigma 1\sigma 2 \,..\, \sigma(m-2).$$

Or les formules (42), (43) &c., dans lesquelles $m''=n-3$ se change en $m''+1=n-2$, donnent

$$S2'^{m''+1} = -\tfrac{1}{dx}\,d\Big(\zeta\,\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} + A(n-1)\,\sigma 1 - \sigma 1\,\tfrac{1}{dx}\,dA(n)\Big)$$
$$+\tfrac{1}{dx^2}\,d^2A(n)\,\sigma 1$$

$$S3'^{m''+1} = -\tfrac{1}{dx}\,d\Big(\zeta^{[1]}\,\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2\zeta\,\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} + \sigma 1\sigma 2\,A(n-1)$$
$$-\sigma 1\sigma 2\,\tfrac{1}{dx}\,dA(n) + \sigma 2 S2'^{m''+2}\Big) + \tfrac{1}{dx^2}\,d^2A(n)\,\sigma 1\sigma 2$$

$$S4'^{m''+1} = -\tfrac{1}{dx}\,d\Big(\zeta^{[2]}\,\frac{d\sigma 3}{dp(n-4)} + \sigma 3\zeta^{[1]}\,\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2\sigma 3\zeta\,\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}$$
$$+\sigma 1\sigma 2\sigma 3A(n-1) - \sigma 1\sigma 2\sigma 3\,\tfrac{1}{dx}dA(n) + \sigma 2\sigma 3 S2'^{m''+2}$$
$$+\sigma 3\,S3'^{m''+2}\Big) + \tfrac{1}{dx^2}\,d^2A(n)\,\sigma 1\sigma 2\sigma 3$$

$$\vdots$$

$$S(m-1)'^{m''+1} = -\tfrac{1}{dx}\,d\Big(\zeta^{[m-3]}\,\frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m+1)}$$
$$+\sigma(m-2)\zeta^{[m-4]}\,\frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)} + \sigma(m-2)\sigma(m-3)\zeta^{[m-5]}\,\frac{d\sigma(m-4)}{dp(n-m+3)}$$
$$+\ldots\ldots + \sigma 3\,..\,\sigma(m-2)\zeta^{[1]}\,\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2\,..\,\sigma(m-2)\zeta\,\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}$$
$$+\sigma 1 \,..\, \sigma(m-2)\,A(n-1) - \sigma 1 \,..\, \sigma(m-2)\,\tfrac{1}{dx}\,dA(n)$$
$$+\sigma 2\,..\,\sigma(m-2)\,S2'^{m''+2} + \sigma 3\,..\,\sigma(m-2)S3'^{m''+2} + \ldots\ldots$$
$$+\sigma(m-3)\sigma(m-2)S(m-3)'^{m''+2} + \sigma(m-2)S(m-2)'^{m''+2}\Big)$$
$$+\tfrac{1}{dx^2}\,d^2A(n)\,\sigma 1 \,..\, \sigma(m-2).$$

Et

$$\left.\begin{aligned}
S2'^{m''+2} &= -\tfrac{1}{dx}\, dA(n)\,\sigma 1 \\
S3'^{m''+2} &= -\tfrac{1}{dx}\, dA(n)\,\sigma 1\sigma 2 \\
S4'^{m''+2} &= -\tfrac{1}{dx}\, dA(n)\,\sigma 1\sigma 2\sigma 3 \\
&\vdots \\
S(m-1)'^{m''+2} &= -\tfrac{1}{dx}\, dA(n)\,\sigma 1\sigma 2\sigma 3 \,..\, \sigma(m-2)
\end{aligned}\right\}(57)$$

En substituant dans la valeur de $S3'^{m''+1}$, $S4'^{m''+1}$, &c. les valeurs précédentes de $S2'^{m''+2}$, $S3'^{m''+2}$ &c., on aura

$$\left.\begin{aligned}
S3'^{m''+1} = &-\tfrac{1}{dx} d\Big(\zeta^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2\zeta \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} + \sigma 1\sigma 2 A(n-1) \\
&- \sigma 1\sigma 2 \tfrac{1}{dx} dA(n) - \sigma 2 \tfrac{1}{dx} dA(n)\sigma 1\Big) + \tfrac{1}{dx^2} d^2A(n)\sigma 1\sigma 2 \\
S4'^{m''+1} = &-\tfrac{1}{dx} d\Big(\zeta^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(n-4)} + \sigma 3\zeta^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2\sigma 3\zeta \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} \\
&+ \sigma 1\sigma 2\sigma 3 A(n-1) - \sigma 1\sigma 2\sigma 3 \tfrac{1}{dx} dA(n) - \sigma 2\sigma 3 \tfrac{1}{dx} dA(n)\sigma 1 \\
&- \sigma 3 \tfrac{1}{dx} dA(n)\sigma 1\sigma 2\Big) + \tfrac{1}{dx^2} d^2A(n)\sigma 1\sigma 2\sigma 3 \\
&\vdots \\
S(m-1)'^{m''+1} = &-\tfrac{1}{dx} d\Big(\zeta^{[m-3]} \frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m+1)} \\
&+ \sigma(m-2)\zeta^{[m-3]} \frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)} + \sigma(m-2)\sigma(m-3)\zeta^{[m-5]} \frac{d\sigma(m-4)}{dp(n-m+3)} \\
&+ \ldots + \sigma 3 \,..\, \sigma(m-2)\zeta^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2 \,..\, \sigma(m-2)\zeta \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} \\
&+ \sigma 1 \,..\, \sigma(m-2)\, A(n-1) - \sigma 1 \,..\, \sigma(m-2) \tfrac{1}{dx} dA(n) \\
&- \sigma 2 \,..\, \sigma(m-2) \tfrac{1}{dx} dA(n)\sigma 1 - \sigma 3 \,..\, \sigma(m-2) \tfrac{1}{dx} dA(n)\sigma 1\sigma 2 \\
&- \sigma 4 \,..\, \sigma(m-2) \tfrac{1}{dx} dA(n)\sigma 1\sigma 2\sigma 3 - \ldots\ldots\ldots \\
&- \sigma(m-3)\,\sigma(m-2) \tfrac{1}{dx} dA(n)\,\sigma 1\sigma 2 \,..\, \sigma(m-4) \\
&- \sigma(m-2) \tfrac{1}{dx} dA(n)\,\sigma 1\sigma 2 \,..\, \sigma(m-3)\Big) \\
&+ \tfrac{1}{dx^2} d^2A(n)\,\sigma 1\sigma 2 \,..\, \sigma(m-2).
\end{aligned}\right\}(58)$$

$$+\sigma 2..\sigma(m-1)\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-3)}+\sigma 1..\sigma(m-1)A(n-2)+\sigma 1..\sigma(m-1)$$

$$\left(-\frac{1}{dx}dA(n-1)+\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\right)-\sigma 2..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}d\left(\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}\right.$$

$$\left.+\sigma 1A(n-1)-\sigma 1\frac{1}{dx}dA(n)\right)+\sigma 2..\sigma(m-1)\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\sigma 1$$

$$-\sigma 3..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}d\left(\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)}+\sigma 2\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}+\sigma 1\sigma 2A(n-1)\right.$$

$$\left.-\sigma 1\sigma 2\frac{1}{dx}dA(n)-\sigma 2\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\right)$$

$$+\sigma 3..\sigma(m-1)\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\sigma 1\sigma 2$$

$$-\ \vdots$$

$$-\sigma(m-1)\frac{1}{dx}d\left(\zeta^{[m-3]}\frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m+1)}+\sigma(m-2)\zeta^{[m-4]}\frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)}\right.$$

$$+\ldots+\sigma 2..\sigma(m-2)\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}+\sigma 1..\sigma(m-2)A(n-1)$$

$$-\sigma 1..\sigma(m-2)\frac{1}{dx}dA(n)-\sigma 2..\sigma(m-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1$$

$$-\sigma 3..\sigma(m-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\sigma 2-\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left.-\sigma(m-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1..\sigma(m-3)\right)$$

$$+\sigma(m-1)\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\sigma 1..\sigma(m-2)$$

$$-\frac{1}{dx}d\left(\zeta^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m)}+\sigma(m-1)\zeta^{[m-3]}\frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m+1)}\right.$$

$$+\ldots+\sigma 2..\sigma(m-1)\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}+\sigma 1..\sigma(m-1)A(n-1)$$

$$-\sigma 1..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)-\sigma 2..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1$$

$$-\sigma 3..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\sigma 2-\sigma 4..\sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\sigma 2\sigma 3$$

$$\left.-\ldots\ldots-\sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n-1)\sigma 1..\sigma(m-2)\right)$$

$$+\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\sigma 1\sigma 2..\sigma(m-1)\qquad(55)$$

La marche de cette suite est digne d'attention.

33. Qu'il soit question maintenant de trouver le coefficient du terme qui précède l'antipénultième de la première suite de l'intégrale générale (15), savoir le terme $A(n-3)(m)$; on aura $m''=n-3$, & le nombre des termes de la formule (52) est $n-m''+1=4$, le nombre des termes de $S(m)$ est $n-m''=3$; celui de $S(m-1)^{\prime m''+1}$ est $n-m''-1=2$; &c. & $m1=n-m''-1=2$; donc les suites $S2^{\prime m''+3}$, $S3^{\prime m''+3}$, &c.; $S2^{\prime m''+4}$, $S3^{\prime m''+4}$, &c. &c., s'évanouiront aussi-bien que la série $S(m, m1+1)=S(m,3)$; par conséquent la suite $S(m,2)$ ne sera composée que d'un seul terme; cela posé, la formule (52) deviendra

$$
\begin{aligned}
A(n-3)(m) = {} & z^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m-2)} + \sigma(m-1)\,z^{[m-3]}\frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m-1)} \\
& + \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\,z^{[m-4]}\frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m)} \\
& + \sigma(m-1)\sigma(m-2)\sigma(m-3)z^{[m-5]}\frac{d\sigma(m-4)}{dp(n-m+1)} + \ldots\ldots \\
& + \sigma 3 \ldots \sigma(m-1)z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2 \ldots \sigma(m-1)\,z\,\frac{d\sigma 1}{dp(n-4)} \\
& + \sigma 1 \ldots \sigma(m-1)\,A(n-3) + \sigma 1 \sigma 2 \ldots \sigma(m-1) \\
& \left(-\frac{1}{dx}dA(n-2) - \frac{1}{dx^2}d^2A(n-1) - \ldots \pm \frac{1}{dx^3}d^3A(n)\right) \\
& + \sigma 2 \ldots \sigma(m-1)\,S2 + \sigma 3 \ldots \sigma(m-1)S3 + \sigma 4 \ldots \sigma(m-1)\,S4 \\
& + \ldots\ldots + \sigma(m-2)\sigma(m-1)\,S(m-2) + \sigma(m-1)\,S(m-1) \\
& - \frac{1}{dx}d\Big(z^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m-1)} + \sigma(m-1)\,z^{[m-3]}\frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m)} \\
& + \sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\,z^{[m-4]}\frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+1)} + \ldots\ldots \\
& + \sigma 2 \ldots \sigma(m-1)\,z\,\frac{d\sigma 1}{dp(n-3)} + \sigma 1 \ldots \sigma(m-1)\,A(n-2)
\end{aligned}
$$

$$+\sigma 1 \,..\, \sigma(m-1)\left(-\frac{1}{dx}dA(n-1)+\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\right)$$
$$+\sigma 2 \,..\, \sigma(m-1)\, S2'^{m''+1}+\sigma 3 \,..\, \sigma(m-1)\, S3'^{m''+1}$$
$$\left.+\ldots\ldots+\sigma(m-1)\, S(m-1)'^{m''+1}\right)$$

$$+\frac{1}{dx^2}d^2\left(\zeta^{[m-2]}\frac{d\sigma(m-1)}{dp(n-m)}+\sigma(m-1)\zeta^{[m-3]}\frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m+1)}\right.$$
$$+\sigma(m-1)\,\sigma(m-2)\,\zeta^{[m-4]}\frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)}+\ldots\ldots$$
$$+\sigma 2 \,..\, \sigma(m-1)\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}+\sigma 1 \,..\, \sigma(m-1)\, A(n-1)$$
$$-\sigma 1 \,..\, \sigma(m-1)\frac{1}{dx}dA(n)+\sigma 2 \,..\, \sigma(m-1)\, S2'^{m''+2}$$
$$+\sigma 3 \,..\, \sigma(m-1) S3'^{m''+2}+\ldots\ldots+\sigma(m-1)\sigma(m-2)S(m-2)'^{m''+2}$$
$$\left.+\sigma(m-1)\, S(m-1)'^{m''+2}\right)$$

$$-\frac{1}{dx^3}d^3A(n)\,\sigma 1\sigma 2 \,..\, \sigma(m-1). \qquad (56)$$

Mais l'on a par les formules (42), (43), (44), ou par la formule générale (41)

$$S2=-\frac{1}{dx}d\left(\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-3)}+\sigma 1A(n-2)+\sigma 1\left(-\frac{1}{dx}dA(n-1)\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\right)\right)$$
$$+\frac{1}{dx^2}d^2\left(\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}+\sigma 1A(n-1)-\sigma 1\frac{1}{dx}dA(n)\right)-\frac{1}{dx^3}d^3A(n)\sigma 1$$

$$S3=-\frac{1}{dx}d\left(\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-4)}+\sigma 2\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-3)}+\sigma 1\sigma 2\, A(n-2)\right.$$
$$\left.+\sigma 1\sigma 2\left(-\frac{1}{dx}dA(n-1)+\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\right)+\sigma 2 S2'^{m''+1}\right)$$
$$+\frac{1}{dx^2}d^2\left(\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)}+\sigma 2\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}+\sigma 1\sigma 2\, A(n-1)\right.$$
$$\left.-\sigma 1\sigma 2\frac{1}{dx}dA(n)+\sigma 2 S2'^{m''+2}\right)-\frac{1}{dx^3}d^3A(n)\,\sigma 1\sigma 2.$$

$$S4 = -\frac{1}{dx} d\Big(z^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(n-5)} + \sigma 3 z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-4)} + \sigma 2\sigma 3 z \frac{d\sigma 1}{dp(n-3)}$$

$$+ \sigma 1\sigma 2\sigma 3 A(n-2) + \sigma 1\sigma 2\sigma 3 \Big(-\frac{1}{dx} dA(n-1)$$

$$+ \frac{1}{dx^2} d^2 A(n)\Big) + \sigma 2\sigma 3 S2'^{m''+1} + \sigma 3 S3'^{m''+1} \Big)$$

$$+ \frac{1}{dx^2} d^2 \Big(z^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(n-4)} + \sigma 3 z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2\sigma 3 z \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}$$

$$+ \sigma 1\sigma 2\sigma 3 A(n-1) - \sigma 1\sigma 2\sigma 3 \frac{1}{dx} dA(n) + \sigma 2\sigma 3 S2'^{m''+2}$$

$$+ \sigma 3 S3'^{m''+2} \Big) - \frac{1}{dx^3} d^3 A(n) \sigma 1\sigma 2\sigma 3.$$

⋮

$$S(m-1) = -\frac{1}{dx} d\Big(z^{[m-2]} \frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m)} + \sigma(m-2) z^{[m-4]} \frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+1)}$$

$$+ \sigma(m-2)\,\sigma(m-3)\, z^{[m-5]} \frac{d\sigma(m-4)}{dp(n-m+2)} + \dots\dots$$

$$+ \sigma 3 \,..\, \sigma(m-2)\, z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-4)} + \sigma 2 \,..\, \sigma(m-2)\, z \frac{d\sigma 1}{dp(n-3)}$$

$$+ \sigma 1 \,..\, \sigma(m-2)\, A(n-2) + \sigma 1 \,..\, \sigma(m-2) \Big(-\frac{1}{dx} dA(n-1)$$

$$+ \frac{1}{dx^2} d^2 A(n)\Big) + \sigma 2\sigma 3 \,..\, \sigma(m-2) S2'^{m''+1} + \sigma 3 \,..\, \sigma(m-2) S3'^{m''+1}$$

$$+ \dots\dots\dots + \sigma(m-3)\,\sigma(m-2)\, S(m-3)'^{m''+2}$$

$$+ \sigma(m-2)\, S(m-2)'^{m''+1} \Big)$$

$$+ \frac{1}{dx^2} d^2 \Big(z^{[m-3]} \frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m+1)} + \sigma(m-2)\, z^{[m-4]} \frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)}$$

$$+ \sigma(m-2)\,\sigma(m-3)\, z^{[m-5]} \frac{d\sigma(m-4)}{dp(n-m+3)} + \dots\dots\dots$$

$$+ \sigma 3 \,..\, \sigma(m-2)\, z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2 \,..\, \sigma(m-2)\, z \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}$$

$$+ \sigma 1 \,..\, \sigma(m-2) A(n-1) - \sigma 1 \,..\, \sigma(m-2) \tfrac{1}{dx} dA(n)$$
$$+ \sigma 2 \,..\, \sigma(m-2)\, S2'^{m''+2} + \sigma 3 \,..\, \sigma(m-2)\, S3'^{m''+2} + \ldots\ldots$$
$$+ \sigma(m-3)\,\sigma(m-2)\, S(m-2)'^{m''+2} + \sigma(m-2) S(m-2)'^{m''+2})$$
$$- \tfrac{1}{dx^2} d^2 A(n)\, \sigma 1 \sigma 2 \,..\, \sigma(m-2).$$

Or les formules (42), (43) &c., dans lesquelles $m''=n-3$ se change en $m''+1=n-2$, donnent

$$S2'^{m''+1} = -\tfrac{1}{dx} d\left(z \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} + A(n-1)\sigma 1 - \sigma 1 \tfrac{1}{dx} dA(n)\right)$$
$$+ \tfrac{1}{dx^2} d^2 A(n)\, \sigma 1$$

$$S3'^{m''+1} = -\tfrac{1}{dx} d\left(z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2 z \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} + \sigma 1 \sigma 2\, A(n-1)\right.$$
$$\left. - \sigma 1 \sigma 2 \tfrac{1}{dx} dA(n) + \sigma 2 S2'^{m''+2}\right) + \tfrac{1}{dx^2} d^2 A(n) \sigma 1 \sigma 2$$

$$S4'^{m''+1} = -\tfrac{1}{dx} d\left(z^{[2]} \frac{d\sigma 3}{dp(n-4)} + \sigma 3 z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2 \sigma 3 z \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}\right.$$
$$+ \sigma 1 \sigma 2 \sigma 3 A(n-1) - \sigma 1 \sigma 2 \sigma 3 \tfrac{1}{dx} dA(n) + \sigma 2 \sigma 3 S2'^{m''+1}$$
$$\left. + \sigma 3\, S3'^{m''+2}\right) + \tfrac{1}{dx^2} d^2 A(n) \sigma 1 \sigma 2 \sigma 3$$

$$\vdots$$

$$S(m-1)'^{m''+1} = -\tfrac{1}{dx} d\left(z^{[m-3]} \frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m+1)}\right.$$
$$+ \sigma(m-2) z^{[m-4]} \frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)} + \sigma(m-2)\sigma(m-3) z^{[m-5]} \frac{d\sigma(m-4)}{dp(n-m+3)}$$
$$+ \ldots\ldots + \sigma 3 \,..\, \sigma(m-2) z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2 \,..\, \sigma(m-2) z \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}$$
$$+ \sigma 1 \,..\, \sigma(m-2) A(n-1) - \sigma 1 \,..\, \sigma(m-2) \tfrac{1}{dx} dA(n)$$
$$+ \sigma 2 \,..\, \sigma(m-2)\, S2'^{m''+2} + \sigma 3 \,..\, \sigma(m-2) S3'^{m''+2} + \ldots\ldots$$
$$\left. + \sigma(m-3)\sigma(m-2) S(m-3)'^{m''+2} + \sigma(m-2) S(m-2)'^{m''+2}\right)$$
$$+ \tfrac{1}{dx^2} d^2 A(n)\, \sigma 1 \,..\, \sigma(m-2).$$

Et

$$\left.\begin{array}{l}
S2'^{m''+2} = -\frac{1}{dx}\, dA(n)\,\sigma 1 \\
S3'^{m''+2} = -\frac{1}{dx}\, dA(n)\,\sigma 1\sigma 2 \\
S4'^{m''+2} = -\frac{1}{dx}\, dA(n)\,\sigma 1\sigma 2\sigma 3 \\
\vdots \\
S(m-1)'^{m''+2} = -\frac{1}{dx}\, dA(n)\,\sigma 1\sigma 2\sigma 3\,..\,\sigma(m-2)
\end{array}\right\}(57)$$

En substituant dans la valeur de $S3'^{m''+1}$, $S4'^{m''+1}$, &c. les valeurs précédentes de $S2'^{m''+2}$, $S3'^{m''+2}$ &c., on aura

$$\left.\begin{array}{l}
S3'^{m''+1} = -\frac{1}{dx} d\Big(\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} + \sigma 1\sigma 2 A(n-1) \\
\quad - \sigma 1\sigma 2\,\frac{1}{dx} dA(n) - \sigma 2\frac{1}{dx} dA(n)\sigma 1\Big) + \frac{1}{dx^2} d^2A(n)\,\sigma 1\sigma 2 \\
S4'^{m''+1} = -\frac{1}{dx} d\Big(\zeta^{[2]}\frac{d\sigma 3}{dp(n-4)} + \sigma 3\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2\sigma 3\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} \\
\quad + \sigma 1\sigma 2\sigma 3 A(n-1) - \sigma 1\sigma 2\sigma 3\frac{1}{dx} dA(n) - \sigma 2\sigma 3\,\frac{1}{dx} dA(n)\sigma 1 \\
\quad - \sigma 3\,\frac{1}{dx}\, dA(n)\sigma 1\sigma 2\Big) + \frac{1}{dx^2}\, d^2A(n)\sigma 1\sigma 2\sigma 3 \\
\vdots \\
S(m-1)'^{m''+1} = -\frac{1}{dx}\, d\Big(\zeta^{[m-3]}\frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m+1)} \\
\quad + \sigma(m-2)\zeta^{[m-4]}\frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)} + \sigma(m-2)\sigma(m-3)\zeta^{[m-5]}\frac{d\sigma(m-4)}{dp(n-m+3)} \\
\quad + \ldots + \sigma 3..\sigma(m-2)\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2..\sigma(m-2)\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} \\
\quad + \sigma 1..\sigma(m-2)\,A(n-1) - \sigma 1\,..\,\sigma(m-2)\,\frac{1}{dx}\, dA(n) \\
\quad - \sigma 2..\sigma(m-2)\frac{1}{dx} dA(n)\sigma 1 - \sigma 3..\sigma(m-2)\,\frac{1}{dx} dA(n)\sigma 1\sigma 2 \\
\quad - \sigma 4\,..\,\sigma(m-2)\,\frac{1}{dx}\, dA(n)\,\sigma 1\sigma 2\sigma 3 - \ldots\ldots\ldots \\
\quad - \sigma(m-3)\,\sigma(m-2)\,\frac{1}{dx}\, dA(n)\,\sigma 1\sigma 2\,..\,\sigma(m-4) \\
\quad - \sigma(m-2)\,\frac{1}{dx}\, dA(n)\,\sigma 1\,\sigma 2\,..\,\sigma(m-3)\Big) \\
\quad + \frac{1}{dx^2}\, d^2A(n)\,\sigma 1\sigma 2\,..\,\sigma(m-2).
\end{array}\right\}(58)$$

En substituant ces valeurs dans celles de S3, S4, ... S(m−1) on aura

$$S3 = -\frac{1}{dx}\, d\Big(\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-4)} + \sigma 2\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-3)} + \sigma 1\sigma 2\, A(n-2)$$

$$+\sigma 1\sigma 2\Big(-\frac{1}{dx}dA(n-1) + \frac{1}{dx^2}d^2A(n)\Big) - \sigma 2\,\frac{1}{dx}d\Big(\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}$$

$$+A(n-1)\sigma 1 - \sigma 1\,\frac{1}{dx}dA(n)\Big) + \sigma 2\,\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\,\sigma 1\Big)$$

$$+\frac{1}{dx^2}d^2\Big(\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} + \sigma 1\sigma 2\, A(n-1)$$

$$-\sigma 1\sigma 2\,\frac{1}{dx}\,dA(n) - \sigma 2\,\frac{1}{dx}\,dA(n)\,\sigma 1\Big)$$

$$-\frac{1}{dx^3}d^3A(n)\,\sigma 1\sigma 2.$$

$$S4 = -\frac{1}{dx}\,d\Big(\zeta^{[2]}\frac{d\sigma 3}{dp(n-5)} + \sigma 3\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-4)} + \sigma 2\sigma 3\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-3)}$$

$$+\sigma 1\sigma 2\sigma 3\, A(n-2) + \sigma 1\sigma 2\sigma 3\Big(-\frac{1}{dx}\,dA(n-1)$$

$$+\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\Big) - \sigma 2\sigma 3\,\frac{1}{dx}d\Big(\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} + A(n-1)\,\sigma 1$$

$$-\sigma 1\,\frac{1}{dx}dA(n)\Big) + \sigma 2\sigma 3\frac{1}{dx^2}d^2A(n)\sigma 1 - \sigma 3\,\frac{1}{dx}\,d\Big(\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)}$$

$$+\sigma 2\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} + \sigma 1\sigma 2A(n-1) - \sigma 1\sigma 2\frac{1}{dx}dA(n) - \sigma 2\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\Big)$$

$$+\sigma 3\,\frac{1}{dx^2}\,d^2A(n)\sigma 1\sigma 2\Big)$$

$$+\frac{1}{dx^2}d^2\Big(\zeta^{[2]}\frac{d\sigma 3}{dp(n-4)} + \sigma 3\zeta^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2\sigma 3\zeta\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}$$

$$+\sigma 1\sigma 2\sigma 3A(n-1) - \sigma 1\sigma 2\sigma 3\frac{1}{dx}dA(n) - \sigma 2\sigma 3\frac{1}{dx}\,dA(n)\sigma 1$$

$$-\sigma 3\,\frac{1}{dx}\,dA(n)\sigma 1\sigma 2\Big) - \frac{1}{dx^3}\,d^3A(n)\,\sigma 1\sigma 2\sigma 3.$$

$$S(m-1) = -\frac{1}{dx} d\Big[z^{[m-3]} \frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m)} + \sigma(m-2) z^{[m-4]} \frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+1)}$$

$$+ \sigma(m-2)\,\sigma(m-3)\, z^{[m-5]} \frac{d\sigma(m-4)}{dp(n-m+2)} + \ldots\ldots$$

$$+ \sigma 3 \,..\, \sigma(m-2)\, z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-4)} + \sigma 2 \,..\, \sigma(m-2)\, z \frac{d\sigma 1}{dp(n-3)}$$

$$+ \sigma 1 \,..\, \sigma(m-2)\, A(n-2) + \sigma 1 \,..\, \sigma(m-2) \Big(-\frac{1}{dx} dA(n-1)$$

$$+ \frac{1}{dx^2} d^2 A(n)\Big) - \sigma 2 \sigma 3 \,..\, \sigma(m-2) \frac{1}{dx} d\Big(z \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)} + A(n-1)\sigma 1$$

$$- \sigma 1 \frac{1}{dx} dA(n)\Big) + \sigma 2 \,..\, \sigma(m-2) \frac{1}{dx^2} d^2 A(n)\, \sigma 1$$

$$- \sigma 3 \,..\, \sigma(m-2) \frac{1}{dx} d\Big(z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2 z \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}$$

$$+ \sigma 1 \sigma 2\, A(n-1) - \sigma 1 \sigma 2 \frac{1}{dx} dA(n) - \sigma 2 \frac{1}{dx} dA(n)\, \sigma 1 \sigma 2\Big)$$

$$+ \sigma 3 \,..\, \sigma(m-2) \frac{1}{dx^2} d^2 A(n)\, \sigma 1 \sigma 2 - \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$- \sigma(m-2) \frac{1}{dx} d\Big(z^{[m-4]} \frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)} + \sigma(m-3) z^{[m-5]} \frac{d\sigma(m-4)}{dp(n-m+3)}$$

$$+ \sigma(m-3)\,\sigma(m-4)\, z^{[m-6]} \frac{d\sigma(m-5)}{dp(n-m+4)} + \ldots\ldots$$

$$+ \sigma 3 \,..\, \sigma(m-3)\, z^{[1]} \frac{d\sigma 2}{dp(n-3)} + \sigma 2 \,..\, \sigma(m-3)\, z \frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}$$

$$+ \sigma 1 \,..\, \sigma(m-3)\, A(n-1) - \sigma 1 \,..\, \sigma(m-3) \frac{1}{dx} dA(n)$$

$$- \sigma 2 \,..\, \sigma(m-3) \frac{1}{dx} dA(n)\sigma 1 - \sigma 3 \,..\, \sigma(m-3) \frac{1}{dx} dA(n)\sigma 1 \sigma 2$$

$$- \sigma 4 \,..\, \sigma(m-3) \frac{1}{dx} dA(n)\, \sigma 1 \sigma 2 \sigma 3 - \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$- \sigma(m-4)\,\sigma(m-3) \frac{1}{dx} dA(n)\, \sigma 1 \,..\, \sigma(m-5)$$

$$- \sigma(m-3) \frac{1}{dx} dA(n)\, \sigma 1 \,..\, \sigma(m-4)\Big)$$

$$+ \sigma(m-2) \frac{1}{dx^2} d^2 A(n)\, \sigma 1 \,..\, \sigma(m-3)\Big]$$

$$+\frac{1}{dx^2}d^2\Big[z^{[m-1]}\frac{d\sigma(m-2)}{dp(n-m+1)}+\sigma(m-2)\,z^{[m-4]}\frac{d\sigma(m-3)}{dp(n-m+2)}$$

$$+\sigma(m-2)\,\sigma(m-3)\,z^{[m-5]}\frac{d\sigma(m-4)}{dp(n-m+3)}+\ldots\ldots$$

$$+\sigma 3\ldots\sigma(m-2)\,z^{[1]}\frac{d\sigma 2}{dp(n-3)}+\sigma 2\ldots\sigma(m-2)\,z\frac{d\sigma 1}{dp(n-2)}$$

$$+\sigma 1\ldots\sigma(m-2)\,A(n-1)-\sigma 1\ldots\sigma(m-2)\frac{1}{dx}dA(n)$$

$$-\sigma 2\ldots\sigma(m-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1-\sigma 3\ldots\sigma(m-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\sigma 2$$

$$-\sigma 4\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\sigma 2\sigma 3-\ldots\ldots\ldots$$

$$-\sigma(m-3)\,\sigma(m-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\ldots\sigma(m-4)$$

$$-\sigma(m-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma 1\ldots\sigma(m-3)\Big]$$

$$-\frac{1}{dx^3}d^3A(n)\,\sigma 1\sigma 2\ldots\sigma(m-2).\qquad(59)$$

La loi qui règne dans cette série est visible & digne d'être remarquée.

La valeur (56) que nous avons obtenue de $A(n-3)(m)$ ne renferme d'autres quantités non développées que celles-ci $S2$, $S3$, ... $S(m-1)$; $S2'^{m''+1}$, $S3'^{m''+1}$ .... $S(m-1)'^{m''+1}$; $S2'^{m''+2}$, $S3'^{m''+2}$, ... $S(m-1)'^{m''+2}$; mais nous venons de développer ces valeurs par les formules (59), (58) & (57); on aura donc à l'aide de ces mêmes formules la valeur développée de $A(n-3)(m)$.

34. Si on met convenablement dans ces dernières formules $m-1$ pour m, elles donneront la valeur des fonctions $A(n-1)(m-1)$, $A(n-2)(m-1)$, $A(n-3)(m-1)$, &c., qui entrent dans les derniers termes des équations de condition (16).

35. Le dernier terme des équations de condition (18) est donné par la formule (53), dans laquelle m se change en $n-1$; & l'on aura avec cette égale facilité le premier terme des mêmes équations; en effet si l'on suppose $m''=n-1$, aussi-bien que $m=n-1$, le nombre des termes de la formule (52) sera $n-m''+1=2$; & celui des suites $S2$, $S3$ ..... $S(m)$ sera $n-m''=1$; & $m1=0$; donc les suites $S2'^{m''+1}$, &c. &c., seront nulles ou $=0$; on aura donc

$$A(n-1)(n-1)=\zeta^{[n-3]}\frac{d\sigma(n-2)}{dp1}+\zeta^{[n-4]}\sigma(n-2)\frac{d\sigma(n-3)}{dp2}$$
$$+\sigma(n-2)\sigma(n-3)\zeta^{[n-5]]}\frac{d\sigma(n-4)}{dp3}+\ldots\ldots\ldots$$
$$+\sigma2\ldots\sigma(n-2)\zeta\frac{d\sigma1}{dp(n-2)}+\sigma1\sigma2\ldots\sigma(n-2)A(n-1)$$
$$-\sigma1\ldots\sigma(n-2)\frac{1}{dx}dA(n)-\sigma2\ldots\sigma(n-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma1$$
$$-\sigma3\ldots\sigma(n-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma1\sigma2-\sigma4\ldots\sigma(n-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma1\sigma2\sigma3$$
$$-\ldots\ldots-\sigma(n-2)\frac{1}{dx}dA(n)\sigma1\ldots\sigma(n-2)$$
$$-\frac{1}{dx}dA(n)\sigma1\ldots\sigma(n-2). \qquad (60)$$

La loi qui règne dans cette série mérite par sa simplicité d'être remarquée.

La recherche de l'équation intégrale d'un ordre quelconque inférieur d'une ou de plusieurs unités à celui d'une équation quelconque différentielle proposée, n'aura plus aucune difficulté d'après les formules générales d'intégration que nous venons de donner; mais ces formules sont en-

core susceptibles de beaucoup de remarques importantes, de plus elles renferment les facteurs inconnus $\sigma 1$, $\sigma 2$ ..... $\sigma(m-1)$; mais le plan de ce Mémoire n'étoit point ni de faire ces remarques, ni d'entreprendre la détermination de ces facteurs; ce travail est de la plus haute difficulté, & nous ferons les plus grands efforts pour la surmonter, du moins autant qu'il sera possible.

DE L'USAGE
DU CALCUL DIFFÉRENTIEL
DANS LA CONSTRUCTION DES TABLES ASTRONOMIQUES.

PAR M. DE LAMBRE

Dans la construction des tables astronomiques on se contente ordinairement de déterminer avec exactitude un certain nombre de termes, à des intervalles plus ou moins grands suivant la marche plus ou moins régulière des différences.

Si les différences premières sont sensiblement égales on remplit les vuides par de simples parties proportionelles; mais ce cas est assez rare quand on aspire à beaucoup de précision.

Si l'uniformité ne se trouve que dans les secondes différences, on a pour corriger l'erreur des simples parties proportionelles des formules & des tables assez commodes; mais ce moyen, qui oblige à mettre dans les calculs fondamentaux une précision souvent fatigante, devient lui-même quelque fois insuffisant; & les méthodes proposées pour y suppléer m'ont paru longues & pénibles. C'est ce qui m'a engagé à chercher des moyens plus sûrs & plus prompts.

I. L'idée qui se présente d'abord est de différentier la formule sur laquelle on calcule la table. Par là on se procure selon le besoin des différentielles de plusieurs ordres. On peut les calculer d'avance & en former des tables

subsidiaires qui diminuent considérablement le travail. Ce moyen m'a toujours réussi & souvent beaucoup par delà mes espérances; je vais l'appliquer à la construction des tables les plus usitées dans la pratique de l'astronomie.

II. Il n'en est pas de plus utiles que celles de logarithmes. Celles que nous avons, paroissent exactes & suffisantes; mais on peut être curieux de voir quels seroient les moyens les plus sûrs & les plus faciles pour les reconstruire, les perfectionner ou les étendre.

Soit N un nombre quelconque, M le module des tables vulgaires c'est-à-dire le nombre

0.434294481903251827651128918916605082294397005804.

On sait que la différentielle du logarithme de N, ou $d \log. N = M \left[\frac{dN}{N} - \frac{1}{2}\left(\frac{dN}{N}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{dN}{N}\right)^3 + \&c.\right]$, si l'on suppose dN infiniment petit, l'expression se réduit à $d \log. N = \frac{MdN}{N}$.

III. La différence seconde aura pour expression $dd \log. N = - M \left(\frac{dN}{N}\right)^2$. On auroit pareillement pour les différences troisièmes $ddd \log. N = + 2M \left(\frac{dN}{N}\right)^3$, & pour les quatrièmes $dddd \log. N = - 2.3\, M \left(\frac{dN}{N}\right)^4$.

Si N est fort grand par rapport à dN, l'erreur de ces formules sera peu sensible. Supposons donc $dN = 1$, comme il le faut pour construire une table, & nous aurons $dd \log. N = - \frac{M}{N^2}$.

Cette formule dont nous démontrerons plus loin l'extrême exactitude, peut se calculer d'avance en faisant pour N différentes suppositions. Par exemple en commençant à 10000 comme Gardiner, j'ai trouvé les quantités suivantes:

N	*dd* log N	Différences troisièmes	Différences quatrièmes
10000	0.00000.00043.42945	8673	
10010	0.00000.00043.34272	8647	26
10020	0.00000.00043.25625	8621	26
10030	0.00000.00043.17004	8595	26
10040	0.00000.00043.08409	8570	25
10050	0.00000.00042.99839		

En continuant cette table, & l'étendant à chaque unité par de simples parties proportionelles on s'en serviroit pour trouver tous les logarithmes depuis 10000 jusqu'à 10100 exacts jusques & compris la dixième décimale, & tout pareils à ceux de Wlacq ainsi que je l'ai éprouvé. Il suffit de déterminer exactement la première des différences premières, c'est-à-dire l'excès du logarithme de 10001 sur celui de 10000; ce qui est bien facile, puisque le logarithme de 10000 est 4 & que la formule de l'article II devient en ce cas

$$d \log. 10000 = M \left(\frac{1}{10000} - \frac{1}{200000000} + \frac{1}{3000000000000} - \&c.\right)$$

Je commence par les termes positifs

Le premier est	+ 0.00004.34294.48190.32518
Le second	+ 0.00000.00000.00144.76483
Le troisième	+ 0.00000.00000.00000.00001
Somme des termes positifs . .	+ 0.00004.34294.48335.09002
Le premier terme négatif est . .	— 0.00000.00021.71472.40952
Le second	— 0.00000.00000.00000.01086
Somme des termes négatifs . .	— 0.00000.00021.71472.42038
Par la réunion de ces deux sommes	
d log. 10000 =	+ 0.00004.34272.76862.66964
Le logarithme de 10000 est . .	4.00000
Ainsi le logarithme de 10001 est	4.00004.34272.76862.66964

& ce logarithme est exact jusqu'à la vingtième décimale, mais nous n'avons pas besoin des cinq dernières.

Pour avoir le logarithme de 10002 il suffit d'ajouter au logarithme de 10001 la différence première ci-dessus (ou *d* log. 10000), mais diminuée de la différence seconde, qui dans la table subsidiaire répond à 10001, c'est-à-dire de 0.00000.00043.42077. Cette différence ainsi diminuée est 0.00004.34229.34786, & le logarithme de 10002 est 4.00008.68502.11649.

Une opération toute pareille donneroit le logarithme de 10003 & tous les suivans sans erreur au moins dans les dix premières décimales & cela jusqu'à la fin de la table, c'est-à-dire jusqu'au logarithme de 100000. Mais pour ne point laisser accumuler les erreurs inévitables dans des calculs aussi longs il conviendra de se vérifier par exemple à chaque centaine, ou toutes les fois que l'on trouvera un nombre dont on pourra facilement calculer le logarithme d'une manière directe.

On aura peut-être peine à croire que la méthode que je viens d'exposer puisse avoir en effet le degré de précision que j'annonce. Mais je vais mettre la chose hors de doute. Auparavant remarquons qu'en faisant négatifs tous les termes de *d* log. 10000 ci-dessus, nous aurons la différence du logarithme de 10000 à celui de 9999.

De cette manière nous aurons

− *d* log. 10000 . . . =	− 0.00004.34316.19807.51040
Le logarithme de 10000 est .	4.00000
Ainsi le logarithme de 9999 sera .	3.99995.65683.60192.40960

ce logarithme est trop foible de une demi-unité sur la vingtième décimale.

IV. Tous les auteurs démontrent que l'on a généralement

$$\log.(a+x) = \log.a + M(\tfrac{x}{a}) - \tfrac{1}{2}M(\tfrac{x}{a})^2 + \tfrac{1}{3}M(\tfrac{x}{a})^3 - \&c. \ldots (1)$$

Si l'on suppose x négatif, on aura

$$\log.(a-x) = \log.a - M(\tfrac{x}{a}) - \tfrac{1}{2}M(\tfrac{x}{a})^2 - \tfrac{1}{3}M(\tfrac{x}{a})^3 - \&c. \ldots (2)$$

On en a conclu que

$$\log.(a+x) - \log.(a-x) = 2M(\tfrac{x}{a}) + \tfrac{2}{3}M(\tfrac{x}{a})^3 + \tfrac{2}{5}M(\tfrac{x}{a})^5 + \&c. \ldots (3)$$

On auroit pu également en conclure que

$$\log.(a+x) + \log.(a-x) = 2\log.a - M(\tfrac{x}{a})^2 - \tfrac{1}{2}M(\tfrac{x}{a})^4 - \tfrac{1}{3}M(\tfrac{x}{a})^6 - \&c. \ldots (4)$$

ou bien

$$\log.(a^2-x^2) = \log.a^2 - M(\tfrac{x}{a})^2 - \tfrac{1}{2}M(\tfrac{x}{a})^4 - \tfrac{1}{3}M(\tfrac{x}{a})^6 - \&c. \ldots (5)$$

La série (4) nous montre qu'étant donnés trois nombres en progression arithmétique, si l'on connoît les logarithmes de deux quelconques on trouvera avec facilité celui du troisième. Cette expression est générale & beaucoup plus convergente que toutes celles que l'on a employée jusqu'ici. Elle sera très-commode surtout si l'on suppose $x = 1$, alors on aura suivant les cas

$$\log.(a^2-1) = 2\log.a - \tfrac{M}{a^2} - \tfrac{M}{2a^4} - \tfrac{M}{3a^6} - \&c. \ldots (6)$$

$$\log.(a+1) = 2\log.a - \log.(a-1) - \tfrac{M}{a^2} - \tfrac{M}{2a^4} - \tfrac{M}{3a^6} - \&c. \ldots (7)$$

$$\log.(a-1) = 2\log.a - \log.(a+1) - \tfrac{M}{a^2} - \tfrac{M}{2a^4} - \tfrac{M}{3a^6} - \&c. \ldots (8)$$

$$2\log.a = \log.(a^2-1) + \tfrac{M}{a^2} + \tfrac{M}{2a^4} + \tfrac{M}{3a^6} + \&c. \ldots (9)$$

V. Toutes ces formules seroient d'une grande utilité pour la construction d'une table de logarithmes. La formule (3) donne une expression de la différence première de logarithmes de deux nombres & cette expression est bien plus convergente que celle de l'article II. Il est visible que si l'on

appelle $(a+x)$ & $(a-x)$ deux nombres quelconques, x en sera la demi-différence & a la demi-somme ; & par conséquent $\frac{x}{a}$ sera la demi-différence divisée par la demi-somme ou ce qui revient au même la différence divisée par la somme. Supposons que l'on connoisse le logarithme d'un nombre N & que l'on demande le logarithme de $N+1$ ou le logarithme du nombre qui dans la table suit immédiatement le nombre N, nous aurons

$$\text{Log.}(N+1)-\text{log.}N=2M\left(\frac{1}{(2N+1)}+\frac{1}{3(2N+1)^3}+\frac{1}{5(2N+1)^5}+\&c.\right)=d\,\text{log.}N$$

$(2N+1)$ sera toujours plus grand que 20000 (supposons 20000), le second terme de la série, ou $\frac{2M}{3(2N+1)^3}$ sera $\frac{M}{12000000000000}=0.00000.00000.00036$. Le terme suivant commenceroit par 21 zéros après le point. On aura donc toujours treize décimales exactes par la formule $\text{log.}(N+1)-\text{log.}N=\frac{2M}{(2N+1)}$ on en auroit vingt-une en ajoutant le terme $\frac{2M}{3(N+1)^3}$ & 29 à 30 avec le terme $\frac{2M}{5(6N+1)^5}$. Cette formule n'est pas nouvelle ; M. Cagnoli l'a donnée dans sa trigonométrie, & l'a démontrée d'une manière différente.

VI. La formule (4) article IV nous donnera l'expression exacte des secondes différences. En effet on peut l'écrire ainsi :

$$\text{log.}(a+x)=\text{log.}a+[\text{log.}a-\text{log.}(a-x)]-M\left(\tfrac{x}{a}\right)^2-\tfrac{1}{2}M\left(\tfrac{x}{a}\right)^4-\tfrac{1}{3}M\left(\tfrac{x}{a}\right)^6-\&c.$$

Or il est évident que $\text{log.}a-\text{log.}(a-x)$ est la différence première qui nous a fait passer du logarithme de $(a-x)$ à celui de a. La série $-M\left(\frac{x}{a}\right)^2-\frac{1}{2}M\left(\frac{x}{a}\right)^4-\&c.$ est la correction qu'il faut appliquer à la différence première du logarithme de $(a-x)$ pour avoir la différence

première du logarithme de a, c'est-à-dire celle qui nous fera passer du logarithme de a à celui de $(a+x)$; donc cette série est la différence seconde. Soit $x = 1$ $a = N$, nous aurons

$$\text{Log.}(N+1) = \text{log.}N + \left[\text{log.}N - \text{log.}(N-1)\right] - \frac{M}{N^2} - \frac{\frac{1}{2}M}{N^4} - \frac{\frac{1}{3}M}{N^6}$$

& la seconde différence sera $- \frac{M}{N^2} - \frac{\frac{1}{2}M}{N^4} -$ &c., mais dans l'article II nous avons trouvé dd log. $N = - \frac{M}{N^2}$. Pour estimer l'erreur de cette formule observons que cette erreur sera d'autant plus foible que N sera plus considérable. La plus forte erreur sera donc sur la première des secondes différences de la table, lorsque $N = 10000$. ; or dans ce cas $\frac{\frac{1}{2}M}{N^4} = 0.00000.00000.00000.0217$. au bout des 90000 nombres de la table. L'erreur quand on la supposeroit constante n'iroit donc pas à 0.00000.00000.018, mais cette erreur décroit rapidement ; il suffira donc toujours du terme $- \frac{M}{N^2}$ pour calculer les secondes différences. Il est donc démontré qu'en continuant les opérations commencées à l'article III on auroit une table de logarithme à 10 décimales exactes, comme je l'ai annoncé. Il faudroit seulement une petite attention. La première des différences premières étoit 0.00004.34272.76862.66964, en rejettant les cinq dernières décimales on augmenteroit la quinzième d'une unité & la différence première seroit trop forte de 0,33036 ce qui feroit une unité du quinzième ordre au bout de trois opérations à-peu-près ; il faudroit donc diminuer d'une unité de cet ordre le troisième logarithme avant de passer au

calcul du logarithme suivant & cela dans tout le cours de l'opération.

VII. Voyons maintenant comment on pourra se procurer les vérifications nécessaires dans une suite aussi longue de calculs. On déterminera avec quelques décimales de plus les logarithmes d'une douzaine de nombres premiers. En les combinant de plusieurs manières on obtiendra ceux de tous les nombres composés dont on pourra avoir besoin pour se vérifier. Voici comme il me semble que l'on pourroit procéder.

Les moyens employés à l'article III pour avoir les logarithmes de 9999 & 10001 donneront ceux de 9 & de 11 par celui de 10; ceux de 99 & 101 par celui de 100 & enfin ceux de 999 & 1001 par celui de 1000. Les opérations seront plus longues parce que les séries seront moins convergentes. Il faudra calculer plus de termes; mais tous ces termes ne coûtent guères que la peine de les écrire, surtout si l'on a préparé d'avance les nombres $\frac{1}{2}$ M, $\frac{1}{3}$ M, $\frac{1}{4}$ M &c.

On cherchera donc d'abord les logarithmes de 9 & de 11, comme je viens de dire. La moitié du logarithme de 9 est celui de 3.

On calculera ensuite ceux de 99 & 101. Or log. 99 = log. 9 + log. 11; de même log. 99 + log. 101 = log. 9999; ainsi le calcul des logarithmes de 9999 & 10001 donné ci-dessus fourniroit la preuve de tous les calculs précédens.

Faisant alors N = 11, l'équation (7) de l'article IV donnera

$$\log.12 = 2\log.11 - \log.10 - \frac{M}{11^2} - \frac{\frac{1}{2}M}{11^4} - \frac{\frac{1}{3}M}{11^6} - \&c.$$

$\log.9 - \log.12 + \log.100 = \log.75; \log.75 - \frac{1}{2}\log.9 = \log.25 = 2\log.5$ $\log.10 - \log.5 = \log.2$; $\log.2 + \log.12 = 24$; alors la même équation (7) donnera

$$\log.26 = 2\log.25 - \log.24 - \frac{M}{24^2} - \frac{\frac{1}{2}M}{24^4} - \frac{\frac{1}{3}M}{24^6} - \&c. = \log.2 + \log.13.$$

A présent $7 = \frac{1001}{11 \times 13}$, donc $\log.7 = \log.1001 - \log.11 - \log.13$.

On auroit de la même manière tous les logarithmes des nombres premiers; plus on avanceroit, plus les séries deviendroient convergentes.

L'équation (8) de l'article IV en faisant $a = 49$ donnera

$$2\log.49 = \log.48 - \log.50 = \frac{M}{2401} + \frac{\frac{1}{2}M}{(2401)^2} + \frac{\frac{1}{3}M}{(2401)^3} + \&c.$$

ou $4\log.7 - \log.6 - \log.8 - \log.5 - \log.10 = \frac{M}{(2401)} + \frac{\frac{1}{2}M}{(2401)^2} + \&c.$ série fort convergente qui vérifie tous les calculs précédens.

Il me semble que ces opérations sont plus faciles & plus courtes que toutes celles qu'on a proposées jusqu'ici.

Au moyen des nombres premiers dont nous venons d'apprendre à calculer les logarithmes nous sommes sûrs de ne pas calculer 100 logarithmes consécutifs de la grande table sans en rencontrer quelqu'un qui nous sera connu & qui servira de vérification aux autres.

Arrivés à ce logarithme connu, pour reprendre la suite de nos opérations nous déterminerons une différence première par la formule $d \log N = \frac{2M}{2N+1}$ & l'on pourra se borner à 13 décimales. Pour en conclure les différences premières suivantes on en retranchera successivement les

différences secondes $\frac{N^2}{M}$ prises dans la table subsidiaire.

On pourra continuer sur ce plan jusqu'à 20000. Alors & jusqu'à 40000 on n'aura plus qu'une partie des nombres impairs à calculer, ce qui pourra se faire par la formule 9 $\log. N = \frac{\log(N+1) + \log.(N-1)}{2} + \frac{\frac{1}{2}M}{N^2}$.

Connoissant tous les logarithmes jusqu'à 40000 on connoîtra tous ceux des nombres pairs jusqu'à 80000 & la formule précédente suffira encore pour les nombres impairs qui ne seront divisibles par aucun des petits nombres dont on a les logarithmes; mais plus on avancera, moins l'on trouvera de ces nombres. De 80000 on iroit à 160000 & ainsi de suite à l'infini & toujours avec plus de facilité.

VII. Si dans la formule (5) de l'article IV on fait $a=1$, on aura

$$\log.(1-x^2) = \log.1 - Mx^2 - \tfrac{1}{2}Mx^4 - \tfrac{1}{3}Mx^6 - \&c.$$

Soit $x^2 = \sin.^2 A \quad 1 - x^2 = \cos.^2 A$, donc

$$\log.\cos.^2 A = \log.1 - M\sin.^2 A - \tfrac{1}{2}M\sin.^4 A - \tfrac{1}{3}M\sin.^6 A - \&c.$$

ou bien

$$\log.\cos.A = -\tfrac{1}{2}M\sin.^2 A - \tfrac{1}{4}M\sin.^4 A - \tfrac{1}{6}M\sin.^6 A - \tfrac{1}{8}M\sin.^8 A - \&c.$$

cette série nouvelle est d'une simplicité remarquable, mais elle ne devient assez convergente que dans les cas où l'arc A est très-petit.

VIII. Passons au calcul d'une table des sinus en nombres naturels; nous suivrons une marche toute semblable, nous déterminerons une différence première à laquelle nous appliquerons successivement les différences secondes.

Le calcul différentiel donne

$$d\sin. A = dA\cos. A \quad \& \quad dd\sin. A = -d^2 A\sin. A.$$

mais ces expressions ne sont pas assez précises; en voici de rigoureuses.

$\sin.(A+B) - \sin.A = \sin.A\cos.B + \cos.A\sin.B - \sin.A$
$= \cos.A\sin.B - 2\sin.^2\frac{1}{2}B\sin.A$

$\sin.A - \sin.(A-B) \ldots = +\cos.A\sin.B + 2\sin.^2\frac{1}{2}B\sin.A.$

Ainsi pour passer du sinus de (A−B) à celui de A, il faut au sinus de (A−B) ajouter $\cos.A\sin.B + 2\sin.^2\frac{1}{2}B\sin.A$. Pour passer du sinus de A à celui de (A+B) il faut au sinus de A ajouter $\cos.A\sin.B - 2\sin.^2\frac{1}{2}B\sin.A$. Ces deux différences premières ont un terme commun $\cos.A\sin.B$. Le second terme est bien aussi le même quant à la valeur absolue, mais il est de signe contraire, & la différence de ces différences premières est $-4\sin.^2\frac{1}{2}B\sin.A$. Telle est la valeur précise de la différence seconde. Si B étoit infiniment petit, on auroit $4\sin.^2\frac{1}{2}B = B^2 = d^2A$, & $dd\sin.A = -d^2A\sin.A$ comme le donne le calcul différentiel.

Nous avons donc

$\sin.(A+B) = \sin.A + [\sin.A - \sin.(A-B)] - 4\sin.^2\frac{1}{2}B\sin.A$
& $\sin.(A-B) = \sin.A - [\sin.(A+B) - \sin.A] - 4\sin.^2\frac{1}{2}B\sin.A$

Soit $B = 1^\circ$ alors

$\sin.(A+1^\circ) = \sin.A + [\sin.A - \sin.(A-1^\circ)] - 4\sin.^2(30')\sin.A$
$\sin.(A-1^\circ) = \sin.A - [\sin.(A+B) - \sin.A] - 4\sin.^2(30')\sin.A$

Connoissant donc les sinus de deux degrés consécutifs on aura celui du degré suivant par la première formule & celui du degré précédent par la seconde.

Pour commencer la table soit $A = 1^\circ$, la formule devient

$\sin.(1^\circ+1^\circ) = \sin.1^\circ + [\sin.1^\circ - \sin.(1^\circ-1^\circ)] - 4\sin.^2(30')\sin.1^\circ$
ou $\sin.2^\circ = \sin.1^\circ + [\sin.1^\circ - 0] - 4\sin.^2(30')\sin.1^\circ$
puis $\sin.3^\circ = \sin.2^\circ + [\sin.2^\circ - \sin.1^\circ] - 4\sin.^2(30')\sin.2^\circ$

il suffira donc de calculer par la série connue $\sin. 1^\circ$, & $4 \sin.^2 (30')$.

Pour faciliter l'opération on fera une table des neuf multiples de $4 \sin.^2 (30')$, ce qui réduira à de simples additions la multiplication de ce facteur constant par la variable sin. A.

Supposons que l'on calcule à treize décimales, l'erreur sur les sinus de 60° n'iroit qu'à 0.00000.00000.06 tout au plus, quand même toutes les erreurs seroient les plus fortes possibles & toutes du même sens, ce qui n'est pas croyable.

Il suffit d'aller à 60°, on aura les sinus suivans par la formule

$$\sin. (60^\circ + A) = (60^\circ - A) + \sin. A$$

La formule $\sin. (A - 1^\circ) =$ &c. serviroit au même usage en commençant par 90 & 89°, mais outre que cette marche est moins naturelle, les opérations seroient plus longues.

On auroit pour vérification quelques sinus dont le calcul direct est facile, tels que $\sin. 15^\circ = \sqrt{\frac{3}{8}} - \sqrt{\frac{1}{8}}$; $\sin. 18^\circ = \frac{1}{4}\sqrt{5} - \frac{1}{4}$; $\sin. 30^\circ = \frac{1}{2}$; $\sin. 45^\circ = \sqrt{\frac{1}{2}}$; $\sin. 54^\circ = \frac{1}{4}\sqrt{5} + \frac{1}{4}$ & $\sin. 60^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$.

On auroit de même pour l'interpolation

$$\sin.(A + 1') = \sin.A + [\sin.A - \sin.(A - 1')] - 4 \sin.^2 (30'') \sin.A$$

$$\& \sin.(A + 10'') = \sin.A + [\sin.A - \sin.(A - 10'')] - 4 \sin.^2 (5'') \sin.A$$

Après avoir calculé les sinus de degrés en degrés on auroit aisément les valeurs de $4 \sin.^2 5'' \sin.A$ dont on feroit une table subsidiaire.

Le calcul des tangentes se fera par la formule connue

$\text{tang. } A = \frac{\text{sin. } A}{\text{cos. } A}$. Les formules différentielles infinitésimales sont trop inexactes, les formules exactes sont trop compliquées; on va en juger, les voici:

$$d\,\text{tang. } A = \frac{dA}{\text{cos.}^2 A}\,; \quad dd\,\text{tang. } A = 2d^2 A\,(\text{tang.} A + \text{tang.}^3 A)$$

$\text{tang.}(A+B) - \text{tang.} A = \frac{\text{sin. } B}{\text{cos. } A \text{ cos. } (A+B)}$ c'est la différentielle exacte de tang. A; la seconde différence a pour expression

$$dd\,\text{tang. } A = -\frac{2\,\text{tang.}^2 B\ \text{tang. } A}{1 - \frac{\text{sin.}^2 A}{\text{cos.}^2 B}} = -\frac{2\,\text{sin.}^2 B\ \frac{\text{tang. } A}{\text{cos.}^2 A}}{1 - \frac{\text{sin.}^2 B}{\text{cos.}^2 A}}$$

Il suffit de calculer depuis 0° jusqu'à 45° (Voyez la trigonométrie de M. Cagnoli) on aura le reste par la formule $\text{tang.}(45° + \tfrac{1}{2}A) = 2\,\text{tang. } A - \text{tang.}(45° - \tfrac{1}{2}A)$

Il est inutile de chercher des formules pour les sécantes, puisque $\text{sec. } A = \text{tang. } (45° \pm \tfrac{1}{2}A) \mp \text{tang. } A$. Cette formule donne deux moyens pour calculer chaque sécante.

IX. Pour avoir les logarithmes des sinus des tangentes & des sécantes on sait qu'il suffit de ceux des sinus depuis 45° jusqu'à 90°. On a les logarithmes des autres sinus par cette formule $\text{sin.} \tfrac{1}{2} A = \frac{\text{sin. } A}{2\,\text{cos.} \tfrac{1}{2} A}$.

On commencera donc par chercher $\log. \text{sin.} 45° = \tfrac{1}{2} \log. \tfrac{1}{2}$, puis on fera

$$\log.\text{sin.}46° = \log.\text{sin.}45° + 2M\left[\frac{\text{sin.}46° - \text{sin.}45°}{\text{sin.}46° + \text{sin.}45°} + \tfrac{1}{3}\left(\frac{\text{sin.}46° - \text{sin.}45°}{\text{sin.}46° + \text{sin.}45°}\right)^3 + \&c.\right]$$

On connoît par la table des sinus naturels tout ce qui entre dans cette formule. Elle est assez convergente, il suffira le plus souvent de deux termes & l'on aura plus de

précision qu'en cherchant à l'exemple de Wlacq dans les tables de logarithmes celui du sinus en nombres naturels. Cet auteur convient lui-même dans la préface qu'on ne peut compter qu'à une unité près sur la dixième décimale.

On iroit ainsi jusqu'au logarithme du sinus de 60° qui est $\frac{1}{2}$ log. 3 — log. 2, plus on avanceroit, plus l'opération deviendroit facile, & l'on auroit une dernière vérification dans le sinus de 90° qui est 1.

Le calcul différentiel donne pour l'interpolation

$$d\,\text{log. sin.}\,A = \frac{M d\,\text{sin.}\,A}{\text{sin.}\,A} = \frac{M dA\,\text{cos.}\,A}{\text{sin.}\,A} = M dA\,\text{cotang.}\,A$$

$$dd\,\text{log. sin.}\,A = -M\,\text{sin.}^2 dA\,(1 + \text{cotang.}^2 A)$$

En essayant les opérations de cet article j'ai reconnu que l'erreur des logarithmes des sinus de Wlacq alloit quelque fois à 2 ou 3 parties.

On pourroit corriger ces erreurs d'une manière assez simple & sans connoître les sinus naturels, mais en partant des tables mêmes qu'il faut corriger.

On sait que

$$\frac{\text{sin.}(A+B) - \text{sin}\,A}{\text{sin.}(A+B) + \text{sin.}\,A} = \frac{\text{tang.}\frac{1}{2}(A+B-A)}{\text{tang.}\frac{1}{2}(A+B+A)} = \frac{\text{tang.}\frac{1}{2}B}{\text{tang.}(A+\frac{1}{2}B)}$$

$$= \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}B\ \text{cotang.}\,(A + \tfrac{1}{2}B),\ \text{donc}$$

$$\text{log. sin.}(A+B) = \text{log. sin.}\,A + 2M\ \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}B\ \text{cotang.}(A+\tfrac{1}{2}B)$$
$$+ \tfrac{2M}{3}.\ \text{Tang.}^3\,\tfrac{1}{2}B\ \text{cotang.}^3\,(A + \tfrac{1}{2}B)$$
$$+ \tfrac{2M}{5}.\ \text{Tang.}^5\,\tfrac{1}{2}B\ \text{cotang.}\,(A + \tfrac{1}{2}B) + \&c.$$

Il suffira de ces trois termes. Pour exemple cherchons le logarithme de sin. 46°. Voici le type du calcul; je me sers des tables de Wlacq

log. tang. 30' ..	7.94085.83965	log. sin. 45°...	9.84948.50021.680
log. cotang. 45°.30'	9.99241.97464	P ...	0.00744.89052.470
log. x	7.93327.81429	Q ...	0.00000.01826.112
log. constant 2M	9.93881.43070	R ...	0.00000.00000.081
log. P	7.87209.24499	sin. 46°...	9.85693.40900.343
2 log. x	5.86655.62858	47 ...	9.86412.74638.311
Compl. log. 3	9.52287.87453	48 ...	9.87107.34581.541
log. Q	3.26152.74810	49 ...	9.87777.98627.348
2 log. x	5.86656	50°...	9.88425.39665.621
log. 0,6	9.77815	51 ...	9.89050.25944.848
log. R	8.90624	52 ...	9.89653.21441.433
		53 ...	9.90234.86164.977
		54 ...	9.90795.76445.871
		55 ...	9.91336.45194.247
		56 ...	9.91857.42135.193
		57 ...	9.92359.14022.807
		58 ...	9.92842.04835.096
		59 ...	9.93306.55951.781
		60 ...	9.93753.06316.939
log. sin. 60 par la formule $\frac{1}{2}$ log. 3 — log. 2		....	9.93753.06316.958
Erreur après quinze opérations		....	0.00000.00000.017

J'appelle P, Q & R les trois termes de la série pour abréger. Ces trois termes ajoutés au log. de sin. 45° donnent celui de sin. 46°.

En répétant 15 fois la même opération je suis parvenu au log. sin. 60° tel qu'on le voit ici. Il ne diffère pas de deux unités sur la douzième décimale de celui que j'ai trouvé directement par la formule log. sin. 60 = $\frac{1}{2}$ log. 3 — log. 2 en employant dans cette opération les log. à 20 décimales. Il paroît donc que par cette méthode on cor-

rigera non seulement la dixième décimale de Wlacq, mais qu'on en obtiendra une de plus & que la douzième sera encore fort approchée.

En comparant ces logarirhmes à ceux de Wlacq on voit que cet infatigable calculateur s'étoit trompé d'une partie en moins sur les log. sinus de 45°, 46°, 48°, 50°, 51° & 59°. De toutes ces erreurs il n'y a que celle de 45° dont on puisse être surpris.

On étendroit cette table à chaque dixaine de seconde par la formule

$$\sin. (A + 10'') = \sin. A + 2M \tan g. 5'' \cot ang. (A + 5'').$$

L'erreur au bout des 360 opérations nécessaires pour remplir chaque degré n'iroit pas à deux parties sur la douzième décimale.

X. Proposons-nous maintenant de construire les tables d'équation du centre & du rayon vecteur pour les planètes.

Nommons z l'anomalie moyenne, u l'anomalie vraie, q l'équation du centre, a & b les deux demi-axes de l'ellipse, e l'excentricité & s le sinus de 1''.

On a généralement $q = z - u$, donc $dq = dz - du = 1° - du$ quand on construit une table.

Donc aussi $ddq = -ddu = -d\left(\frac{abdz}{rr}\right) = + \frac{2abdzdr}{r^3}$; d'ailleurs $r = \frac{bb}{a - e \cos. u}$ & $dr = - \frac{aesdz \sin. u}{b}$; donc

$ddq = - \frac{2a^2 es\, d^2 z \sin. u\, (a - e \cos. u)^3}{b^6}$, ou bien pour plus de commodité faites $a = 1$, & donnez aux autres lettres les valeurs correspondantes à cette supposition, & vous aurez

$$ddq = - \frac{2esd^2 z \sin u\, (1 - e \cos u)^3}{b^6}.$$

Cette expression se réduit facilement en table en prenant u pour argument, il suffit de la calculer de 5 en 5° excepté quand sin. u est fort grand. On remplit le reste par des parties proportionelles.

La formule infinitésimale $du = \frac{bdz}{rr} = \frac{dz}{b^3}(1 - e\cos.u)^2$ n'est point assez exacte dans la pratique, même en y mettant $(r + \frac{1}{2}dr)^2$ & $(u + \frac{1}{2}du)$ au lieu de r^2 & de u. Il est aisé de démontrer que l'expression véritable est $\sin.du = \frac{bdz}{r(r+dr)}$, & cette formule sera de la plus grande précision tant que l'on pourra considérer comme une ligne droite le petit arc elliptique, compris entre les deux rayons vecteurs r & $(r+dr)$. On peut toujours même pour Mercure mettre du au lieu de sin. du, & l'on a

$$du = \frac{dz}{b^3}\left[1 - e\cos.u - e\cos.(u+du) + e^2\cos.u\cos.(u+du)\right]$$

donc

$$dq = dz - \frac{dz}{b^3} + \frac{edz}{b^3}\cos.u + \frac{edz}{b^3}\cos.(u+du) - \frac{e^2dz}{b^3}\cos.u\cos.(u+du)$$

Les deux premiers termes sont constans, les suivans sont faciles à calculer puisque le progrès des différences indique toujours à quelques secondes près la valeur de du, ce qui suffit pour les termes qui dépendent de $(u+du)$ il n'y a que pour la première des différences premières, qu'il faut un petit tâtonnement que l'on peut même éviter en éliminant du, ce qui dans la supposition de $z = 1°$ donne

$$dq = dz - \frac{dz}{b^3} + \frac{2edz}{b^3} - \frac{e^2dz}{b^3} + (e - 4{,}5e^2 + 8e^3 - 7e^4 + 5e^5 - \tfrac{1}{2}e^6)\frac{dz\sin.^2dz}{b^9}$$

Telle est la valeur de l'équation du centre à 1° d'anomalie moyenne. Au moyen de cette valeur & de la table des

secondes différences on construira facilement la table d'équation en opérant d'une manière analogue à celle que nous avons expliquée ci-dessus pour les logarithmes (article III) c'est-à-dire que l'on aura l'équation du centre pour chaque degré d'anomalie moyenne par l'addition continuelle des différences premières; & que pour passer successivement d'une différence première donnée à la différence première du degré suivant on la diminuera de la différence seconde prise dans la table subsidiaire avec l'anomalie vraie qui répond à la dernière équation calculée.

On pourra de la sorte calculer les équations de trente degrés consécutifs, alors il conviendra de se vérifier comme je vais dire. C'est ainsi que j'ai calculé les équations du centre de Mars & de Mercure pour les nouvelles tables de M. De la Lande.

On pourroit aussi construire une table des différences premières & l'employer seule à calculer les équations du centre. Je l'ai pratiqué pour Mars; le procédé est aussi exact que la méthode des secondes différences, mais il est moins commode. Ce qui vient en partie de ce que pour les secondes différences on entre dans la table subsidiaire avec $u = z - q$, c'est-à-dire la dernière anomalie vraie trouvée & que pour les différences premières il faut les prendre dans la table subsidiaire avec $(u + \frac{1}{2} du)$ c'est-à-dire l'anomalie vraie qui tient le milieu entre la dernière trouvée & celle que l'on va trouver.

Pour la vérification, supposez bonne la dernière équation trouvée, retranchez-la de l'anomalie moyenne, vous aurez une anomalie vraie que vous convertirez en anomalie

moyenne par les formules connues. Si l'équation est exacte vous retrouverez par le calcul l'anomalie moyenne de laquelle vous êtes parti, mais il s'en faudra ordinairement de quelques dixièmes de seconde; voici la formule dont je me sers pour corriger l'erreur.

Soit x l'anomalie excentrique, on sait que $r = \frac{b \sin. x}{\sin. u}$, donc $du = \frac{dz \sin^2 u}{b \sin.^2 x} = \frac{dz \sin.^2 \frac{1}{2}u \cos^2 \frac{1}{2}u}{b \sin.^2 \frac{1}{2}x \cos.^2 \frac{1}{2}x} = \frac{dz \tang.^2 \frac{1}{2}u \cos.^4 \frac{1}{2}u}{b \tang.^2 \frac{1}{2}x \cos. \frac{1}{2}x}$

$$= \frac{dz \cos.^4 \frac{1}{2}u}{b \cos.^4 \frac{1}{2}x} \left(\frac{1-e}{1+e}\right) = \frac{dz \cos.^4 \frac{1}{2}u}{\cos.^4 \frac{1}{2}x} \sqrt{\frac{1-e}{(1+e)^3}};$$

nommant donc dz la quantité dont l'anomalie moyenne a été trouvée trop forte, on aura par cette formule la correction du d'anomalie vraie qu'il faudra appliquer avec un signe contraire à l'équation. Si l'anomalie moyenne se trouvoit trop petite, alors dz & du seroient négatifs & il faudroit augmenter l'équation du centre.

Connoissant ainsi la petite erreur de la trentième équation on verra facilement les corrections qu'il faudra faire à chacune des équations précédentes en supposant que l'erreur croisse proportionellement aux intervalles.

La formule différentielle que l'on vient de voir fournit un nouveau moyen de résoudre le problème de Képler; il suffit de connoitre à 10′ près l'équation du centre; on en déterminera l'erreur par la formule

$$dq = -\frac{dz \sin.^2 u}{b \sin.^2 x} = -\frac{dz \cos.^4 \frac{1}{2}u}{\cos.^4 \frac{1}{2}x} \sqrt{\frac{1-e}{(1+e)^3}}.$$

Cette dernière expression quoique plus compliquée, me paroît plus commode dans la pratique.

Si l'on veut une solution plus exacte du problème de Kepler, on la trouvera par la formule

$$dq = -\frac{dz}{b^3}\left[1 - e\cos.u - e\cos.(u+du) + e^2\cos.u\cos.(u+du)\right]$$

Il suffit de connoître à 3° près l'équation cherchée, ce qui se peut toujours en faisant $u = z - 2e\sin.z$. En voici un exemple choisi dans l'un des cas les plus défavorables, & pour la plus excentrique de toutes les Planètes.

Cherchons l'équation de Mercure pour 150° d'anomalie moyenne

Logarithme de 2	. . .	0.3010300
Logar. de l'excentricité en secondes	. . .	4.6272651
Sin. anomal. moy. $z = 150°$	. . . . .	9.6989700
Logarithme de $2e\sin.z$ = 11° 46 40		4.6272651
$u = z - 2e\sin.z$ = 138° 13′ 20″.		

Comme quelques secondes ne sont ici d'aucune importance on négligera les unités & même les dixaines impaires de seconde. Cherchons l'anomalie moyenne qui répond réellement à 138° 13′ 20″ d'anomalie vraie.

Log. constant . .		0.0905430
Tang. $\frac{1}{2}u$ =	69°. 6'. 40" . .	0.4183453
Tang. $\frac{1}{2}x$ =	72.47. 9,2 . .	0.5088883
Sin. x =	145.34.18,4 . .	9.7523353
Log. excentricité en secondes .		4.6272651
e sin. x =	6° 39' 26",2	4.3796004
$z = x + e$ sin. x =	152° 13' 44",6	
Nous aurions dû trouver z =	150	
Correction de z ou dz =	− 2° 13' 44",6	— 3.9044266
Compl. arith. log. b^3 . . .		0.0281151
1.er terme, ou $\frac{dz}{b^3}$ =	− 2° 22' 41",34	— 3.9325417
Excentricité . .		— 9.3128399
$\frac{edz}{b^3}$		— 3.2453816
— cos. u		+ 9.8725842
2.d terme $-\frac{edz}{b^3}$ cos. u =	− 21' 52",1	— 3.1179658
1.er terme plus 2 fois le 2d =	−3 6 25, 54	
u =	138 13 20	
Valeur approchée de $(u+du)$ =	135 6 54 −cos.	+ 9.8503550
$\frac{edz}{b^3}$		— 3.2453816
3.me terme	− 20' 46",6	— 3.0957366
$\frac{edz}{b^3}$		— 3.2453816
e		9.31284
cos. u		— 9.87258
cos. $(u+du)$		— 9.85035
4.me terme	− 3' 11",0	— 2.28115
Donc au total du =	− 3° 8' 31",04	
Equation supposée	− 11 46 40	
Equation véritable	− 14° 55' 11",04	

telle est en effet l'équation que l'on trouve dans la nouvelle table de M. De la Lande. On peut juger par là de la précision de cette méthode qui sans tâtonnement corrige une erreur de $3^\circ\ 8'\ 31''$.

Pour toutes les Planètes dont il existe des tables on peut y emprunter l'équation du centre & partir d'une supposition beaucoup plus approchée en prenant par exemple l'équation dans les tables de Cassini, on auroit en $15^\circ\ 13'\ 18''$ & l'on n'auroit en à corriger qu'une erreur de $18'$ au lieu de $3^\circ\ 8'\ 31''$ & le calcul auroit été moins pénible.

Cette solution du problème de Képler me paroît la plus courte de toutes celles que je connois. J'invite ceux qui en douteroient à calculer le même exemple par les méthodes de Cassini, Simpson & La Caille. Ce dernier dit dans ses leçons d'astronomie que pour aucune planète du système solaire le tâtonnement de la méthode ne peut aller à trois opérations. Apparemment il avoit fait tous ses essais dans le premier quart de l'anomalie moyenne & alors il peut avoir raison, mais il n'en est pas de même à beaucoup près dans le second & dans notre exemple il faut six opérations. Dans le premier quart les valeurs approchées de x sont alternativement trop fortes & trop foibles; dans le second elles sont toutes trop foibles.

XI. Pour avoir les logarithmes des rayons vecteurs voici différentes expressions assez commodes.

$r = \frac{bb}{a - e\cos.u}$, donc $\frac{1}{r} = \frac{a}{bb} - \frac{e}{bb}\cos.u$, donc

$\log.(\frac{1}{r}) = \log.\frac{a}{bb} - M\left(\frac{e}{a}\cos.u - \frac{1}{2}(\frac{e}{a}\cos.u)^2 + \frac{1}{3}(\frac{e}{a}\cos.u)^3 - \&c.\right)$

& $\log. r = 1 - \log.\frac{a}{bb} + M\left(\frac{e}{a}\cos.u - \frac{1}{2}\left(\frac{e}{a}\cos.u\right)^2 + \&c.\right)$
$= \log.\frac{bb}{a} + M\ \&c.$

$$r = \frac{aa - ee}{a - e\cos.u} = \frac{(a+e)(a-e)}{(a-e)+2e\sin.^2\frac{1}{2}u} = \frac{a+e}{1+\left(\frac{2e}{a-e}\right)\sin.^2\frac{1}{2}u} = \frac{a+e}{1+\tang.^2A}$$
$$= (a+e)\cos.^2A.$$

On cherchera donc l'angle A par la formule $\tang.A = \sin.\frac{1}{2}u\sqrt{\frac{2e}{a-e}}$ & l'on aura $r = (a+e)\cos.^2A$

$$r = \frac{aa - ee}{a - e\cos.u} = \frac{(a+e)(a-e)}{(a+e)-2e\cos.^2\frac{1}{2}u} = \frac{a-e}{1-\frac{2e}{(a+e)}\cos.^2\frac{1}{2}u} = \frac{a-e}{1-\sin.^2B} = \frac{a-e}{\cos.^2B}$$

Mais (Article VII)
$$\log.(1-x^2) = -Mx^2 - \frac{1}{2}Mx^4 - \frac{1}{3}Mx^6 - \&c.$$
donc $\log.r = \log.(a-e) + M\left(\frac{2e}{a+e}\right)\cos.^2\frac{1}{2}u + \frac{1}{2}M\left(\frac{2e}{a+e}\right)^2\cos.^4\frac{1}{2}u$
$+ \frac{1}{3}M\left(\frac{2e}{a+e}\right)^3\cos.^6\frac{1}{2}u + \&c.$

$$r = \frac{bb}{a - e\cos.u} = \frac{\frac{bb}{a}}{1-\frac{e}{a}\cos.u} = \frac{\frac{bb}{a}}{1-\sin.^2C} = \frac{bb}{a\cos.^2C}$$

Si u est dans le second quart, cos. u deviendra négatif. Alors aussi on aura $r = \frac{\frac{bb}{a}}{1+\frac{e}{a}\cos.u} = \frac{\frac{bb}{a}}{1+\tang.^2D} = \frac{bb\cos.^2D}{a}$, en faisant dans ce cas $\tang.D = \cos.u\sqrt{\frac{e}{a}}$ comme dans le premier $\sin.C = \cos.u\sqrt{\frac{e}{a}}$.

Il est presque superflu de chercher d'autres méthodes pour le rayon vecteur. Si l'on veut employer les différentielles on a $dr = -\frac{aesdz\sin.u}{b}$, d'où $ddr = -\frac{aesdz\cos.u\,du}{b}$, car dz est constant.

Ces deux formules peuvent se réduire en tables en prenant pour argument u ou $z = u + q$ quand on a calculé la table de l'équation du centre.

Si l'on se sert des différences premières on entrera dans la table subsidiaire avec $(u + \frac{1}{2}du)$ ou $(z + \frac{1}{2}dz)$ c'est-à-dire l'anomalie intermédiaire entre celle du degré d'où

$+dA = \frac{abdz}{r(r+dr)} + dA$. Soit de plus M la longitude moyenne de la planète, nous aurons $z = M - A$; donc $dz = dM - dA$ donc $dL = \frac{ab(dM - dA)}{r(r+dr)} + dA = \frac{abdM - abdA + r(r+dr)dA}{r(r+dr)}$

$$= \frac{abdM}{r(r+dr)} - \frac{ab - r(r+dr)}{r(r+dr)} . dA = \frac{abdM}{r(r+dr)} + \left(1 - \frac{ab}{r(r+dr)}\right) dA.$$

Si l'on prend pour dM et dA les mouvemens horaires ou diurnes de la longitude moyenne & de l'aphélie, dL sera le mouvement horaire au diurne de la longitude vraie, & on le connoîtra avec une extrême précision par la formule précédente, on pourra le plus souvent s'en tenir au premier terme, le second est très-petit & se néglige ordinairement.

$L = u + A = z - q + A$; donc $dL = dz - dq + dA = dM - dA - dq + dA = dM - dq$; on aura une valeur fort exacte de dq en différentiant la série analytique de l'équation du centre; mais lorsqu'on a calculé les logarithmes des rayons vecteurs, il est plus court de s'en tenir à la formule $dL = \frac{ab}{rr}(dM - dA) + dA = dA + \frac{abdz}{rr}$. Pour calculer le second terme on retranchera du logarithme constant de $abdz$ deux fois le logarithme de la distance aphélie, celle qui répond à 0°. d'anomalie moyenne. Au reste, qui est le logarithme du second terme pour 0° d'anomalie, on ajoutera successivement le double de chacune des différences premières de tous les logarithmes de la table, & l'on aura log. $\frac{abdz}{rr}$ pour chacun des degrés de l'anomalie moyenne.

Pour étendre à chaque dixaine de minutes la table d'équation calculée de degrés en degrés on aura

$$dq = dz - du = 10' - \frac{ab}{rr} . 10' = 10' \left(1 - \frac{ab}{rr}\right).$$

Puisque $du = \frac{4dt}{164.4231.S} \cos.^4 \frac{1}{2} u$, on a donc

$$ddu = \frac{-16\, dt}{164.4231.S} \cos.^3 \tfrac{1}{2} u \sin. \tfrac{1}{2} u\, d\, \tfrac{1}{2} u = -\frac{8\, dt}{164.4231.S}$$

$$\cos.^3 \tfrac{1}{2} u \sin. \tfrac{1}{2} u\, du = \frac{32 d^2 t}{(164.4231)^2 S} \cos.^7 \tfrac{1}{2} u \sin. \tfrac{1}{2} u.$$

Dans cette formule ainsi que dans les précédentes S est le sinus d'une seconde.

C'est par ces moyens que j'ai calculé avec plus de soin & d'étendue qu'on n'avoit fait jusqu'ici, la table parabolique de mouvement des comètes. Cette table calculée d'abord par l'Abbé De la Caille dans les mémoires de 1746 ne renfermoit que 740 anomalies. M. De-Chaligni l'avoit portée à 1136, M. Schulze à 1412 & M. Pingré à 1494. Je l'ai refaite en entier & elle en contient 2676, calculées avec la précision des dixièmes de secondes. Elle paroîtra dans la nouvelle édition de l'astronomie de M. De la Lande.

Les formules différentielles peuvent donner 120 anomalies consécutives & même beaucoup plus comme je l'ai déjà dit; mais pour ne pas laisser accumuler les fautes de calcul inévitables dans une longue suite d'opérations il faudra se vérifier à chaque centaine.

Soit u l'anomalie vraie, t le nombre de jours depuis le perihélie: on sait que $\text{tang.}^3 \frac{1}{2} u + 3 \text{ tang.} \frac{1}{2} u - \frac{4t}{109.6154} = 0$. Si l'on prend t pour inconnue, l'équation est facile à résoudre & l'on s'est contenté jusqu'ici de cette manière indirecte de déterminer l'anomalie. Cependant la trigonométrie nous fournit des moyens pour la résolution de toutes les équations du troisième degré. Ces moyens avoient été indiqués dans l'astronomie sphérique de M. Mauduit *n.*° 229

échappé ainsi que plusieurs autres à la recherche de M. Pingré. Ma table donne 18° 9′ 33″,2.

Pour vérifier l'anomalie trouvée voici après plusieurs essais la marche qui m'a paru la plus sûre. Je mets l'équation sous cette forme

$$54.8077\ (\tfrac{1}{3}\ \text{tang.}^3\ \tfrac{1}{2}u + \tfrac{1}{1}\ \text{tang.}\ \tfrac{1}{2}u) = t$$

en partant du log. tang. $\frac{1}{2}u$ trouvée directement j'ai $t = 13{,}250003725$ quantité un peu trop forte. Mais l'erreur est insensible. En effet vers 13 jours de distance au périhélie le mouvement diurne est 1193″. Cette quantité multipliée par 0.000003725 donne 0″,004444 à retrancher de notre anomalie & cette correction est bien négligeable.

C'est par ce procédé que j'ai vérifié toutes les anomalies desquelles les autres ont été déduites par des formules différentielles; cependant quand les anomalies sont grandes les tables ne peuvent plus donner avec précision la valeur de $54{,}8077\ (\frac{1}{3}\ \text{tang.}^3\ \frac{1}{2}u)$. Dans ce cas il est plus sûr de s'en tenir comme j'ai fait au résultat du calcul direct, quoiqu'il soit assez difficile de répondre d'un dixième de seconde à moins d'employer les grandes tables de Wlacq.

Lorsque t est fort grand l'arc B est fort petit, & tang. $\frac{1}{2}$B est sensiblement égale à $\frac{1}{2}$ tang. B. S'il y a quelque petite différence on en tient lieu de la manière suivante qui facilite l'opération.

Tang. $\frac{1}{2}B = \frac{1}{2}$ tang. $B(1 - \text{tang.}^2\ \frac{1}{2}B) = \frac{1}{2}$ tang. $B - \frac{1}{2}$ tang. $B \times$ tang.$^2\ \frac{1}{2}B = \frac{1}{2}$ tang. $B - \frac{1}{2}$ tang. B sin.$^2\ \frac{1}{2}B$ sec.$^2\ \frac{1}{2}B = \frac{1}{2}$ tang. $B - \frac{1}{2}$ tang. B sin.$^2\ \frac{1}{2}B - \frac{1}{2}$ tang. B sin.$^2\ \frac{1}{2}B$ tang.$^2\ \frac{1}{2}B = \frac{1}{2}$ tang. $B \times$ cos.$^2\ \frac{1}{2}B - \frac{1}{2}$ tang. B sin.$^2\ \frac{1}{2}B$ tang.$^2\ \frac{1}{2}B$; mais par la supposi-

Si l'on suppose $O = 23^\circ.\ 28'.\ 0''$, on aura

$$D = 83871'',72 \text{ sin. } L - 596'',492 \text{ sin. } 3L + 11'',429 \text{ sin. } 5L - 0'',265 \text{ sin. } 7L + 0'',004 \text{ sin. } 9L.$$

Si $L = 90^\circ$ tous les termes seront de même signe & au *maximum* & la réunion de tous les coefficiens formera $23^\circ\ 28'\ 0''$.

Si $L = 270^\circ$ tous les termes seront encore de même.

Pour trouver le changement de la déclinaison relatif à une variation donnée de l'obliquité on aura qu'à différentier l'une des formules précédentes en ne faisant varier que D & O.

La table des déclinaisons des points de l'écliptique donnera aussi l'angle de position des points de l'écliptique. Il suffira de changer l'argument de la table & d'y substituer l'ascension droite augmentée de 90°. En effet $\text{sin.} P = \text{sin.} O \times \text{cos.} A$. Si donc l'on choisit un arc A tel que $\text{cos.} A = \text{sin.} L$, on aura $\text{sin.} P = \text{sin.} O \text{ cos.} A = \text{sin.} O \text{ sin.} L = \text{sin.} D$. Cette remarque a été donnée par Mayer, mais sans démonstration dans l'introduction de ses Tables solaires.

Ainsi pour trouver par la table des déclinaisons, l'angle de position d'un point quelconque de l'écliptique, cherchez-en l'ascension droite, augmentez-la de 3 sin. Avec cet argument cherchez une déclinaison, elle sera égale à l'angle demandé.

XVI. Pour trouver directement cet angle, voici une série fort commode de M. de la Grange.

$$P = 2 \text{ tang.} \tfrac{1}{2}O \text{ cos.} L - \tfrac{2}{3} \text{ tang.}^3 \tfrac{1}{2}O \text{ cos.} 3L + \tfrac{2}{5} \text{ tang.}^5 \tfrac{1}{2}O \text{ cos.} 5L - \&c.$$

En supposant $O = 23^\circ.\ 28'.\ 0''$, on aura

$$P = 23^\circ.48'.1'',10 \text{ cos. } L - 21'.31'',95 \text{ cos. } 3L + 31'',886 \text{ cos. } 5L - 0'',983 \text{ cos. } 7L + \&c.$$

La somme des coéfficiens négatifs étant retranchée de celle des positifs, le reste doit être $23^{\circ}.\ 28'.\ 0''$.

On a aussi tang. P = tang. O cos. L, mais d'un autre côté tang. D = tang. O sin. A; donc la table des angles P donnera les déclinaisons correspondantes aux différens points de l'équateur; il suffira de prendre $A = L - 90^{\circ}$.

Donc au lieu de construire la table sur la formule tang. D = tang. O sin. A, on pourra la construire sur la série $P = 2$ tang. $\frac{1}{2}$ O cos. L — &c.

Pour interpoler on aura

$$dP = -dL \text{ tang. } O \text{ sin. } L \text{ cos.}^2 P.$$

XVII. J'ai cherché des formules pour la réduction de l'écliptique à l'équateur, j'en ai trouvé d'assez commodes (*a*); mais elles le sont moins que l'élégante formule de M. De la Grange

$$L - A = \text{tang.}^2 \tfrac{1}{2} O \text{ sin. } 2L - \tfrac{1}{2} \text{tang.}^4 \tfrac{1}{2} O \text{ sin. } 4L + \tfrac{1}{3} \text{tang.}^6 \tfrac{1}{2} O \text{ sin. } 6L - \&c.$$

On a encore

$$\text{sin.}(L-A) = 2 \text{sin.}^2 \tfrac{1}{2} O \text{ sin.} L \text{ cos.} A \quad \& \quad \text{tang.} A = \text{cos.} O \text{ tang.} L$$

d'où $dA = \frac{dL \text{ cos.} O \text{ cos.}^2 A}{\text{cos.}^2 L} = \frac{dL \text{ cos.} O}{\text{cos.}^2 D} = dL \text{ cos.} O (1 + \text{tang.}^2 D)$
$= dL \text{ cos.} O + dL \text{ cos.} O \text{ tang.}^2 D = dL \text{ cos.} O \text{ tang.}^2 O \text{ sin.}^2 A$
$= dL \text{ cos. } O + dL \text{ sin. } O \text{ tang. } O \text{ sin.}^2 A = dL \text{ cos. } O$
$+ \tfrac{1}{2} dL \text{ sin.} O \text{ tang.} O - \tfrac{1}{2} dL \text{ sin.} O \text{ tang.} O \text{ cos.} 2A$;

donc

(*a*) Voyez mon Mémoire inséré dans le Volume précédent pag. 113 des Mémoires présentés.

$d(L-A) = dL - dA = dL - dL\cos.O - \frac{1}{2}dL\sin.O\tang.O$
$+ \frac{1}{2}dL\sin.O\tang.O\cos.2A = (2\sin.^2\frac{1}{2}O - \frac{1}{2}\sin.O\tang.O)dL$
$+ \frac{1}{2}dL\sin.O\tang.O\cos.2A.$

Soit par exemple $O = 23^\circ\ 28'$ & $dL = 1^\circ$, nous aurons

$$(dL - dA) = -13'',4235 + 311'',1725\cos.2A;$$

$$dA = 55'.2'',251 - 5'.11'',1725\cos.2A.$$

Supposons $dL = 1'$, alors $dA = 55'',0375 - 5'',185875\cos.2A$
& $(dL - dA) = -0'',22376 + 5'',1859\cos.2A.$

On voit quelle facilité ces formules donnent pour l'interpolation des tables de l'ascension droite des points de l'écliptique & de la réduction de l'écliptique à l'équateur.

La table de la réduction de l'écliptique à l'équateur sert aussi pour réduire l'équateur à l'écliptique; il suffit d'ajouter 3^s à l'ascension droite. En effet de $\tang.A = \cos.O\tang.L$ on déduit $\cot.L = \cos.O\cot.A$, &
$\sin.(A - L) = 2\sin.^2\frac{1}{2}O\sin.A\cos.L$; formules toutes pareilles aux précédentes; les tables seroient donc aussi pareilles; mais les argumens seroient renversés.

XVIII. Soit a & b les demi-axes des méridiens terrestres elliptiques, L la latitude apparente, A la latitude réduite au centre de la terre; on a comme on sait
$\tang.A = \frac{b^2}{a^2}\tang.L.$ Soit $\frac{b^2}{a^2} = \cos.O$, on aura
$\tang.A = \cos.O\tang.L.$ On pourra donc employer pour la correction de latitude la formule de M. De la Grange

$$(L - A) = \tang.^2\tfrac{1}{2}O\sin.2L - \tfrac{1}{2}\tang.^4\tfrac{1}{2}O\sin.^4L + \&c.$$

(Voyez ci-dessus XVII).

M. Du Séjour employe dans sa Méthode analytique une latitude corrigée A telle que $\tang.A = \frac{b}{a}\tang.L$; les mêmes formules nous serviront encore; seulement il faudra faire $\cos.O = \frac{b}{a}$.

Si l'on fait tang. $A = \frac{b}{a}$ tang. L & sin. $x = (\frac{aa-bb}{aa})^{\frac{1}{2}}$ sin. A j'ai prouvé que le rayon terrestre r pour la latitude donnée L étoit égal à $a \cos. x$, ou simplement à cos. x, si l'on fait $a = 1$.

Mais nous avons vu ci-dessus, article VII, que

$$\log. \cos. x = -\tfrac{1}{2}M \sin.^2 x - \tfrac{1}{4}M \sin.^4 x - \tfrac{1}{6}M \sin.^6 x - \&c.$$

donc $\log. r = -\tfrac{1}{2}M \sin.^2 x - \tfrac{1}{4}M \sin.^4 x - \tfrac{1}{6}M \sin.^6 x - \&c.$

On peut épargner la formule tang. $A = \frac{b}{a}$ tang. L, si l'on connoît l'angle v de la verticale avec le rayon, car on a sans erreur sensible $A = (L - \frac{1}{2}v)$; alors

$$\sin. x = (\tfrac{aa-bb}{aa})^{\frac{1}{2}} \sin. (L - \tfrac{1}{2}v) = (1 - \tfrac{bb}{aa})^{\frac{1}{2}} \sin. (L - \tfrac{1}{2}v).$$

Par cette méthode on aura les logarithmes de r exacts jusqu'à 8 décimales, sans employer plus de trois termes de la série; tandis que par les méthodes ordinaires il est difficile de répondre de la septième décimale.

Pour exemple soit $\frac{b}{a} = \frac{229}{230}$ & $L = 51°$; on aura

$v = 14'. 40''$ $L - \frac{1}{2}v = 50°. 52'. 40''$.

Log. $(1 - \frac{bb}{aa})$ ou log. $\frac{459}{52900}$	. . . . . .	7.93835703
2 log. sin. $(L - \frac{1}{2}v) = 50. 51. 40$	. . .	9.7795014
log. sin. $^2 x$	. . .	7.7178584
log. $\frac{1}{2}$M	. . .	9.3367543
log. premier terme = — 0.001133985	...	7.0546127
log. sin. $^2 x$	. . .	7.7178584
log. 0,5	. . . . . .	9.6989700
log. second terme = — 0.000002961	....	4.4714411
log. sin. $^2 x$	. . .	7.7179
log. $\frac{2}{3}$	. . . .	9.8239
log. troisième terme = — 0.000000010	...	2.0132
log. r = — 0.001136956		
ou bien 9.998863044		

r étant toujours une fraction, son logarithme est négatif, pour le rendre positif on en prend le complément arithmétique.

Pour construire une table des valeurs de r pour chaque latitude, on pourroit employer les formules différentielles. Mais toutes celles que j'ai pu trouver sont plus compliquées que la série que l'ont vient de voir, & je les supprime.

On pourroit appliquer les mêmes méthodes à la construction de plusieurs autres tables, telles que celles du nonagésime & de sa hauteur, celles des refractions &c., mais ce que nous avons dit est plus que suffisant. Je supprime donc ce que j'ai fait pour ces tables, & termine ici ce mémoire, qui n'est sans doute que trop long.

OBSERVATIONS

DES ÉCLIPSES DES SATELLITES DE JUPITER

Faites à Perinaldo en 1789, 1790 & 1791 avec une lunette achromatique de 3 pieds de foyer, & 27 lignes d'ouverture, qui grossit soixante fois.

PAR M. JAQUES-PHILIPPE MARALDI

Mois.	Jours	Tems vrai	
1789			
Novembre	10	2h 54′ 52″ *matin.*	Immersion du second satellite, il fait beau, les bandes sont distinctes. (Présenté le 6 février 1791.)
	21	5 1 59 *matin.*	Immersion du troisième, le ciel est chargé de vapeurs on ne distingue point les bandes.
	23	5 42 5 *matin.*	Immersion du premier, il fait beau, on distingue très-bien les bandes.
Décembre	2	2 0 32 *matin.*	Immersion du premier, le ciel est en partie couvert, on distingue cependant très-bien les bandes.
	4	11 43 55 *soir.*	Immersion du second. Jupiter est proche de l'horizon, le ciel est à moitié couvert, on a de

Mois	Jours	Têms vrai	
			la peine à distinguer les bandes, la lune, qui me donne dans les yeux, m'incommode.
Décembre	9	3h 51' 8" *matin.*	Immersion du premier, les bandes sont bien distinctes, il fait grand vent qui agite la lunette.
	12	2 14 50½ *matin.*	Immersion du second, il fait fort beau.
	19	4 44 51 *matin.*	Immersion du second, il fait beau, les bandes sont bien distinctes.
	20	0 14 7 *matin.*	Emersion du troisième, il y a du brouillard tout au tour de l'horizon, les bandes sont assez bien distinctes.
	27	12 38 16 *matin.*	Immersion du troisième, il y a beaucoup de nuages qui couvrent à chaque instant Jupiter; dans le moment de l'immersion les bandes sont assez bien distinctes; j'ai trouvé après l'observation l'objectif humide.

Mois	Jours	Tems vrai	
Décembre	27	4h 8′ 53″ *matin.*	Emersion du troisième, il est déjà fort sensible, je ne l'attendois pas si haut, il fait très-beau, les bandes sont bien distinctes, l'objectif est encore humide.
1790 *Janvier*	3	4 32 17 *matin.*	Immersion du troisième, il fait beau, les bandes sont bien distinctes.
	5	11 1 24 *soir.*	Immersion du second, il fait fort beau.
	10	0 7 16 *matin.*	Immersion du premier, il fait beau, les bandes sont bien distinctes.
	31	8 15 59 *soir.*	Immersion du troisième, il fait beau, les bandes sont bien distinctes.
Février	6	10 30 4 *soir.*	Immersion du second, il fait beau, les bandes sont bien distinctes.
	8	12 13 0 *matin.*	Immersion du troisième, il fait beau, les bandes sont bien distinctes.
	26	9 5 40 *soir.*	Emersion du premier, il fait beau, les bandes sont bien distinctes.

Mois	Jours	Tems vrai	
Mars	5	11^h 0′ 56″ *soir.*	Emersion du premier, il fait beau, les bandes sont bien distinctes.
Juin	7	10 7 13½ *soir.*	Emersion du second, les bandes sont bien distinctes.
Décembre	13	3 42 30 *matin.*	Immersion du troisième, il fait beau, les bandes sont bien distinctes.
		3 47 6 *matin.*	Immersion du second, il fait beau, les bandes sont bien distinctes.
		6 42 26 *matin.*	Emersion du troisième, il fait beau, les bandes sont bien distinctes.
1791			
Janvier	25	3 11 26 *matin.*	Immersion du troisième, il fait beau, les bandes sont distinctes.
		6 4 53 *matin.*	Emersion du troisième, mêmes circonstances.
Février	5	3 4 43 *matin.*	Immersion du premier, il fait beau, les bandes sont bien distinctes, grand vent qui agite la lunette.
	7	11 5 32 *soir.*	Emersion du quatrième, il fait beau, les bandes sont bien distinctes.

Présenté le 4 mars 1792.

Mois	Jours	Tems vrai	
Février	8	11h 50′ 12″½ *soir.*	Immersion du second, il fait beau, les bandes sont distinctes.
Mars	7	5 10 48 *matin.*	Immersion du premier, le ciel est chargé de vapeurs & à demi-couvert, brouillard épais à l'horizon, le satellite est entré dans l'ombre tout proche du bord de Jupiter qui dans le moment a été couvert par le brouillard.
	29	8 41 28½ *soir.*	Emersion du second, il fait beau, les bandes sont bien distinctes.
Avril	1	2 10 39 *matin.*	Emersion du premier, il fait beau, les bandes sont distinctes.
	15	10 50 7 *soir.*	Emersion du quatrième, il y a beaucoup de vapeurs dans l'air, on ne distingue point les bandes, je ne l'attendois ni si haut, ni si éloigné de Jupiter.
	17	12 31 57 *matin.*	Emersion du premier, il fait beau.
	25	8 57 2 *soir.*	Emersion du premier, il fait beau, les bandes sont distinctes.

Mois	Jours	Tems vrai	
Avril	30	8^h 29' 20" *soir.*	Emersion du second, il fait beau, les bandes sont distinctes, le vent agite la lunette, brouillard à l'horizon
Mai	18	9 11 2 *soir.*	Emersion du premier, il fait beau, les bandes sont distinctes, brouillard à l'horizon, j'ai trouvé après l'observation l'objectif humide.
	19	9 44 1 *soir.*	Emersion du troisième, il fait beau, les bandes sont bien distinctes.
Décembre	1	5 54 29 *matin.*	Immersion du premier, les bandes sont assez bien distinctes, il y a beaucoup de vapeurs dans l'air, j'ai trouvé après l'observation l'objectif humide.

Fin de l'éclipse du Soleil le 3 avril 1791.

Le Soleil a été couvert le 3 avril jusqu'à 3^h 15" après midi ; je n'ai pu par conséquent observer que la fin, qui a été à 3^h 38' 58" du soir.

Fig. 1.

DESCRIPTION D'UNE HYDRO-CEPHALE

PAR M. TEGHIL.

La femme de Jean Baptiste *Mia*, habitant de la campagne de *Peceto*, proche de Quiers, & à peu de distance de Turin, accoucha l'année dernière au 21 de Septembre d'un garçon ayant une tumeur qui de la tête lui pendoit sur les épaules, sans vice de conformation dans tout le reste du corps. Le père m'apporta cet enfant trois jours après sa naissance, pour la guérison de cette maladie. La tumeur égaloit la tête en grosseur; elle étoit de figure sphérique s'avançant un peu du côté gauche de l'occiput, où elle tenoit par une base étroite de la largeur d'environ un pouce, & descendoit entre les épaules (Pl. X. *fig.* 1). La peau étoit de couleur naturelle. Des cheveux qu'on remarquoit dans la partie supérieure de la tumeur, en garnissoient un tiers. On voyoit sur la surface des veines sanguines fort enflées, & il y avoit soit du côté droit, soit du côté gauche, des taches livides qui n'avoient, je crois, été occasionées que par la pression de la tumeur sur les parties qui lui servoient d'appui, lorsque l'enfant étoit couché. L'attouchement ne me fit sentir aucun mouvement de fluctuation bien distinct. Dans le soupçon que ce fût une hydro-céphale, j'en examinai la base pour connoître, s'il y manqueroit quelque portion d'os, mais je ne pus rien découvrir. Les sutures n'étoient point relâchées au delà de leur état naturel, en conséquence je demeurai incer-

Présenté le 27 nov. 1791

tain sur la nature de la tumeur. Ces difficultés jointes à l'état où se trouvoit l'enfant, me forcerent d'annoncer au père éploré que son fils ne pouvoit pas vivre. En effet il ne vécut que jusques au 25 d'octobre. Ce fut alors que j'eus lieu d'examiner la tumeur avec la plus grande attention. La longueur en avoit un peu augmenté : elle passoit les trois onces du pied-liprand. La largeur d'une des surfaces se trouva un peu moindre en sorte qu'au milieu & dans toute la circonférence elle pouvoit avoir sept onces & demi de ce pied (*fig.* 2). Elle n'étoit pourtant plus de figure sphérique, elle sembloit s'être flétrie : l'épiderme manquoit en grande partie, & il en dégouttoit une humeur fétide. Je sentis alors un mouvement de fluctuation plus distinct, j'ouvris la tumeur, & il en sortit une lymphe jaunâtre tirant sur le rouge, en plus grande quantité que la tumeur elle-même n'en pouvoit contenir. Dans la surface intérieure (*n.* 1) les parties étoient un peu meurtries ; au côté droit & dans la partie supérieure contre l'os, il y avoit une fungosité de la grosseur d'une noix (*n.*2). En touchant la partie supérieure de la cavité à côté de cette fungosité, l'os me parut y manquer en partie, mais l'espace en étant trop étroit pour pouvoir y introduire la pointe du doigt, j'introduisis la sonde qui pénétra bientôt dans la cavité du crâne. L'ouverture dans l'os occipital à côté & à la gauche de sa tubérosité (*n.*3) n'avoit pas plus de trois ou quatre lignes de largeur. C'est par cette ouverture qu'il sortit une plus grande quantité d'eaux que la tumeur n'avoit pu en contenir. Ces eaux avoient posé en partie sur la tente du cervelet, & à gauche elles avoient macéré le lobe postérieur du cer-

veau, de sorte que ce lobe se dissolvoit au moindre attouchement & le lobe moyen de ce côté en étoit aussi plus mol. La dure-mère sortoit par l'ouverture : je ne saurois dire, si elle s'avançoit dans la cavité de la tumeur, & si elle en couvroit toute la surface intérieure, ou si elle avoit été déchirée par l'amas des eaux qui s'y étoient jetées, parce que les parties, comme j'ai dit, étoient déjà macérées. La fungosité se continuoit par le trou de l'os un peu sur le cerveau, & je crois qu'elle étoit produite par le tissu cellulaire de la pie-mère. Les autres parties contenues dans le crâne se trouvoient dans leur état naturel, & l'on n'y remarquoit aucun changement. Comme cette espèce d'hydro-céphale est fort rare, elle semble pouvoir être mise au rang des observations anatomico-chirurgicales qui méritent quelqu'attention.

EXPERIENCES

PAR LESQUELLES ON DÉMONTRE LA MANIÈRE DONT LA BILE CYSTIQUE SE SÉPARE, ET COMMENT UNE PARTIE VA SE DÉPOSER DANS LA VÉSICULE DU FIEL ?

PAR M. ROSSI

Présenté le 11 déc. 1791

Les Anatomistes de la plus grande réputation sont partagés en trois principaux sentimens, non seulement touchant le mécanisme de la secrétion de la bile cystique, mais encore sur la manière dont elle se porte à la vésicule du fiel, où l'on en trouve dans presque tous les cadavres. Quelques-uns prétendent que la bile séparée du sang de la veine-porte passe de la substance du foie dans la vésicule par des canaux particuliers, nommés canaux hépato-cystiques, qui vont y aboutir. Winslow, Verdier, Garengeot, suivis de bien d'autres, ont été de ce sentiment.

Le fameux Malpighi (*a*) pensoit que la bile cystique est séparée par quelques corps glanduleux, placés dans le tissu cellulaire qui se trouve entre les deux dernières tuniques de la vésicule, & que c'étoit en passant par les conduits excrétoires de ces glandes qu'elle s'y déposoit.

Haller qui tient le premier rang parmi les Physiologistes, crut avec plus de fondement que la vésicule étoit un réservoir où la bile hépatique pénétroit au moyen du canal cystique & y séjournoit pour être ensuite versée dans le duodenum, lorsqu'elle ne trouve plus d'obstacle. Les expériences dont ce grand-homme a étayé son opinion, ont donné lieu aux plus habiles Anatomistes de l'embrasser à préférence des autres. Sans m'arrêter

(*a*) *De structura viscerum*, & dans les ouvrages posthumes.

à faire voir la fausseté des deux premières opinions, je me bornerai à décrire un fait qui semble démontrer la dernière.

En 1790 au mois de Septembre je fus chargé d'ouvrir le cadavre d'un homme dont la mort avoit été causée probablement par un hépatitis.

Je remarquai avant tout une cicatrice dans les tégumens de l'abdomen, correspondant à l'extrémité antérieure des deux dernières fausses-côtes, qui dans sa surface intérieure tenoit à la vésicule du fiel, celle-ci étoit si petite qu'à peine paroissoit-elle, tant elle avoit diminué de volume, au contraire le foie étoit d'une grosseur énorme & d'une couleur jaunâtre. Après avoir découvert par différentes sections tous les vaisseaux sanguins, qui se distribuent dans ce viscère ainsi que ceux de la vésicule, je n'observai rien d'extraordinaire si non que la veine-porte avoit augmenté en diamètre de plus de deux tiers. Les conduits hépatique & cholédoque ayant été dépouillés du tissu cellulaire qui les enveloppe, ont paru pleins d'une bile épaisse & presque condensée; telle étoit aussi la bile qui engorgeant les petites glandes innombrables du foie, en augmentoit excessivement le volume.

Le conduit cystique s'étoit rapetissé du côté qu'il est continu avec le col de la vésicule: le diamètre en avoit diminué d'un tiers, & il y avoit précisément dans l'endroit de son insertion dans l'hépatique un calcul biliaire qui en fermoit exactement la capacité: & ce calcul étant même plus grand que le trou du conduit, il en avoit dilaté les tuniques & il s'y étoit fourré comme dans un petit sac.

Pendant le cours de la maladie qui dura deux bons mois, le malade eut de fréquentes incommodités de colique, accompagnés de diarrhées bilieuses qui selon l'aveu des parens l'avoient incommodé deux ans auparavant, mais qui avoient disparu à la naissance d'une tumeur dans l'endroit où j'ai dit avoir trouvé une cicatrice. De l'ouverture spontanée de cette tumeur il sortit une quantité d'humeur jaune qui n'étoit que de la bile.

Cette observation m'a fait naître la pensée de chercher laquelle des trois opinions ci-dessus rapportées est la véritable. C'est dans cette idée que j'ai fait les injections suivantes.

J'ouvris l'abdomen, & enlevai les intestins, excepté le duodenum ; je découvris les vaisseaux sanguins & excrétoires tant du foie que de la vésicule, c'est-à-dire l'artère hépatique, la cystique, la veine-porte, les conduits hépatique, cystique & cholédoque, j'ouvris encore les parois de l'intestin duodenum dans l'endroit où elles montrent intérieurement l'insertion du cholédoque, & je vidai par des pressions réitérées la bile contenue dans la vésicule.

Avec une seringue à propos j'introduisis par le cholédoque de l'eau tiède dans la vessie pour en nettoyer la surface interne, en répétant cette opération tant de fois jusqu'à ce que l'eau que j'introduisois en ressortît claire & limpide telle que je l'avois injectée. Alors ayant lié la veine-porte & les conduits hépatique & cystique, j'injectai dans l'artère hépatique de la graisse liquefiée, colorée avec du vitriol de cypre porphyrisé. L'injection passa de cette artère dans les veines hépatiques & dans

la cave ascendante, ensuite j'ouvris la vésicule, & non seulement je la trouvai vide, mais je ne découvris pas même des marques qu'il y en eût pénétré quelques gouttes.

Dans un autre foie que j'avois préparé avec les mêmes précautions, je liai l'artère hépatique, & j'injectai par la veine-porte de la même matière. Elle pénétra jusques dans les canaux hépatique, cystique & cholédoque, & jusques dans l'intestin duodenum, mais il n'en pénétra point non plus dans la vésicule. Enfin pour en avoir des preuves incontestables, j'injectai par l'artère cystique de la dissolution de plâtre dans un troisième foie préparé comme les précédens: elle passa de cette artère dans les veines cystiques & ensuite dans les hépatiques, & la partie plus fluide de la dissolution gonfla les vaisseaux lymphatiques de la vésicule & les vaisseaux superficiels & profonds du foie, & il ne passa dans la cavité de la vésicule qu'une légère rosée qui en humecta la parois intérieure.

Malgré l'examen le plus scrupuleux & la dissection la plus exacte des parois de la vésicule, je n'ai pu découvrir ces prétendus grains glanduleux, ni par conséquent leurs canaux excrétoires supposés par Malpighi, qui s'ils y existent, doivent être destinés à séparer non la bile, mais une humeur qui serve à lubrifier les parois intérieures de la vésicule pour qu'elle ne soit pas trop irritée par la bile, qui par un long séjour devient quelquefois fort acre.

Quant aux filamens que quelques Anatomistes ont pris pour des conduits hépato-cystiques, & que Lieutaud a regardés comme de simples filamens cellulaires (*a*), l'injec-

(*a*) Essais anatomiques pag. 259.

tion que j'ai faite, démontre qu'ils sont des vases lymphatiques (*a*) & des veines sanguines qui de la vésicule s'enfoncent dans les vaisseaux du foie.

On peut donc penser avec fondement que la bile ne reconnoît d'autre organe secrétoire particulier que le foie & qu'il s'en faut bien qu'elle ait des conduits particuliers qui du foie la portent dans la vésicule.

Nous pouvons donc assurer avec Haller que la bile cystique a la même origine que la bile hépatique, quoique d'une couleur différente, & que la vésicule ne contient que la bile qui remonte du conduit cholédoque.

Je n'ignore point que l'on a trouvé quelquefois des calculs dans le conduit cystique, & en même tems quelque peu de bile dans la vésicule du fiel, mais l'on n'est pas en droit de conclure de-là que cette bile a été separée par les conduits prétendus hépato-cystiques, on doit plutôt en inférer que la vésicule ayant été stimulée par les calculs qui s'étoient formés dans sa capacité, a dû se contracter & pousser déhors quelqu'un d'eux, qui fermant ainsi le passage a empêché la bile qui coule par le conduit hépatique d'y pénétrer par le conduit cystique.

L'observation que je viens de rapporter en est une preuve incontestable, & propre en même tems à nous encourager à ouvrir dorénavant la vésicule du fiel remplie de bile & de calculs, pourvu qu'elle soit adhérente au péritoné.

(*b*) Mascagni *Iconographia vasorum lymphat.*

MEMOIRE PHYSIQUE

CONTENANT

1° DES EXPÉRIENCES RELATIVES A LA PROPAGATION DU SON DANS DIVERS MILIEUX TANT SOLIDES QUE FLUIDES.
2° UN ESSAI D'EXPÉRIENCES QUI TENDENT A DÉTERMINER LA CAUSE DE LA RÉSONNANCE DES INSTRUMENS DE MUSIQUE.

PAR M. PERROLLE

La dissémination du son dans l'eau (*a*), dans un air plus ou moins dense (*b*) & dans différentes substances gazeuses (*c*) ayant augmenté la somme de nos connoissances physiques, j'ai pensé que si l'on pouvoit faire passer le son à travers un grand nombre de corps de nature différente tant solides que fluides, & comparer entr'eux les effets de ces espèces de combinaisons, une moisson abondante de faits nouveaux pourroit être encore le fruit de tentatives pareilles. Présenté le 17 nov. 1791

Telles sont les vues qui ont dirigé les expériences, dont je rendrai compte dans la première partie de ce mémoire. On verra dans la seconde partie l'application de ces expériences à la recherche de la cause de la résonnance des corps.

(*a*) Voyez Nollet *Mém. de l'Ac. R. des sciences de Paris an.* 1743.

(*b*) V. Muschembroeck n.1442. Nollet *leç. de physique* tom. 3. pag. 355. &c.

(*c*) V. Priestley *exp. & obs. sur differ. branches de la phys.* part. 3. pag. 355 & mes *exp. physico-chimiques Mém. de l'Ac. R. des sc. de Turin an.* 1786 87.

PARTIE I.

Les essais que j'ai annoncés étant fondés sur l'expérience suivante, il importe d'en bien suivre tous les détails.

EXPÉRIENCE PREMIÈRE ET PRINCIPALE.

Bouchez les oreilles avec du papier mâché; suspendez une montre à un crochet; placez une oreille à deux lignes de distance de la montre, vous n'entendrez point ses battemens. Prenez ensuite un corps solide tel qu'un petit cylindre de bois d'un pied ou d'un pied & demi de longueur & d'une ou de deux lignes de diamètre. Mettez-le en contact par une extrémité avec la montre & par le bout opposé avec une des nombreuses parties de la tête qui propagent le son par le *toucher* (a), par exemple avec les parties cartilagineuses de l'oreille. Vous entendrez le son beaucoup mieux que si l'oreille n'étant pas bouchée, le corps sonore étoit placé en l'air à une moindre distance de l'organe.

Le son n'ayant pas été entendu à la distance de deux lignes dans la première disposition, & l'ayant été très-fortement à un beaucoup plus grand éloignement dans la seconde, il est évident que le petit cylindre a propagé le son beaucoup mieux que l'air atmosphérique.

(a) Presque toutes les parties de la tête propagent le son, quand elles sont en contact immédiat avec un corps sonore. On peut s'en convaincre en promenant une montre sur la tête après avoir bien bouché les oreilles. Voy. ma *differt. anat. &c.*, mes *recherches sur l'organe de l'ouie & la propr. des sons tom.* 3 *des Mém. de la S. R. de Médec.* & le *journ. de physique an.* 1773 *tom.* 2.

En réfléchissant sur cette expérience & sur le résultat qu'elle présente, on verra sans peine que pour connoître la force respective de propagation des corps solides, il n'y a qu'à se procurer des substances de nature différente, leur donner la même forme & les soumettre à une épreuve semblable. C'est ce que j'ai exécuté de la manière suivante.

EXPÉRIENCE SECONDE

Je fis construire de petits cylindres de bois sec de sapin, de chêne, de buis, de cerisier, de marronier, & de bois de campêche. Ils avoient chacun une ligne de diamètre & un pied de longueur. Les oreilles étant bouchées, je les mis les uns après les autres en contact avec la montre & la partie cartilagineuse de l'oreille comme dans la précédente expérience.

Les différens cylindres transmirent très-bien le son, mais son timbre sembla varier, toutes les fois qu'un cylindre nouveau fut essayé: l'intensité ne parut jamais exactement la même. Nous n'avons aucun moyen pour déterminer la différence du timbre, l'intensité parut être dans l'ordre suivant en commençant par les cylindres qui semblent propager avec plus d'activité.

1 Sapin
2 Campêche
3 Buis
4 Chêne
5 Cerisier
6 Marronier

EXPÉRIENCE TROISIÈME

Je résolus d'étendre mes recherches sur les métaux, & je fis construire des cylindres métalliques semblables aux précédens; soumis à la même épreuve, ils propagerent en général un peu moins bien que les cylindres de bois.

L'espèce du son parut aussi différer dans les cylindres de bois & dans les cylindres métalliques. Examiné dans les différens métaux, le timbre ne fut pas exactement le même & l'intensité affecta l'ordre suivant.

1 Fer
2 Cuivre
3 Argent
4 Or
5 Étain
6 Plomb

EXPÉRIENCE QUATRIÈME

J'attachai ma montre successivement à des cordons de soie, de laine, de chanvre, de lin, de cheveux, de cordes de boyau qui étoient à peu près du même diamètre & exactement de la même longueur que les cylindres solides. Une extrémité du cordon fut mise avec la main en contact avec le cartilage de l'oreille, tandis que la montre posoit sur le bout opposé du cordon qui ne touchoit aucune autre partie du corps. Les cordons ainsi tendus, ont propagé avec moins de force que les corps solides, & ils ont modifié le son d'une manière assez marquée. Dans

chacun des cordons le timbre a paru différer & l'intensité suivre cet ordre.

1 Boyaux
2 Cheveux
3 Soie
4 Chanvre
5 Lin
6 Laine
7 Coton

Des expériences précédentes il résulte, 1° que les corps durs & les cordons tendus essayés transmettent le son beaucoup mieux que l'air atmosphérique; 2.° que chacun de ces milieux le propage d'une manière qui lui est propre de telle sorte que l'espèce & l'intensité du son ne sont jamais exactement les mêmes, autant du moins qu'on peut en juger par des essais qui ne présentent pas toujours des résultats tranchans (*a*); 3.° qu'en général le bois propage très-bien le son, que les métaux le transmettent avec un peu moins d'énergie & que les cordons tendus occupent le troisième rang dans l'échelle de la propagation respective.

EXPÉRIENCE CINQUIÈME

Ayant résolu de donner plus d'étendue à mes expériences, je fis traverser au son de la montre des morceaux

(*a*) Tels sont principalement ceux que nous avons obtenus avec les cylindres de bois & les cordons tendus.

de zinc, d'antimoine, de verre, de sel gemme, de gypse, d'argile desséchée & de marbre. Comme je n'ai pu donner à ces différentes substances la même forme, je n'ai pu déterminer avec quelque précision leur force respective de propagation, mais j'ai observé que tous ces corps ont propagé avec plus d'activité que l'air, & que le son a été modifié d'une manière spéciale par chacun de ces milieux. Le marbre s'est fait remarquer par le peu de force avec lequel il a transmis les mouvemens sonores. Deux morceaux de cette substance de différente forme & de volume différent ont propagé le son d'une manière foible & presqu'insensible.

Tels sont les essais que j'ai faits sur les corps solides pour achever de parcourir le cercle que je m'étois tracé, il me restoit à soumettre les fluides à un examen semblable.

J'ai déjà publié mes recherches sur les substances aériformes (*a*). Je ne rendrai compte ici que de mes tentatives sur les liquides. Ce dernier travail n'ayant pu être éxécuté sur le plan que j'ai adopté pour les solides, voici la marche que j'ai tenue.

(*a*) V. mes expériences physico-chimiques relat. à la propag. du son dans quelques fluides aériformes, *Mém. de l'Ac. R. des sc. de Turin années* 1786-87.

EXPÉRIENCE SIXIÈME

J'attachai ma montre après en avoir luté toutes les jointures avec de la cire molle à un fil de soie. Je la tins suspendue au moyen d'une tige de fer plantée dans le mur, au milieu d'un bocal de verre dont l'ouverture étoit en haut & qui avoit cinq pouces de diamètre sur sept pouces d'élévation, observant que ni le fil ni la montre ne touchassent au vaisseau. J'examinai l'espèce de son que la montre produisoit & la distance à laquelle je cesserois de l'entendre. Je marquai ce point, bientôt après je remplis le récipient d'eau & je fis plonger ma montre dans ce liquide avec les précautions indiquées dans la disposition précédente.

Le timbre du son fut changé dans l'eau d'une manière frappante. Le son se propagea avec tant de vivacité que le bocal & une petite table de bois séparée du mur qui lui servoit de support, paroissoient éprouver des percussions directes de la part d'un corps solide. Mais ce qui paroîtra bien plus étonnant encore, c'est qu'au milieu de toutes ces agitations, le fluide dans lequel la montre étoit plongée, étoit d'une tranquillité parfaite, aucun mouvement n'agitoit sa surface.

Ayant substitué à l'eau successivement différens liquides, j'eus en général des résultats analogues à ceux que j'avois obtenus dans l'eau, mais chaque milieu modifia différemment le son dont l'intensité différente a été désignée dans le tableau suivant.

Tableau de l'intensité du son observée dans différens fluides.

1.°	Dans l'air servant de point de comparaison, il cesse de se faire entendre à la distance de .	8 pieds
2.°	Dans l'eau à celle de	20
3.°	Huile d'olive	16
4.°	Huile de térébenthine	14
5.°	Esprit de vin	21

Je crois devoir observer que ces tentatives ayant été réitérées, j'ai observé relativement à l'intensité quelques variétés qui m'ont paru tenir ou à la disposition de l'organe ou à des bruits accidentels.

Des expériences faites sur les liquides, il résulte 1.° que, comme les solides, les fluides essayés transmettent beaucoup mieux le son que l'air, qu'il n'y a pas même d'exception à faire pour les huiles grasses (*a*).

2.° Que chaque fluide essayé modifie le son d'une manière particulière.

3.° Les Physiciens sont dans l'opinion que le son se propage dans l'air au moyen de certains mouvemens, de certaines ondulations que la diaphanéité du fluide nous empêche d'apercevoir. Mes tentatives faites sur des fluides qui n'échappent pas à la vue, & dans lesquels on n'aperçoit aucun mouvement malgré que la propagation du

(*a*) Morhof *Steur. pag.* 104 a avancé que les huiles grasses ne doivent pas transmettre les mouvemens sonores.

son s'y effectue d'une manière très-efficace, peuvent faire naître quelques doutes à cet égard.

4.° Enfin des expériences faites sur les solides, les fluides & de celles que j'ai publiées sur les gas (*a*) on pourroit conclure avec vraisemblance que tous les milieux opèrent des modifications particulières relativement au timbre & à la force du son, ou autrement que le même son varie aussi souvent qu'il parcourt un milieu différent. Je passe actuellement aux expériences qui font l'objet de la seconde partie de ce mémoire.

PARTIE II.

Il n'est personne qui n'ait observé que si on place une montre sur une table, le son en est fortifié d'une manière très-marquée. On sait aussi la différence qu'il y a entre le son que donne un instrument de fer écroui, connu sous le nom de diapason, lorsqu'il fait ses vibrations sans être en contact avec un corps solide, & celui qu'il produit, lorsque mis en mouvement, son manche est appliqué sur un corps ligneux à grande surface. Les expériences dont j'ai rendu compte dans la première partie de ce mémoire m'ayant fait présumer que l'augmentation de force & d'harmonie étoit due dans ces circonstances à la propriété qu'a le bois de mieux propager le son que l'air ambiant & de modifier son timbre, je résolus de soumettre ma conjecture au creuset de l'expérience.

(*a*) V. *les mém. de l'Acad. R. des. sc. de Turin pour les années* 1786-87.

La différente propriété de propagation que j'avois remarquée entre le bois & le marbre, me parut fournir le moyen de jeter quelque jour sur cette question importante. En effet si les modifications qu'éprouvent les sons du diapason & de la montre appliquées sur une table de bois, sont dues à la manière énergique dont cette substance transmet le son, le marbre le propageant très-mal, il s'ensuit qu'une table de marbre ne doit point fortifier, ou ne doit augmenter que très-peu l'effet de ces corps sonores. C'est sur ces considérations que j'entrepris l'expérience suivante.

EXPÉRIENCE PREMIÈRE

J'appliquai sur une table de bois un diapason sonnant; lorsque ses vibrations furent éteintes, je mis ma montre à sa place. Le son fut fortifié dans l'un & l'autre essai d'une manière proportionnelle à l'intensité du son de chaque instrument. Je fis ensuite ôter le couvert de la table, & j'en substituai un de marbre qui avoit la même étendue & la même épaisseur. Le diapason & la montre furent appliqués comme dans la disposition précédente. Le son du diapason fut fortifié, mais il le fut beaucoup moins que lorsqu'il avoit été appliqué sur le couvert de bois. Le son de la montre n'éprouva aucune augmentation bien sensible, je ne l'entendis guere mieux que lorsqu'elle étoit placée en l'air & à la même distance de l'organe.

Quoique cette expérience fournît un appui solide à ma conjecture, je résolus néanmoins de la soumettre à une

nouvelle épreuve que je dirigeai d'après le raisonnement suivant.

Si la différente résonnance des corps tient à leur différente force de propagation, il s'ensuit que dans l'expérience précédente, la pièce de bois doit propager très-bien le son, tandis que celle de marbre le propagera très-foiblement. Voici par quel moyen je cherchai à découvrir ce qui se passoit dans ces circonstances.

EXPÉRIENCE SECONDE

Je mis ma montre sur la table de bois & je bouchai mes oreilles avec du papier mâché; je plaçai une oreille à quelques lignes de distance de la table. Je n'entendis pas les battemens de la montre. Alors je mis mon oreille en contact avec un des petits cylindres de bois, dont je m'étois servi dans les expériences de la première partie de ce mémoire. Je mis le bout opposé du cylindre sur la table.

Le son de la montre frappa tout de suite mon oreille avec force, je fis parcourir tous les points de la table sans excepter les pieds à l'extrémité du cylindre la plus éloignée de l'oreille. J'entendis toujours la montre d'une manière très-distincte, je fis le même essai en substituant le couvert de marbre à celui de bois. Les battemens de la montre, ne se firent entendre que d'une manière peu distincte, & seulement lorsque le cylindre ne portoit pas sur un point éloigné du corps sonore. Dans cette expérience je ne fis point usage du diapason, parce que quelque précaution

que l'on prenne pour bien boucher les oreilles, on ne cesse jamais d'entendre le son qu'il produit.

Pour donner à ma conjecture toute la consistance dont elle étoit susceptible, il me restoit à réunir dans un même lieu des tables semblables faites avec les diverses substances que j'avois essayées sous forme cylindrique dans les expériences rapportées au commencement de ce mémoire, & à rechercher si la résonnance suivroit les rapports de la force de propagation. Les difficultés que j'éprouvai pour l'éxécution de mon plan, me déterminèrent à me contenter de m'éclaircir si comme la force propagatrice, la résonnance varieroit dans les différens corps.

EXPÉRIENCE TROISIÈME

Je mis donc le diapason & la montre successivement sur des assiettes de faïence, de porcelaine, sur des lames de verre, des plaques minces de cuivre & de fer blanc isolées. Le son fut fortifié par tous ces corps, & le timbre ne parut jamais exactement le même dans les différens essais.

Les expériences dont je viens de rendre compte, devoient naturellement me conduire à examiner les effets des mêmes sons sur les instrumens de musique. J'appliquai dans ces vues d'abord le diapason, puis la montre sur des basses, des violons, des mandolines, des guitarres, des clavecins & des cors de chasse. Les deux sons éprouvèrent une augmentation proportionnelle.

Ils parurent acquérir plus de force & d'harmonie au moyen des instrumens de musique, que sur les corps précédemment essayés. L'intensité parut être en raison directe du volume de l'instrument.

Il résulte de ces expériences, 1.° que toutes les substances essayées qui présentent des surfaces étendues, fortifient les sons foibles que produisent les corps qui les touchent, & en modifient le timbre d'une manière particulière à chacun d'eux.

2.° Que ces effets sont dûs à ce que les corps solides transmettent en général mieux le son que l'air, & à ce que chaque corps le propage d'une manière spéciale.

3.° Que c'est surtout à ces causes que la résonnance des instrumens de musique doit être attribuée (1).

4.° Les tentatives faites sur les instrumens de musique autorisent à présumer que le volume des corps influe sur leur résonnance.

5.° M. de Maupertuis (2) a avancé que la résonnance des instrumens de musique est due à ce que l'instrument contenant des fibres de toutes les longueurs possibles, chaque son met en mouvement celles qui sont en consonnance ou dans un certain rapport avec lui, tandis que les autres fibres restent immobiles (3); l'expérience seconde par laquelle on voit qu'il n'y a aucune partie du corps réson-

(1) Les nombreuses surfaces que les instrumens présentent, doivent aussi contribuer à les rendre plus résonnans.

(2) *Mém. de l'Acad. R. des sc. de Paris an.* 1724.

(3) M. de Maupertuis ne s'est occupé dans ce mémoire que des instrumens à corde.

nant qui ne transmette le son, ne permet pas de s'attacher à l'idée ingénieuse de cet auteur célèbre.

6.° Le marbre suffoquant en quelque sorte le son, est envers les corps solides ce que l'air inflammable est parmi les fluides; il ne doit pas être employé dans la construction des églises, des salles de concert, de spectacle, & dans tous les lieux qu'on voudroit rendre résonnans.

Tels sont les principaux résultats qu'offrent des expériences dont l'ensemble m'a occupé pendant un nombre d'années assez considérable, malgré que je n'aie pu donner encore, surtout à celles qui font l'objet de la seconde partie, le développement dont elles sont susceptibles, je n'aurai pas néanmoins le regret d'avoir pris des soins inutiles, si la Compagnie à qui je fais hommage de mes travaux, juge qu'ils ajoutent quelque chose à la somme des découvertes dont elle ne cesse d'enrichir les sciences naturelles.

NOUVELLES RECHERCHES

SUR LA STRUCTURE ORGANIQUE RELATIVEMENT A LA CAUSE DES MOUVEMENS DE LA SENSITIVE COMMUNE.

PAR M. LE DOCTEUR ANDRÉ COMPARETTI.

L'étude de l'économie végétale, qui a pour fondement les observations anatomiques sur les parties organiques, soit extérieures, soit intérieures, & pour guide les lois de la Physique, & de la Mécanique, tire du mécanisme intime des plantes un principe hydro-dynamique qui présente dans quelques espèces, par la manière dont il s'y trouve disposé & combiné, les effets les plus étonnans de la vie végétative. Présenté le 15 avril 1792.

Le mouvement naturel des feuilles, des corolles, des étamines, & des pistils dont tant d'observations & tant d'expériences ont constaté l'existence, le divers genre & les degrés, est devenu l'objet des Naturalistes de nos jours, & passe parmi eux pour le phénomène qui forme le chaînon, servant à lier les végétaux aux animaux, & à établir dans la chaîne des deux règnes une gradation continuelle.

Le mouvement de contraction causé par le plus léger attouchement ou secousse dans quelques espèces d'*acacias*,

semble avoir été connu jusque de Théophraste (*a*): Pline fait mention d'une plante indigène de *Tile* qui se fermoit pendant la nuit, & s'ouvroit pendant le jour (*b*). Un mouvement semblable a été attribué aux feuilles de l'arbre pudique qu'on dit venir dans l'île de Cimbabon. La même propriété est communément observée dans la balsamine de Fabius Columna, qui est l'impatiente de Dodoens, ou l'impatiente *noli me tangere* de Linnée. Elle a paru encore plus singulière dans l'herbe vive, ou *mimosa* de Cluvius qui suivant la relation exacte de George de la Torre (*c*) est cultivée peut-être depuis plus d'un siècle dans le jardin des simples de Padoue. Ce jardin que les soins de Jean Marsili ont enrichi de plus du double de plantes, offre plus de 16 espèces *de mimeuses*. Parmi celles qui sont les plus sensibles on y remarque la sensitive commune, *mimosa pudica*; l'acacie chaste, *mim. casta*; l'acacie à feuilles larges, autrement acacie sensitive, ou *mim. sensitiva*; la *mim. asperata*; l'acacie à fleurs pleines, ou *mim. plena* de Lin.

(a) Nascitur peculiaris quædam materia circa Memphim, non foliis vel ramis vel tota forma proprietatem sortita, sed affectione quæ accidit. Quippe facies ejus spinosa, foliisque filicibus non absimile, sed cum ramulos quisquam tetigerit, folia quasi hebetata concidere, tum tempore aliquo post reviviscere, rursusque virere affirmant, atque propria quidem ejus regionis, tanquam si quis arbores aut frutices dicat, insignia hæc adsignantur. Theoph. Hist. plant. lib. IV. cap. III.

(b) Est & alia similis, foliosior tamen, roseique floris, quem noctu comprimens aperire incipit solis exortu, meridie expandit. Incolæ dormire eam dicunt. Plin. Hist. Nat. lib. XII. cap. XXII. Venet. an. 1785.

(c) Hist. plant. lib. I. cap. II. pag. 7. 8. 10.

Quelques courtes observations de MM. Parent & de-Mairan, & surtout celles que MM. du-Fay & du-Hamel ont jointes à un grand nombre d'expériences, nous donnent une idée des recherches qu'on a faites dans ce siècle sur les mouvemens de la *mimosa pudica*, ou sensitive commune. Le mémoire de M. du-Fay, dont le but a été de recueillir les faits les plus singuliers de cette plante, auroit pu conduire MM. les Chev. de Jaucourt & de la Marck à la cause de si curieux phénomènes; mais ces deux Académiciens n'avoient pas assez de lumières anatomiques pour découvrir l'organisation particulière des parties internes & mobiles de la sensitive.

D'après les observations que j'avois faites dans un grand nombre de plantes la plupart herbacées, sur la structure du système vasculaire & sur le différent fluide qu'il renferme, je suis parvenu à saisir quelques différences dans l'organisation articulaire des parties mobiles de la sensitive, & à voir quelques rapports entre les faisceaux spiraux & les autres parties organiques de cette plante qui ont paru à leur tour me conduire à la découverte du principe hydro-dynamique, c'est-à-dire de la force & des mouvemens, où consistent les phénomènes singuliers de cette plante, & les plus grandes merveilles de la vie végétative.

Les Botanistes distinguent dans la *mimosa pudica*, qu'ils rangent parmi les sous-arbrisseaux, la branche d'avec le rameau, le rameau d'avec les côtes foliées, & les côtes foliées d'avec les feuilles doublement pinnées, distinction d'autant plus importante que les mouvemens propres de chacune de ces parties ont entr'eux une grande différence.

Les observations plus particulières & plus étendues de MM. du-Fay, & du-Hamel ont constaté dans les articulations de ces trois parties les trois mouvemens respectifs de l'une sur l'autre, de la branche sur le tronc, de la côte foliée sur le rameau, & du pétiole de la feuille sur la côte foliée. Selon ces observations, le mouvement de la branche sur le tronc est plus grand que celui des côtes foliées sur le rameau, & le mouvement des feuilles est composé, & à charniere inclinée plutôt qu'à genou, puisque non seulement elles s'approchent l'une de l'autre pour se coller ensemble, mais l'angle du pétiole & de la plus grosse fibre ou côte de la feuille varie en passant du droit à l'aigu. De-là M. le Chev. de Jaucourt a admis dans ce quatrième mouvement une espèce d'articulation; mais avant que cet Auteur exposât dans l'Encyclopédie ancienne les détails de ses expériences, que M. le chev. de la Marck a répétées dans la nouvelle édition par ordre de matières, MM. du-Fay, & du-Hamel avoient déjà conclu de leurs expériences délicates l'indépendance réciproque de ces mouvemens, & ils avoient observé la partie blanchâtre dans l'articulation de la feuille sur la côte, où l'irritation d'une aiguille suffit pour la faire plier & retirer.

En examinant particulièrement l'organisation extérieure de la sensitive, j'ai observé que l'internodium des branches sur le tronc, & des côtes foliées sur la branche, depuis son extrémité plus grosse, presque cylindrique, molle & flexible, est plus convexe à la face supérieure; qu'il ne se joint qu'à la substance plus intime, appartenante en grande partie aux faisceaux vasculaires; qu'il est généralement

moins mobile vers l'extrémité supérieure, & plus dans la branche sur le tronc que dans les côtes foliées sur le rameau, quoique l'internodium à cette extrémité soit aussi convexe intérieurement & concave extérieurement.

La côte foliée a ordinairement depuis 6 jusqu'à plus de 20 paires de feuilles ovales, oblongues, velues plus dans le contour, qu'aux faces, ce qui les rend doublement pinnées; leurs pétioles particuliers me parurent dignes de la plus grande attention. En premier lieu ils sont très-courts, mais un peu larges; ils sont convexes au haut de la surface externe, & à peine sont-ils concaves du coté opposé, de sorte qu'ils ressemblent assez à une demi-coquille; ils aboutissent dans l'articulation par une surface convexe, qui est reçue dans une fossette correspondante, formée de chaque côté du pétiole commun ou de la cote foliée.

J'ai reconnu que la figure de la fossette articulaire est ovale, & la position oblique de manière que la partie inférieure se trouvant par devant, & la supérieure étant plus latérale, la face antérieure de la section doit être triangulaire, & celle qui coupe & divise les fossettes opposées doit être prismatique, & presque semblable à un couteau qui auroit la pointe en bas, & qui seroit assez mince pour paroître pellucide à travers la lumière directe, d'où il vient que les internodium se touchent presque par la partie inférieure, & laissent voir la grosseur de la côte, & la longueur des poils blancs & ils sont attachés à la partie antérieure, & inférieure de la fossette par les paquets vasculaires & surtout par les paquets spiraux.

L'extrémité supérieure des pétioles tient à la feuille sans articulation. Le milieu du pétiole ne répond point au mi-

lieu de la feuille; il y est attaché vers la partie supérieure: quant à la partie inférieure elle penche & s'élargit plus en déhors avec un bord plus curviligne & presque demi-elliptique. Chaque feuille a cinq nerfs ou petites côtes longitudinales qui, à ce que nous avons généralement observé, sont formées par les faisceaux vasculaires. La quatrième côte supérieure est ordinairement la plus longue, quelquefois c'est la troisième qui parcourt d'un bout à l'autre la feuille oblongue hors de l'axe, & se ramifie à angles aigus presque demi-droits. La derniere côte inférieure est la plus courte & la plus courbée, les autres croissent en longueur, & décroissent en courbure, la base de la feuille est continue au pétiole avec quelque inclinaison triangulaire, & c'est sur cette base que se forment les petits poils, ou les oreillettes velues.

Pour bien comprendre la mécanique du mouvement & de la force qui le produit, je commençai par observer la structure extérieure des petits vaisseaux qui sur la surface convexe du pétiole parurent serpentins, inégaux & plus distans entr'eux que sur la surface opposée. Ils sembloient au-déhors presque des fils annulaires & circulaires, liés transversalement par des lignes ou sections blanches. L'examen le plus attentif m'a fait voir ensuite qu'ils sont trop inégaux dans leur contour pour former des anneaux parfaits. Ils font des rides qui ressemblent assez à celles d'un soufflet, ou d'un ressort à fil qui seroit comprimé plus dans la surface concave, que dans la convexe. Les fibres longitudinales de chaque fil sont visibles. Les rides différent entr'elles en espèce, en nombre, & en grandeur. J'en ai compté depuis 8

ou 10 jusqu'à plus de 20. J'ai observé que la surface ridée étoit parsemée de taches la plupart rougeâtres, dont les éminences étoient semblables à de petits grains; ce sont les stigmates dont j'ai fait ailleurs la description. J'ai encore mesuré les internodium, & les branches. Pour cela j'ai détaché du tronc de la plante une branche avec son internodium, dont les côtes foliées étoient au nombre de quatre. L'internodium ridé de la branche commune étoit long 5 parties décimales du quart du pouce anglois, le reste sans rides qui passoit dans la branche commune, étoit long une partie. La grosseur de cet internodium étoit de trois parties, la longueur de la branche de 52 parties & $\frac{1}{2}$; & la grosseur d'une partie & $\frac{1}{2}$. Deux de ces internodium se trouvoient au-dessus, & deux étoient joints latéralement à l'extrémité de la branche commune. Entre les internodium supérieurs il sort à la partie postérieure une pointe lancéolée ou conique, & on en voit deux du côté antérieur & supérieur de chaque internodium. La longueur de la côte foliée entière s'est trouvée de 90 parties. La largeur des internodium de chaque foliole étoit de $\frac{8}{10}$ parties, la longueur de $\frac{6}{10}$ à la surface antérieure concave, & à la postérieure convexe. J'ai compté dans les deux côtes foliées moyennes supérieures jusqu'à 24 folioles de chaque coté.

En coupant transversalement l'internodium de la branche commune de quatre côtes foliées jointe au tronc, j'observai que l'aire du milieu contenoit les paquets vasculaires qu'elle étoit elliptique; qu'elle avoit sa direction de la face concave à la convexe, & de l'une des faces latérales

à l'autre, & qu'elle étoit moins compacte dans la substance des petits tuyaux qui jetoient à petites bulles le fluide aqueo-aérien. La circonférence des paquets dans la partie supérieure de l'internodium étoit néanmoins plus proche de sa surface convexe qu'elle ne l'étoit de la surface concave dans la partie inférieure.

J'ai coupé cet internodium par sa longueur, & j'ai observé que le paquet vasculaire vers l'axe est amassé dans un faisceau de tuyaux joints ensemble ainsi que je l'avois remarqué dans beaucoup de racines à l'exception qu'il ne me parut point avoir des ramifications latérales. Ce faisceau est environné d'un parenchyme mou, flexible, tissu de fils minces à aires larges, & ayant autant d'extension à une face qu'à l'autre à cause de la direction oblique du paquet vasculaire par laquelle il ne se trouve pas précisément dans l'axe de l'internodium. J'ai vu clairement que ce paquet vient du tronc par une direction courbée, & que c'est avec la même courbure qu'il entre dans la branche commune des différentes côtes foliées.

Voilà donc trois divisions que j'ai distinguées vers le nœud plus gros à l'origine de la branche. Je suis parvenu à découvrir une structure semblable dans quelques internodium secs, & à discerner même dans le plus vert & le plus tendre jusqu'à la structure très-fine du tissu cellulaire qui se trouve entre les tuyaux de couleur argentine avec les filamens transversaux. Ce tissu m'a paru d'une finesse extrême en comparaison de l'extérieur. Les rides du parenchyme extérieur m'ont fait voir en même tems que les tuyaux des trachées étoient en quelque manière recourbés.

J'ai coupé ensuite par l'axe la branche commune, & j'ai

trouvé que les paquets vasculaires s'étendoient jusque vers la surface, & que vers l'extrémité d'où les internodium tirent leur origine, ils se divisent en quatre parties qui passent dans une direction courbée aux internodium des côtes foliées.

La section faite par la longueur de chacun de ces internodium qui sont un peu moins courbés, m'a fait voir que le paquet des vaisseaux se trouve vers l'axe, & qu'il laisse à l'entour en grande quantité une substance molle, celluleuse, & flexible qui semble d'abord plus large à la face convexe qu'à la concave. J'ai aussi distingué dans la grosseur de ce faisceau vasculaire la substance interposée d'un tissu très-fin avec des fils transversaux, pellucide & qui laisse voir à peine la structure à aires semblables du parenchyme. Dans ce plus petit internodium la direction du paquet vasculaire me parut oblique.

Ensuite je coupai transversalement une tranche mince du pétiole pour en observer la structure intérieure, & je trouvai que l'anneau intérieur des faisceaux des vases spiraux, étoit composé de deux rangs à couronne ovale, & presque demi-lunaire; que le contour plus convexe regardoit en haut, & le concave en bas, & que les extrémités étoient aux côtes du pétiole. Cette couronne du pétiole étoit plus proche du bord supérieur de la feuille que de l'inférieur, & j'examinai attentivement cette différence; je laissai dessécher la tranche, & l'anneau spiral en se retrecissant forma par rapport à la matière vasculaire des faisceaux séveux & du parenchyme une protubérance, qu'on avoit vue même au centre à travers la lumière soit directe soit réfléchie.

Je coupai une tranche du pétiole suivant la longueur de

l'axe, & j'observai que les fils longitudinaux n'étoient point parallèles, mais qu'ils étoient convergens près de la feuille, & je distinguai la forme spirale des faisceaux fort gros relativement à l'autre substance externe du parenchyme vert. Quelques faisceaux quoique dans leur entier, me parurent relâchés ou tissus de fils moins tors, ils ressembloient à ceux du coton ou de la laine; néanmoins si j'en ôtois l'écorce, ils ressembloient à des tuyaux d'argent plus ou moins saillans, & composés de fils parallèles qu'à peine pouvoit-on distinguer dans leur tour serpentin. Ils offroient plus de consistance dans le tronc & dans les branches & les rameaux & si peu dans les articulations des feuilles qu'à la première macération & dessication ils se détachoient de la côte foliée.

Dans la vue de reconnoître plus distinctement la structure particulière de la partie mobile de cette plante, j'ai porté mes recherches sur d'autres espèces d'*acacias* ou de mimeuses moins sensibles. J'ai commencé par examiner l'acacie en arbre, *mimosa arborea*, & j'ai reconnu que l'internodium d'une branche commune des côtes foliées est fort gros, mou, ridé. Par les sections transversales j'ai vu qu'il renfermoit la même texture que les internodium que j'avois examinés. Les sections longitudinales m'ont appris que le parenchyme spongieux contient d'amples cavernes, comme s'il étoit divisé en couches transversales par rapport à la longueur de l'internodium. Ces cavernes que les sections transversales ne font pas d'abord apercevoir, sont plus grandes vers la surface convexe de l'internodium. J'ai encore trouvé que les fils des rides extérieures répondent au milieu

de ces cavités comme il arrive dans les soufflets. La section transversale elle-même m'a fait remarquer une structure semblable jusque dans les internodium les plus secs. Comme il est difficile que chaque section fasse voir ces cavernes dans les internodium les plus verts, je ne fus point surpris de ne pas les apercevoir dans ceux des côtes foliées, & encore moins dans ceux des folioles de cette mimeuse. Les côtes foliées se détachent plus facilement, elles présentent une articulation semblable à l'arthrodie, le contour extérieur de cette articulation est séparé & contigu, il est continu & lié au paquet vasculaire intérieur & à une petite partie du parenchyme condensé. Les internodium des feuilles ont aussi dans cette espèce une position oblique; tandis que le paquet vasculaire plus gros s'avance dans la feuille vers le bord supérieur.

Le pétiole articulaire, & beaucoup ridé de la côte foliée de la *mim. asperata* qui en se recourbant se replie vers l'horizon renferme le paquet vasculaire au milieu, la largeur du parenchyme est inégale aux côtés. Le paquet vasculaire passe dans la côte foliée ou dans la pinnule avec courbure & divergence s'approchant plus de la partie postérieure que de l'antérieure de la pinnule en sorte qu'il se trouve plus de substance parenchymateuse par devant ; le paquet vasculaire se divise donc en passant dans les petits pétioles obliques, & larges des folioles, où j'ai découvert une infinité de stigmates. J'ai compté dix rides verdâtres dans le pétiole articulaire de la côte foliée, & sept dans celui de la foliole de cette espèce de mimeuse.

Les internodium de l'acacie à fleurs pleines, *mimosa*

plena sont plus petits, mais semblablement ridés, obliques, & placés entre deux stipules. Dans la *mimosa speciosa* les deux internodium proches des côtes foliées sont plus gros, moins mous, & plus vigoureux, ils réduisent en se contractant les pinnules à une position presqu'horizontale. Les pétioles des feuilles sont fort longs, peu larges, & peu obliques, tandis que les feuilles qui s'élèvent en se fermant sont fort larges, molles & beaucoup plus vertes.

L'internodium de l'acacie cendrée, *mimosa cineraria* dans la branche commune des côtes foliées n'est pas bien gros, & il a peu d'apparence articulaire, les pétioles des feuilles sont aussi peu remarquables, il sont beaucoup poilus, & peu mous avec une grosse épine au-devant, on leur observe les rides, & la position oblique ; la figure concave & convexe des faces manque presqu'entièrement.

L'acacie d'Egypte, *mimosa nilotica* a les internodium des branches entre les deux épines, ils sont gros & mous, ayant une petite épine au-dessus courte & obtuse, ceux des folioles semblent contigus à la partie antérieure.

Dans l'acacie glauque, *mimosa glauca* les internodium premiers & seconds sont moins remarquables relativement aux autres, & ils le sont beaucoup moins que dans les acacies les plus sensibles, & ils sont joints d'une manière plus forte. Les paquets dans les feuilles de cette espèce tirent leur ramification d'un seul tronc situé plus ou moins au milieu de la feuille, c'est ce que j'ai beaucoup remarqué.

Dans la *mimosa pernambucana* le paquet vasculaire de l'internodium d'un rameau vert, mou, & ridé a une figure

cylindrique aplatie, j'y ai distingué les tuyaux des trachées de couleur argentine d'avec les tuyaux séveux blanchâtres, qui étoient renfermés dans la substance parenchymateuse verte, molle, succulente, flexible, élastique, & d'un tissu à aires larges, j'y ai aussi découvert quelque petite caverne. L'articulation m'a paru la même que dans les autres espèces, j'y ai observé les mêmes fossettes réciproques, jointes au moyen du paquet vasculaire, qui est distribué dans une aire centrale, & oblongue; les vaisseaux de ce paquet se sont facilement déchirés, & j'ai eu lieu de voir que la partie correspondante à la face supérieure est plus molle & spongieuse.

Enfin j'ai coupé l'internodium vert de la côte foliée de l'*Æschinomène Sesban*, & j'ai découvert également au milieu de la section le paquet vasculaire avec un grand nombre de tuyaux argentins spiraux du plus grand éclat, & un parenchyme vert, celluleux, glutineux, & beaucoup flexible qui l'entouroit; j'ai observé la courbure & la divergence du paquet dans l'endroit où il passe dans la côte foliée, je ne lui ai cependant point trouvé ni la surface aussi ridée, ni la figure aussi aplatie.

D'après la structure intérieure & extérieure de la sensitive, & les différences qu'on remarque dans ses différentes parties, je parvins à connoître la mécanique du mouvement soit des branches sur le tronc & des côtes foliées sur les rameaux, soit de l'assemblage des feuilles sur la côte foliée, produit par l'action extérieure de quelque corps, de l'air, de la pluie, de la lumière, de la chaleur, du

froid dans différens degrés relatifs à la différente impression de ces corps, & à la différente disposition de la plante.

Nous avons déjà fait part au Public (*a*) que les vaisseaux argentins, nommés trachées, sont dans les plantes tissus de filets tors en forme de corde, & tournés à spire, & susceptibles par conséquent de diverse extension, & de divers raccourcissement; suivant ce que j'avois observé dans des arbres, dans des arbrisseaux, & dans quelques herbes. Un faisceau vasculaire de la célidoine que j'avois séparé du parenchyme, & qui étoit de la longueur de 120 parties, s'alongea jusqu'à 130 parties sans se rompre, & abandonné à lui-même pour quelques minutes, il ne se trouva plus que de 114 parties. Un autre faisceau semblable de la longueur de 70 parties après qu'il fût détaché, desséché & endurci ne fut plus que de 66 parties. Je vis ceux du plantain s'alonger & se rétrécir successivement davantage ainsi que je l'ai indiqué en faisant remarquer que l'alongement contraint est toujours plus grand que la contraction qui n'est que spontanée. Mes expériences m'ont aussi fait voir que l'alongement & le rétrécissement des étamines de la centaurée, de la cicorée, & autres fleurs composées, sont fort considérables. De-là le diamètre des tubes spiraux varie assez facilement, ainsi que le fluide qu'ils contiennent souffre des changemens dans la densité, l'expansion, le mouvement & la couleur en sorte qu'au changement de l'énergie composée on voit répondre autant de flexibilité, & que cette flexibilité est dans son

(*a*) Voyez. Prodromo di Fisica vegetabile. In Padova 1791.

maximum dans l'endroit où le vaisseau est devenu pellucide, & a été dépourvu du fluide élastique qui s'y étoit massé.

Après le grand nombre d'observations particulières que nous avons faites sur les diverses parties des végétaux, il ne reste aucun doute que leurs trachées ne contiennent un fluide aqueo-aérien, élastique, mobile, & même plus propre au plus rapide mouvement, & à la plus grande expansion sous certaines conditions, & dans certaines circonstances; bien souvent la compression la plus légère dans une extrémité des faisceaux vasculaires produisoit dans l'autre extrémité le plus rapide mouvement, & la plus copieuse éruption de bulles, tandis que quelques-unes de celles qui se trouvoient interposées à différens intervalles s'agitoient avec différente vîtesse en s'unissant, ou en se séparant, & d'autres demeuroient en amas, & immobiles. Quelquefois il arriva que la plus forte compression ne fut capable d'exciter du mouvement dans le fluide qu'après quelque frottement, ou quelque macération du faisceau vasculaire. Je trouvai généralement plus de difficulté à exciter le mouvement dans les petites bulles emprisonnées entre les filets cellulaires du parenchyme auquel on a trouvé les mêmes conditions qu'au tissu vasculaire. Combien de fois à la plus légère pression sur une partie du parenchyme ne vit-on-pas les molécules d'une autre partie la plus écartée & la moins directe se mouvoir plus facilement & plus vîte que celles de la partie la plus voisine, la plus directe ou latérale ? Combien de celles qui au commencement & à la fin de la pression s'agitoient suivant différentes directions disant que les intermédiaires restoient immobiles ? Com-

bien de fois les molécules dans les vaisseaux spiraux ainsi que les bulles arrêtées entre les fils celluleux du parenchyme ne s'écartoient-elles pas, durant la compression, avec différens degrés de vîtesse pour s'arrêter ensuite ou sortir, en se rompant comme autant de bulles d'air, qui se dégageroient de l'eau, & la pression finie retourner dans différens tems à leur première place ? Avec quelle évidence n'ai-je pas distingué que les parois des vases spiraux & les filets du parenchyme se relâchent, s'affoiblissent & perdent leur couleur argentine avec leur pellucidité, se plient & se froncent; que les diamètres des premiers & les aires exagones du second se diminuent à mesure que les molécules s'en dégagent ?

Ces expériences que j'ai répétées dans différentes espèces & de différentes manières, jointes aux résultats de l'analyse que j'ai faite du mécanisme particulier des parties mobiles de la *mimosa pudica* ont paru me faire voir dans le principe hydro-dynamique la véritable cause qui suivant les lois de la Mécanique & de la Physique produit dans cette plante les phénomènes merveilleux qui ont été constatés, ou observés par MM. du-Fay, & du-Hamel.

Mais si ces deux Académiciens avoient reconnu auparavant, au moyen de l'analyse anatomique que la partie blanchâtre qui réside dans l'articulation de la feuille sur la côte & qui semble transparente, & un peu plus saillante que le reste de la feuille contient le faisceau des vases spiraux, s'ils avoient observé que ces vaisseaux sont doués d'une force élastique capable de contraction, & qu'au contraire le fluide qu'ils contiennent a une expansion & un mouvement

respectifs, ils auroient conclu que l'irritation d'une aiguille dans cette partie, la plus mobile de toutes, doit exciter facilement un mouvement analogue à la structure de l'articulation tel que celui qui résulta de leurs recherches. S'ils avoient reconnu la figure presque cylindrique de l'internodium, & l'insertion de son extrémité inférieure dans la fossette ovale articulaire, soit de la branche dans le tronc, soit de la côte foliée dans la branche; s'ils avoient observé que c'est à la partie inférieure & antérieure de la fossette qu'il tient plus fort au moyen surtout du paquet vasculaire, rempli en grande partie de trachées, ils auroient comparé l'articulation plutôt à l'arthrodie qu'au ginglyme; s'ils avoient vu que l'extrémité du pétiole entre en partie si obliquement dans la fossette, & que la partie inférieure en est la plus mobile & la plus latérale, s'ils avoient aperçu que les vaisseaux ont une direction curviligne & oblique & qu'ils sont entourés d'une substance parenchymateuse différente en quantité, en densité, en texture, & en rides; s'ils avoient remarqué l'état de leur divergence, lorsque le parenchyme se contracte, ils auroient compris que leur contraction devoit d'abord perdre l'équilibre, la branche & la côte foliée s'abaisser tantôt en s'écartant & tantôt en s'approchant, & la feuille se tourner, s'élever, & se porter au-devant, & que la feuille par ce tour devoit soulever le bord horizontal, & l'approcher du bord semblable de la feuille opposée, & s'unir à elle, si elle a le même mouvement.

Mais si dans cette contraction les filets de la surface convexe & molle du pétiole s'approchent de manière qu'elle tire à elle les faisceaux contractiles de la feuille, ne voit-on

point que la feuille doit se diriger vers la partie antérieure & s'appliquer à celle du côté opposé? Et si dans la contraction des paquets convergens & d'une configuration si particulière dans le pétiole & la feuille il arrivoit que la feuille se tournât sur le pétiole, & qu'elle se ridât surtout par l'action du quatrième paquet supérieur, plus gros & plus ramifié de tout côté, n'en résulteroit-il point un mouvement composé? Et en tel cas ne pourroit-on point comparer en quelque manière la mécanique du mouvement des pétioles & des feuilles de la sensitive avec la mécanique des côtes des animaux & de l'homme, moins par l'analogie qu'il y a entre les pétioles flexibles & les cartilages, qu'à cause de leur moindre longueur, de leur courbure, & de leur différente direction par rapport au pétiole des faisceaux vasculaires ou nervures inférieures de la feuille, & à cause qu'ils s'élévent & se tournent d'une manière presque semblable? & l'expansion du parenchyme ne pourroit-elle pas dans son action être comparée à ces mouvemens que j'ai remarqués dans les concavités spacieuses de la lame cellulaire contractile des insectes, & distinctement dans l'abdomen des sauterelles?

La figure convexe & antérieure du pétiole, la structure serpentine des petits vaisseaux extérieurs, distribués presqu'en arcs transversaux, & entretenus au moyen des fils longitudinaux, & du grand nombre des paquets spiraux intérieurs, & plus proches extérieurement de la surface externe supérieure & convexe, & plus rassemblés, & attachés à la partie inférieure de l'entre-nœud, doivent faire comprendre que la nature a établi ce mécanisme

pour effectuer avec plus de facilité un plus grand mouvement de contraction vers la partie convexe du pétiole. De même la feuille par la distribution curviligne & la plus grande distance des faisceaux vasculaires vers son bord inférieur doit dans la contraction de ses parties décrire un plus grand espace, ce qui l'oblige à s'élever obliquement, à se tourner, à se froncer, & à se retirer en changeant de figure & de position dans les deux surfaces.

Si les observateurs les plus exacts des différens mouvemens de la sensitive avoient reconnu le tissu funiculaire des parois vasculaires; s'ils avoient découvert le ressort du fluide universel qu'ils contiennent, & enfin le véritable principe hydro-dynamique, auroient-ils manqué de faire ces réflexions, & d'autres encore plus profondes? Si ensuite ils avoient particulièrement distingué les différentes manières dont il est combiné dans les articulations de cette plante, n'est-il pas à présumer qu'ils seroient parvenus à en déterminer l'action? Ils n'auroient eu pour y parvenir qu'à faire l'application des lois mécaniques & des lois physiques de l'air, & de l'eau soit dans leurs combinaisons, soit dans la décomposition réciproque que les expériences les plus récentes nous en ont démontrée. En effet si les cordes composées de fils tors sont plus ou moins souples suivant que le fil est plus ou moins délié & lisse, & suivant que l'action solaire est plus ou moins grande, & en raison de la torsion & de l'humectation du fil, & de l'action de l'air, n'est-il pas évident que les vaisseaux spiraux des plantes, tissus de brins de fil différens en nombre, en

grosseur & diversement tors & humectés doivent être aussi plus ou moins souples, & acquérir différens degrés d'énergie & de mouvement par l'action de l'eau, de l'air, & de la lumière ? & si dans la sensitive ces vaisseaux sont plus exposés aux actions extérieures, s'ils sont tissus de fil moins tors & ont par conséquent une moindre cohérence entr'eux surtout dans les pétioles, n'est-il pas clair que c'est de cette structure que sa flexibilité, & ses mouvemens dépendent en partie ? Et si ces vaisseaux renferment un fluide aériforme & élastique, ne doivent-ils pas suivant les lois connues de l'élasticité de l'air demeurer tendus & roides, d'autant plus que les aires, & les cellules du parenchyme contiennent un autre fluide aussi élastique qui doit réagir, presser & tendre les petits fils vasculaires soit nourriciers, soit spiraux ? & puisque cette force mécanique composée & appartenante au genre des forces dynamiques est combinée d'une façon particulière dans les articulations de la sensitive, & qu'elle a un plus grand rapport au parenchyme de manière que la plante est moins reparée des actions extérieures, & se tient moins dans une énergie convenable, est-il étonnant que le moindre coup, la plus légère secousse suffise pour déranger l'équilibre de la puissance mécanique funiculaire & de la puissance élastique du fluide intérieur & pour produire les mouvemens des rameaux, des côtes foliées & des feuilles ?

Suivant le principe hydro-dynamique des végétaux, vérifié par mes observations & développé dans mon *Prodrome*, & suivant la manière que l'analyse anatomique dirigée par les lumières de la mécanique & de la physique, a

trouvé qu'il étoit combiné dans les parties mobiles de la *mimosa pudica*, les deux Académiciens (1) auroient sans doute donné la raison des divers mouvemens qu'ils ont cherchés dans cette plante par les observations les plus exactes & les plus suivies, de jour & de nuit, à l'ombre, dans l'obscurité, à la lumière, à la chaleur, à différente température de l'air, par l'immersion dans l'eau, par le contact des différens corps, par l'action des vapeurs aqueuses & chaudes & enfin dans le vide.

Si ayant connu par les expériences diversement répétées que le vide de la machine pneumatique n'est point d'obstacle aux mouvemens de la sensitive, & qu'il ne fait que les affoiblir pour quelque tems, s'ils s'étoient formé une idée exacte de la faculté extérieure qu'ont les stigmates de l'épiderme, d'absorber l'air atmosphérique dissous dans l'eau & de la faculté intérieure qu'ils ont par le mécanisme vasculaire si artificieusement distribué & combiné avec d'autres principes, de décomposer intérieurement ce fluide introduit par les différentes parties de la plante, s'ils avoient eu quelque connoissance de l'oxigène qui s'exhale du gaz azotique qui y séjourne avec un certain rapport à l'action de la lumière solaire, ils auroient donné des raisons suffisantes de l'épanouissement constant des feuilles de la sensitive dans la machine pneumatique, ils auroient eu facilement recours à l'expansion de l'air intérieur combiné qui ne se développe point par le vide ainsi que celui qui est dissous, ou que celui qui est retenu dans l'état de dissolution par un certain degré de compression atmosphérique

(1) V. observ. de M. du-Fay sur la sensitive. *Ac. des Scienc. an.* 1736.

qui est différent selon les différens fluides comme les expériences les plus récentes le font voir.

En admettant que l'eau est composée d'oxigène & d'hydrogène combinés ensemble, ils auroient vû la cause de ces gouttes d'eau, dont ils observèrent que le récipient de la machine pneumatique se remplissoit. S'ils avoient connu que la lumière du soleil agit sur le système vasculaire, & qu'elle augmente soit l'énergie des fils tors, soit celle des bulles qu'ils renferment, ils auroient ajouté la raison pourquoi certaines parties de cette plante s'épanouissent plus en été qu'en toute autre saison, & plus de jour & dans les heures les plus chaudes & plus aux rayons qui passent au travers des nuages, toutes autres choses étant égales, quoique les circonstances soient différentes. Ensuite s'ils avoient distingué la liaison, la division, le rapport des faisceaux vasculaires tournés en ligne spirale ainsi que leurs anastomoses & leurs distributions dans le parenchyme des feuilles, ils auroient compris comment une feuille peut par un léger attouchement se retirer toute seule, ou avec sa voisine, & comment par un attouchement plus fort ou en en coupant la moitié, aussitôt l'opposée se retire, & ensuite les deux supérieures & les autres successivement. Ils auroient donné la raison du tems & de la différente manière que la plante se rouvre puisque tantôt c'est la branche qui commence à se déployer, tantôt la côte foliée, & tantôt la feuille qui est plus près du rameau, & souvent celle du sommet suivant l'endroit que l'on touche, & le différent degré de choc pour le dérangement de l'équilibre de la force mécanique composée. La variation des angles que

font les branches avec le tronc dans les différentes heures de la journée sans attouchement & sans secousse ; & la différente vîtesse dans les changemens & retours, auroient été une preuve de l'influence de la lumière & de la chaleur sur la force composée.

Au mois de septembre à neuf heures du matin, j'eus la satisfaction de voir une branche qui faisoit avec le tronc un angle de 100°, passer à midi à un angle de 112° & retourner vers les trois heures à l'angle de 100°, & s'approcher ensuite en la touchant d'un angle de 90° & en même tems les feuilles se replier & trois quarts d'heure après se rouvrir & la branche retourner à 112°. Ma satisfaction fut encore plus grande le jour suivant, quand je vis le mouvement de cette branche qui faisoit à 9 heur. naturellement un angle de 135° passer en le touchant à un angle de 110°, parvenir à 11 heures jusqu'à 145°, se réduire à un nouvel attouchement à un angle de 90° & retourner librement une heure après à un angle de 145 avec une plus grande ouverture des feuilles ; je touchai encore à la branche, & je fus surpris de ne la voir approcher du tronc que d'un angle de 10° après quoi les feuilles se retiroient & se replioient sans que la branche changeât de situation.

Si en faisant ces observations on avoit touché ou secoué la branche ou la feuille d'une manière particulière & mesurée, on auroit beaucoup mieux fait connoître les principes internes de ces phénomènes curieux ainsi que les différens rapports qu'ils ont dans les différentes parties ; on auroit développé l'action composée de la force hydro-dynamique, le degré du coup ou de la secousse auroit servi

à déterminer la plication des fils tors dont les vaisseaux spiraux sont composés & la manière dont le fluide qu'ils renferment ainsi que celui qui les environne, doit s'écarter, puisque la roideur des fils plus grande dans cet endroit & la contraction vasculaire ne peuvent qu'empêcher la prompte succession de l'autre qui devroit le remplacer jusqu'à ce que l'action des rayons solaires retablisse leur énergie & leur mouvement, & que le fluide élastique reprenant ainsi son ressort, la force composée des fils funiculaires, & du fluide aqueo-aérien se remette dans le premier degré; ce qui arrive quelque tems après en raison de la force plus ou moins grande des principes qui excitent la puissance hydro-dynamique.

Ce n'est pas seulement le divers degré de secousse qui occasionne les divers mouvemens de cette plante, la différente manière de la secouer ou de la piquer y contribue aussi. J'en suis assuré par l'examen suivi que j'ai fait de quelques-uns de ces mouvemens pendant l'été & pendant l'automne, depuis sa naissance jusqu'au terme de sa vie. Touche-t-on une foliole de la sommité? Les autres se ferment ordinairement deux à deux, & promptement. Touche-t-on la première foliole vers l'entre-nœud? Celles qui suivent du même côté se collent ensemble. J'ai trouvé plusieurs fois qu'une secousse suffisoit pour abattre la branche tandis que les folioles demeuroient immobiles, l'observation m'a fait voir que les folioles qui ne font que de se développer, sont moins sensibles que celles qui les ont précédées. Combien d'autres expériences ne pourroit-on pas faire? Et en combien de manières ne pourroit-on pas les varier? La der-

nière que rapporte M. du-Fay (1) & que M. du-Hamel (2) n'a pas répétée, m'a paru mériter la plus grande attention: elle nous apprend qu'un pot entier de sensitive ayant été mis sous la machine pneumatique, les feuilles s'ouvroient & se fermoient à différentes heures du jour & de la nuit suivant que l'intérieur du récipient étoit sec ou humide; qu'elles étoient fermées lorsque le récipient étoit humide, & qu'elles étoient ouvertes, lorsque le récipient étoit sec ou moins humide, que les branches, & les rameaux conservoient leur sensibilité dans leurs articulations, tandis que celle des feuilles alloit en diminuant; que la plante étant arrosée les rameaux en éprouvoient quelque soulagement pendant que les feuilles demeuroient dans un état de langueur. Cette expérience bien analysée suffit pour déterminer notre principe, & pour démontrer l'influence de l'air dans la végétation, & combien il est nécessaire qu'il soit mis en mouvement, & qu'il soit renouvellé de tems en tems pour cet effet.

Quoique M. Adanson (3) en rapportant les expériences de M. du-Hamel ne fasse point mention de celle que je viens d'exposer, il conclut néanmoins que l'immersion de la sensitive dans l'eau & dans le vide ne fait qu'en altérer la vigueur; que quant à son mouvement de charniere ce n'est point d'une espèce de defaillance qu'il dépend, mais d'une contraction fort-sensible, puisqu'elle se roidit avec tant de force qu'il est impossible de la remettre dans son

(1) Loc. cit.

(2) Physiq. des arbres. II. P.

(3) Famil. des plantes I. P. Rés. des exp. pag. 58.

premier état sans la rompre ; comme on l'avoit déjà dit auparavant dans d'autres mémoires de l'Académie des Sciences (1).

Les premieres observations que MM. du-Fay & du-Hamel avoient faites sur la sensitive les avoient portés à conclure que son mouvement alternatif ne dépendoit pas essentiellement ni de la lumière, à la quelle M. Hill l'a attribué depuis (2), ni de la température de l'air & ils avoient avoué qu'ils en ignoroient la véritable cause, cependant M. du-Hamel après avoir considéré les divers mouvemens des étamines de l'*opuntia*, de l'épine-vinette, & de l'héliotropium il conclut qu'ils lui paroissent bien analogues à ceux de la sensitive, en disant avec M. Bonnet que les mouvemens de beaucoup d'animaux tels que les polypes, les gall'insectes & les huitres ne sont pas bien différens de ceux de quelques espèces de plantes. M. Adanson trouve la même analogie entre les mouvemens de diverses plantes, & de leurs diverses parties, & ceux des muscles des animaux, il en compare quelques-uns aux mouvemens de quelques animaux imparfaits, c'est-à-dire ou des polypes, on des infusions animales, & d'autres avec ceux des gall'insectes & des huitres, & en attribue la cause à un mouvement singulier de convulsion provenant de l'élasticité des fibres qui en se contractant font agir certaines parties d'une manière déterminée.

---

(1) Acad de Sciences de Paris 1710. Hist. pag. 69.

(2) V. sommeil des plant. sect. X. an 1753.

C'etoit depuis long-tems qu'on attribuoit les mouvemens des fibres soit végétales, soit animales à la même cause. M. Tournefort (1) étoit de ce sentiment. Swammerdam en comparant les contractions des muscles avec celles des siliques de l'impatiente ou balsamine en rapporta la cause commune à l'élasticité (2). M. Perrault (3) assigna pour cause des mouvemens convulsifs des muscles l'agitation & le concours d'un fluide très-subtil & spiritueux. M. Parent ne désapprouve point cette opinion, quoiqu'il fasse remarquer que le mécanisme des convulsions est encore inconnu.

En laissant à part l'hypothèse de ce dernier Auteur sur les vaisseaux flexibles, cylindriques, liés ensemble qui en se contractant se vident & se gonflent d'un fluide & qui s'étendent tour à tour au moyen des petits sacs attachés aux fibres ligneuses, & remplis d'un fluide, l'opinion de l'irritabilité animale & végétale sur les mouvemens analogues, observée particulièrement dans les organes sexuels, s'est beaucoup répandue.

Mais MM. Gmelin & Desfontaines firent de nouvelles recherches sur les mouvemens de ces organes dans les différentes plantes, ils augmenterent le nombre des observations qui servirent toujours plus à démontrer que l'irritabilité végétale est une force mécanique. M. le Chev. de la Marck admit généralement cette force, & il en fit un ex-

(1) Observ. sur les Phyfiq. muscles des plant. mém. de l'Acad. des Sciences an. 1693.

(2) Biblia Nat. expérienc. sur les mouvemens musculaires coll. Acad. Tom V. étrang. pag. 592.

(3) Acad. des Sciences mémoires an. 1710.

posé particulier pour expliquer les mouvemens de la sensitive commune. Si les parties mobiles des plantes se tendent & se roidissent, si les rameaux & les feuilles se développent, c'est qu'un fluide particulier & très-subtil & elastique se développant, par l'action de la chaleur & de la lumière, de la substance de la plante dans les pertes qu'elle souffre pendant l'action de la vie, s'amasse & remplit les utricules du tissu végétal, c'est aussi par la prompte dissipation de ce fluide, causée par quelques secousses ou de quelqu'autre manière, que les fibres se contractent naturellement dans le vide, que les feuilles se raccourcissent & se retirent & les rameaux s'affaissent.

M. le Docteur Bellardi soutenoit en 1764 dans ses thèses de Médecine que les mouvemens des pétioles de la sensitive n'étoient point des mouvemens d'articulation, & il en attribuoit l'érection ou l'inflexion au suc nourricier inégalement distribué dans le parenchyme, dans l'idée que c'étoit cette distribution égale ou inégale du suc dans les deux parties supérieure & inférieure du parenchyme qui mettoit ou ôtoit l'équilibre de la force entre la fibre ligneuse, & qu'il s'en trouvoit une plus grande quantité dans la partie supérieure ce qui obligeoit le pétiole à se plier vers la partie inférieure. Des observations & des expériences qu'il avoit faites conjointement avec le P. Beccaria & surtout l'examen particulier de la structure du pétiole les avoient portés à imaginer cette cause, par laquelle ils tâchoient d'expliquer pourquoi cette plante est moins mobile après la pluie, &

dans la vieillesse (1). Mais quand il seroit vrai que le parenchyme eût une plus grande épaisseur dans la partie supérieure, cette inégalité seroit-elle une raison suffisante? On sait que cette grosseur du parenchyme varie dans les différentes espèces sans aucun rapport convenable à la différente mobilité des différentes parties organiques. On sait que l'inégalité de grosseur est commune au parenchyme du pétiole de bien d'autres espèces moins sensibles soit qu'elles appartiennent au même genre ou à un genre différent.

Nous en avons un exemple dans la *mimosa arborea*. Dans le pédoncule de la branche commune de la côte foliée le paquet vasculaire se trouve vers la tige plus près de la face concave & extérieure, & le parenchyme y est plus épais dans la partie opposée convexe, intérieure ou supérieure, c'est pourtant là que se fait l'inflexion, quoique le parenchyme y soit aussi plus large vers le côté droit. Le paquet vasculaire y paroît demi-cylindrique, ou de la figure d'un rein humain. Le diamètre de toute la section transversale du pétiole est de 10 part., celui de l'aire du paquet est de 6 en longueur, & moindre en largeur. L'aire au centre renfermoit une espèce de section oblongue, inégale & presque prismatique, d'où il partoit une quantité de rayons parsemés de petits trous opaques, & on distinguoit dans les intervalles de ces rayons d'autres trous plus grands;

(1) *On ne connoissoit pas encore les effets curieux de l'électricité & de l'air vicié sur la sensitive qui ont été observés dernièrement par Mrs Camus & Comte Morozzo* V. Bonon. Comment. VII. à 18.

la première espèce de trous appartenoit aux vaisseaux séveux, & les autres aux paquets des trachées.

Le pétiole de l'*Æschinomene Seshan* qui a 4 part. de grosseur sur 8 ½ de longueur, se courbe entièrement & devient convexe à la face intérieure & supérieure, & concave à la face extérieure inférieure dans le penchement de la côte foliée, & il présente une demi-articulation en haut sous la racine de la petite épine, & point en bas par la continuation de l'écorce & en grande partie du parenchyme. Le paquet vasculaire qui monte par le rameau sous l'écorce, entre en haut dans le pétiole avec courbure, & s'y prolonge en ligne droite, & sous une figure cylindrique sur l'axe, il est entouré d'un parenchyme vert, mou, flexible, glutineux & plus large en-dessous qu'en-dessus. Une section par la longueur de l'axe découvre les paquets vasculaires dans un faisceau uni & composé, cylindrique; ces vaisceaux s'écartent ensuite du nœud saillant au commencement de la côte foliée.

On a remarqué dans la longueur de la surface beaucoup de rides différentes en obliquité & en grandeur. Par une section transversale on a découvert dans les trachées un anneau d'une partie & demie qui renfermoit dans le diamètre une aire de ½ part.

La grosseur du paquet des trachées étoit de plus d'une partie vers la face extérieure. L'autre anneau extérieur, occupé par les vaisseaux séveux, étoit large 2 part., ayant la surface polie comme l'aire centrale & une couleur moins verte avec une grande quantité de petits trous semblables à de petits grains surtout vers la face intérieure. Il parut plus extérieurement une autre substance plus verte, demi-

annulaire, très-distincte vers la face supérieure, & entourée d'un parenchyme qu'on reconnoît à une certaine blancheur, à sa pellucidité & gonflement, à ses plus grandes aires qui sont aussi entr'elles différentes en grandeur.

Si le pétiole de cette plante se courbe avec une articulation imparfaite, il y a d'autres espèces de *mimosa* dont le pétiole semblable se courbe aussi semblablement avec une articulation entière. Dans le mouvement composé & oblique des pétioles de la *mimosa pudica* on observe une petite direction oblique dans la branche commune sur le tronc, ou du rameau sur la branche, une direction oblique plus grande des côtes foliées sur le rameau, & une encore plus grande dans les pétioles des folioles sur les côtes foliées qui au lieu de descendre montent & se plient au-devant.

Si les Naturalistes qui se sont occupés successivement des recherches sur la cause mécanique avoient fait une analyse exacte pour distinguer les différences d'organisation dans les pétioles de la *mimosa pudica*, ne pouvoient-ils-pas s'assurer que la lumière du soleil & la chaleur produisent une dilatation, & un mouvement dans le fluide mixte renfermé dans les trachées centrales? Ne se seroient-ils pas convaincus que le ressort des fils spiraux de ces trachées doit en s'animant développer & séparer en plus grande abondance l'air qui passe dans les aires du parenchyme, où il continue de se séparer, de se distribuer, de se dilater, & de se dégager? Et trouvant que les aires du parenchyme diffèrent en nombre & en grandeur, & découvrant différens stigmates dans la superficie, n'auroient-ils pas dû en

inférer que la pression ainsi que la force expansive de ce fluide est naturellement différente dans le parenchyme, c'est-à-dire qu'elle est plus grande dans un moindre espace & réciproquement, & que ce n'est qu'en se dégageant qu'il peut se mettre en équilibre avec la force moindre qui lui est opposée ? Ils auroient encore pu penser que la lumière & le soleil agissant dans un plus petit espace sur le parenchyme qui a une plus grande extension vers la face convexe du pétiole près de son origine, & vers la face concave extérieure vers le bout, la force doit augmenter dans les deux extrémités du pétiole réciproquement, & que par-là elle doit se mettre en équilibre en relevant & en déployant le pétiole avec les rameaux, & les côtes foliées? Ils auroient pu ajouter que l'énergie du paquet vasculaire & du fluide qu'il renferme étant ébranlée & troublée par le choc dans l'articulation, l'équilibre doit succéder plus ou moins promptement dans les autres parties relatives suivant que l'énergie est plus ou moins vive & que le fluide est plus ou moins mobile pour la plus ou moins grande facilité de l'expansion & de l'issue : par-là ils auroient expliqué les différens phénomènes occasionnés par l'ébranlement, le froid, l'eau, la pluie & le vide.

C'est à une force mécanique semblable que M. Broussonet rapporta les mouvemens particuliers des diverses parties de quelques plantes, modifiés par l'action des causes extérieures, par la raréfaction, l'abondance, ou le développement subit des fluides contenus dans les vaisseaux des plantes. Selon cet Académicien célèbre c'est de l'abondance de ces fluides & de leur prompt développement que dépendent soit

l'action soudaine des étamines de la pariétaire, qui se reproduisent toujours de la même manière, & dans les mêmes circonstances, soit les phénomènes particuliers de la *Drosera*, de la *Dionea muscipula* & des sensitives.

Le mouvement oscillatoire de l'*hédisarum* qui tourne dans certains rapports suivant la diréction, & la vîtesse des feuilles & du pétiole, ne paroît point l'effet de l'irritabilité, parce que dans la description qu'on vient de donner des parties de cette plante, on ne trouve aucun signe d'irritabilité qui réponde à ses mouvemens.

Mais si ces observateurs célèbres après avoir considéré les phénomènes particuliers du mouvement, avoient encore fait des recherches sur la structure des parties intérieures au moyen de l'anatomie, & avoient reconnu le mécanisme des vaisseaux spiraux diversement combiné dans les différentes plantes, & leurs différentes parties, je suis d'avis qu'ils auroient ajouté du poids à la conjecture de M. Bonnet sur les trachées, comme les parties les plus propres au mouvement en général, ils auroient même démontré que ce mouvement dépend d'une force mécanique composée & inhérente au solide & au fluide dont les différentes combinaisons & rapports produisent les divers phénomènes du mouvement.

M. Bonnet fit la comparaison des mouvemens propres aux parties de la trompe du papillon avec ceux des étamines de la centaurée ; s'il avoit encore porté cette comparaison aux mouvemens des étamines répliées de la pariétaire & des orties, & qu'il eût connu les rapports de leur différente structure, il auroit aussi trouvé une véri-

table analogie & il auroit vu que ces mouvemens viennent également d'une force mécanique spirale, & il auroit peut-être comparé les paquets des vaisseaux spiraux de la plante avec le cœur & les artères de l'animal, & le parenchyme avec le poumon & les muscles. L'examen auquel j'ai soumis la trompe du papillon provenant de la chenille du léandre, me fit observer la mécanique la plus étonnante, & la plus composée. Cet organe d'abord membraneux parut composé de deux cylindres, joints par une lame membraneuse qui formoit un canal moyen, quoique j'aie trouvé en faisant une section transversale cinq lumières ou ouvertures l'une au milieu ronde, membraneuse & deux latérales presque demi-lunaires. Entre ces deux dernières & la membraneuse au-déhors ou dans la surface convexe il en parut deux autres petites & rondes. Les deux cylindres intérieurement & au-dessous à l'aide de la lumière transmise présentèrent un tissu d'autant de demi-anneaux, obliques, rougeâtres, & jaunes alternativement, les rougeâtres appartenant à une substance dure, cartilagineuse & les jaunes à une substance molle & membraneuse. Les deux anneaux qui à l'extrémité sembloient composés de deux rameaux, & intérieurement d'un petit tronc touchoient au-dessus au dos d'un des canaux latéraux, & paroissoient unis par des fibres musculeuses qui remontoient en formant comme un muscle continu multifide. Les fibres de celui-ci s'unissoient au fil coloré élastique qui formoit le terme du canal latéral avec le moyen, & je vis que les demi-anneaux aboutissoient aux parois membraneuses ainsi que les anneaux cartilagineux de la trachée dans la mem-

brane postérieure. Telle semble d'abord la structure des étamines de la pariétaire & de l'ortie, pendant qu'elles sont recourbées. Les paquets vasculaires transversaux y paroissoient presqu'annulaires, & liés par de petits fils longitudinaux ; ils sont néanmoins disposés angulairement, & comprimés comme un ressort de manière que se dressant tout-à-coup & se tournant du côté opposé ils s'alongent presque du double par le développement qui se fait des paquets spiraux qui sont visibles surtout du côté convexe de l'étamine recourbée, il n'est point nécessaire que j'ajoute que les anthères s'ouvrent dans cette érection, & que la lame de l'anthère ouverte se ride vers la partie moyenne & inférieure.

Les étamines & les pistils de la *mimosa pudica* sont autrement repliés, ils sont enveloppés au-dedans d'un calyce, ou corolle campaniforme de trois ou quatre dents. On voit à travers le tissu rare de l'enveloppe les fils pourprès du dedans des étamines, quoiqu'elle soit fermée & véloutée de petits poils saillans. En frottant légèrement on voit tout d'un coup se développer & s'alonger les organes sexuels. En observant cet alongement, j'ai remarqué que la longueur des étamines est plus que quadruple de celle de la corolle qui étoit à peine de la hauteur de trois parties & demie. Je n'ai point trouvé que le pistil fût trois ou quatre fois plus long que les étamines comme quelqu'un l'a indiqué, ou plus court selon ce qu'en ont dit quelques autres ; j'ai plutôt remarqué un différent rapport dans leur longueur à calyce ou corolle fermée & ouverte. Les anthères jaunâtres étoient à peine de la longueur d'une